

Fondamenti di fisica generale - IX Lezione

Soluzione degli esercizi della V prova di autovalutazione
Calore

Andrea Bettucci

20 dicembre 2023

Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Sapienza Università di Roma

Soluzione degli esercizi della V prova di autovalutazione

Esercizio 1

Si determini la variazione di lunghezza che subisce una sbarra di rame della lunghezza 50 cm quando la temperatura varia da 12 °C a 32 °C. (Coefficiente di espansione lineare del rame $16,7 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.)

Per una sottile sbarra solida di lunghezza l_0 alla temperatura T_0 , la lunghezza l alla temperatura $T = T_0 + \Delta T$ è data dalla relazione:

$$l = l_0(1 + \alpha\Delta T).$$

Si ha perciò

$$l = l_0 + l_0\alpha\Delta T \quad \Rightarrow \quad \Delta l = l - l_0 = \alpha l_0\Delta T.$$

Sostituendo i valori numerici si trova

$$\Delta l = (16,7 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})(50 \text{ cm})(20 \text{ } ^\circ\text{C}) = 1,67 \times 10^{-3} \text{ cm}.$$

Esercizio 2

Una sottile sbarra metallica lunga 3 m subisce una variazione di lunghezza pari a 0,091 cm conseguente a una variazione di temperatura di 60 °C. Qual è il valore del coefficiente di espansione lineare del materiale di cui è costituita la sbarra?

Per la legge che regola le deformazioni lineari conseguenti alla variazioni di temperatura si ha:

$$\ell = \ell_0 + \ell_0 \alpha \Delta T \quad \Rightarrow \quad \ell - \ell_0 = \alpha \ell_0 \Delta T \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0} \frac{1}{\Delta T}.$$

Sostituendo i valori numerici si trova

$$\alpha = \frac{0,091 \times 10^{-2} \text{ m}}{3 \text{ m}} \frac{1}{60 \text{ }^\circ\text{C}} = 5,1 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}.$$

Esercizio 3

Una sottile sbarra costituita da una lega di nichel e acciaio è lunga 624,06 mm alla temperatura di 21 °C. Portando la temperatura a 31 °C, la sbarra subisce un'allungamento di 121,6 μm. Si determini: (a) la lunghezza della sbarra a 0 °C; (b) il coefficiente di espansione lineare della lega di metallica di cui è costituita la sbarra.

Per trovare la lunghezza $\bar{\ell}$ della sbarra a 0 °C, è necessario prima determinare il coefficiente di espansione lineare α e, successivamente, si calcola la variazione di lunghezza $\bar{\ell} - \ell_0$ conseguente a una variazione di temperatura

$\Delta T = 0\text{ °C} - 21\text{ °C} = -21\text{ °C}$ essendo $\ell_0 = 624,06\text{ mm}$ la lunghezza a 21 °C.

Se si indica con $\Delta T' = 31\text{ °C} - 21\text{ °C} = 10\text{ °C}$ e con $\Delta \ell' = 121,6\text{ }\mu\text{m}$ la conseguente variazione di lunghezza della sbarra, si ha:

$$\alpha = \frac{\Delta \ell'}{\ell_0} \frac{1}{\Delta T'} = \frac{121,6 \times 10^{-6}\text{ m}}{624,06 \times 10^{-3}\text{ m}} \frac{1}{10\text{ °C}} \simeq 19,5 \times 10^{-6}\text{ °C}^{-1}.$$

È ora possibile calcolare la variazione di lunghezza della sbarra $\bar{\ell} - \ell_0$ conseguente a una variazione di temperatura $\Delta T = 0^\circ\text{C} - 21^\circ\text{C} = -21^\circ\text{C}$ essendo $\ell_0 = 624,06$ mm la lunghezza a 21°C e $\bar{\ell}$ la lunghezza a 0°C .

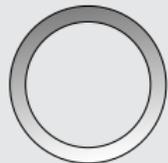
$$\bar{\ell} - \ell_0 = \alpha \ell_0 \Delta T \simeq (19,5 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1})(624,06 \times 10^{-3} \text{ m})(-21 \text{ }^\circ\text{C})$$

da cui

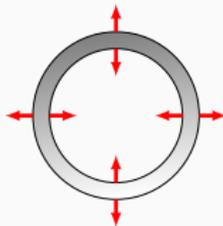
$$\bar{\ell} - \ell_0 \simeq -255 \times 10^{-6} \text{ m} \quad \Rightarrow \quad \bar{\ell} \simeq 623,80 \times 10^{-3} \text{ m} = 623,80 \text{ mm}.$$

Esercizio 4

Se si scalda in un forno un sottile anello metallico circolare, il foro dell'anello si allarga o si restringe? Spiegare la risposta.

