ANALISI MATEMATICA II (Ing. Gestionale)
IV APPELLO 10.07.2015 A.A.2014/15

COGNOME E NOME .... N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE Tempo 2 ore **COMPITO B**

Dichiaro di avere superato l'esame di Analisi Matematica I $\boxed{\text{SI}}$ $\boxed{\text{NO}}$ FIRMA ....

1) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) := |\cos(xy)|\ \left(x^2+y^2\right)$, determinare

a) insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2, inf(f(E)) \in \mathbb{R}, sup(f(E)) \in \mathbb{R}$, e, quindi, $f(E) \subset \mathbb{R}$ (i.e. $f(E) =$? Perchè ?);

b) i punti di stazionarietà nell'insieme aperto $A := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 |\ -\frac{2\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3} < y < \frac{\pi}{3}\right\}$, con $A \subset E \subset \mathbb{R}^2$

c) Classificare i punti di stazionarietà ottenuti;

d) Dato il compatto $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | -\frac{2\pi}{3} \le x \le \frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3} \le y \le \frac{\pi}{3}\} = \bar{A}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$.

e) Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D.

2) Data l'equazione differenziale:

$$x^2\, y'' + \beta\, x\, y' + 4\, y = x^2, \quad x \in I \subset \mathbb{R}, \quad \beta \in \mathbb{R} \tag{1}$$

determinare:

a) l'intervallo $I \subset \mathbb{R}$ (sottoinsieme proprio) ;

b) l'integrale generale di (1) in corrispondenza a $\beta \in \mathbb{R}$

c) fissato $\beta = -3$, determinare la soluzione (Esiste ? È UNICA ? Perchè?) del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y(1) & = & 0 \\ y'(1) & = & 2 \end{cases} \tag{2}$$

3) Data la funzione di variabile reale

$$f(x) = \frac{x}{1-9x^2} \tag{3}$$

determinare:

a) l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}$;

b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$, precisandone "a priori" la regione di convergenza B;

c) indicarne, poi, un sottoinsieme $A \subset B$ nel quale la serie trovata convcerge totalmente. Dimostrare la convergenza totale in A.

d) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $\tilde{x}_0 = 1$, precisandone "a priori" la regione di convergenza.

e) scrivere lo sviluppo al punto b) nel caso in cui si considera il prolungamento di f nel campo complesso $\mathbb{C}$, i.e., in (3), si sostituisce $z \in E \subset \mathbb{C}$ a $x \in E \subset \mathbb{R}$.