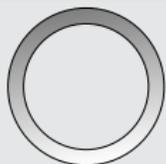


Si potrebbe pensare che il metallo, scaldandosi, si espanda sia al di fuori che all'interno del foro cosicché il diametro si riduce. Ma non è così.

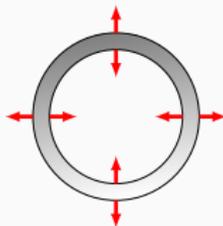


Esercizio 4

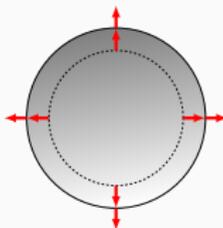
Se si scalda in un forno un sottile anello metallico circolare, il foro dell'anello si allarga o si restringe? Spiegare la risposta.



Si potrebbe pensare che il metallo, scaldandosi, si espanda sia al di fuori che all'interno del foro cosicché il diametro si riduce. Ma non è così.

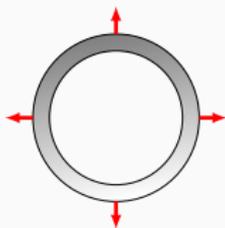
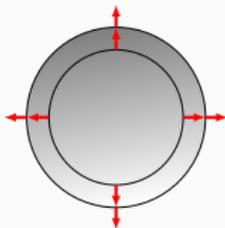


Si immagini che l'anello sia solido (come una moneta); se si disegna sopra una circonferenza tratteggiata di raggio uguale al diametro iniziale del foro dell'anello, quando la moneta si scalda il metallo all'interno della circonferenza si espande.



Si tagli il metallo da parte a parte in corrispondenza della circonferenza, ma lasciandolo al suo posto. Scaldando la moneta, come in precedenza si allargherà in diametro anche la parte centrale.

Se ora il metallo della parte centrale viene tolto, il riscaldamento della moneta provocherà sempre un aumento di diametro della parte centrale.



Esercizio 5

Un cilindro del diametro 10,0000 mm a 30 °C deve passare attraverso un foro praticato in una lastra d'acciaio, ma il foro nella piastra ha un diametro di 9,9970 mm a 30 °C. A che temperatura deve essere scaldata la piastra? (Coefficiente di espansione lineare dell'acciaio $12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.)

Per quanto visto nell'esercizio precedente, il riscaldamento della piastra causa un'allargamento del foro in essa praticato. Il foro deve subire una variazione di diametro pari a:

$$\Delta\ell = (10,0000 \text{ mm} - 9,9970 \text{ mm}) = 0,0030 \text{ mm}.$$

Si ha quindi:

$$\Delta\ell = \alpha\ell_0\Delta T \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{\Delta\ell}{\alpha\ell_0} = 25 \text{ } ^\circ\text{C},$$

essendo $\ell_0 = 9,9970 \text{ mm}$. La piastra deve quindi essere scaldata alla temperatura di $30 \text{ } ^\circ\text{C} + 25 \text{ } ^\circ\text{C} = 55 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Esercizio 6

Un contenitore aperto di alluminio avente volume di 300 ml è completamente pieno di glicerina: contenitore e glicerina si trovano alla temperatura di 30 °C. Quanta glicerina trabocca dal contenitore quando il sistema glicerina e contenitore viene portato alla temperatura di 110 °C? (Coefficiente di espansione cubica dell'alluminio $7,65 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$; coefficiente di espansione cubica della glicerina $53 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.)

Il volume di glicerina che trabocca è pari alla differenza tra l'espansione di volume subita dalla glicerina ΔV_g e quella subita dal contenitore di alluminio ΔV_a , dove

$$\Delta V_g = \beta_g V \Delta T \quad \text{e} \quad \Delta V_a = \beta_a V \Delta T.$$

Si ha perciò

$$\Delta V_g - \Delta V_a = (\beta_g - \beta_a) V \Delta T = 12 \text{ ml.}$$

Esercizio 7

La densità del mercurio è $13\,600\text{ kg/m}^3$ a $0\text{ }^\circ\text{C}$. Si determini la densità del mercurio a $50\text{ }^\circ\text{C}$. (Coefficiente di espansione cubica del mercurio $1,82 \times 10^{-4}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.)

Sia ρ_0 la densità mercurio a $0\text{ }^\circ\text{C}$, ρ_1 la densità mercurio a $50\text{ }^\circ\text{C}$, V_0 il volume occupato da una massa m kg di mercurio a $0\text{ }^\circ\text{C}$ e V_1 il volume occupato dalla stessa massa m kg di mercurio a $50\text{ }^\circ\text{C}$. Per il principio di conservazione della massa deve essere

$$\rho_0 V_0 = \rho_1 V_1 \quad \Rightarrow \quad \rho_1 = \rho_0 \frac{V_0}{V_1} = \rho_0 \frac{V_0}{V_0 + \Delta V} = \rho_0 \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta V}{V_0}\right)}.$$

Ma

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \beta \Delta T = (1,82 \times 10^{-4}\text{ }^\circ\text{C}^{-1})(50\text{ }^\circ\text{C}) = 0,0091.$$

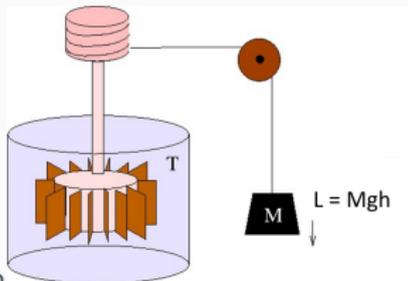
Sostituendo si trova $\rho_1 = 13\,477\text{ kg/m}^3$.

Calore

- Quando si pongono contatto due corpi solidi a temperatura diversa, il raggiungimento dell'equilibrio termico viene interpretato dicendo che vi è un **flusso di calore dal corpo a temperatura maggiore verso quello a temperatura inferiore.**
- Storicamente il calore è stato interpretato come un fluido (il cosiddetto **calorico**) capace di passare spontaneamente dai corpi caldi a quelli freddi.
- L'unità di misura che questo modello associa al calore è la **caloria.**
- **Una caloria (cal) è la quantità di calore che deve essere data a 1 g di acqua per innalzare al sua temperatura da 14,5 °C a 15,5 °C.**
- Ancora più usata è la **chilocaloria (kcal)** paria a 1000 cal: essa rappresenta la quantità di calore che deve essere data a 1 kg di acqua per innalzare al sua temperatura da 14,5 °C a 15,5 °C.

Nel XIX secolo si comprese che i fenomeni associati al passaggio di calore potevano essere coerentemente descritti in base a un altro modello che interpretava il calore in modo analogo al lavoro.

Se si ha un contenitore pieno d'acqua a temperatura T , tale temperatura può essere aumentata sia fornendo calore all'acqua (ponendo, ad esempio, il contenitore sopra un fornello acceso), oppure facendo del lavoro sull'acqua (ad esempio roteando un mulinello contenuto nell'acqua: l'attrito che si sviluppa fra le pale del mulinello e l'acqua fa innalzare la temperatura. **L'attrito è un trasformatore naturale di lavoro in calore.**



James Joule dimostrò l'equivalenza tra il lavoro compiuto su un sistema e il calore fornito al sistema.

- **Calore e lavoro sono equivalenti: una data quantità di lavoro compiuto è sempre equivalente a una data quantità di calore scambiato**
- Ma allora perché misurare il calore in calorie?! Va misurato in joule!!
- Quantitativamente si trova che 4,186 J di lavoro sono equivalenti a 1 cal. Questo dato numerico è detto **equivalente meccanico del calore:**

$$4,186 \text{ J} = 1 \text{ cal}$$

$$4186 \text{ J} = 1 \text{ kcal}$$

- Nel sistema internazionale l'unità di misura del calore è il joule, anche se la caloria è ancora accettata.
- Il calore non è da intendersi né come una sostanza né come una forma di energia, ma come un modo di trasferire energia.
- **il calore è una forma di trasferimento di energia dovuta a una differenza di temperatura.**

- La quantità di calore Q necessaria a far variare di ΔT la temperatura di un corpo di massa m è proporzionale sia a m che a ΔT :

$$Q = cm\Delta T$$

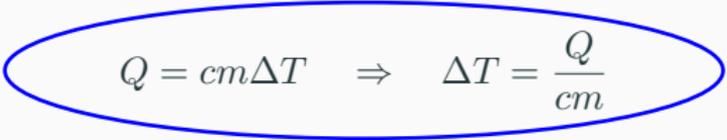
dove $c > 0$ è una grandezza caratteristica della sostanza di cui è fatto il corpo ed è detta **calore specifico**.

Sostanza	c cal/(g · °C)	c J/(g · °C)
acqua	1	4.186
alluminio	0.215	0.900
aria	0.24	1.00
rame	0.092	0.385
ferro	0.107	0.45

A parità di massa di una sostanza e della variazione di temperatura che deve subire, minore è il suo calore specifico, minore è la quantità di calore che deve essere scambiata.

$$Q = cm\Delta T$$

- Se $\Delta T > 0 \Rightarrow Q > 0$: il calore assorbito è positivo.
- Se $\Delta T < 0 \Rightarrow Q < 0$: il calore ceduto è negativo.
- Le quantità di calore scambiate hanno segno


$$Q = cm\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{cm}$$

A parità di massa di una sostanza e della quantità di calore scambiato, maggiore è il suo calore specifico, minore è la variazione di temperatura che subisce.

Il prodotto cm si chiama **capacità termica**: a parità di quantità di calore scambiato da un corpo, maggiore è la sua capacità termica, minore è la variazione di temperatura che subisce.