Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

autoflusso e induttanza

energia magnetica

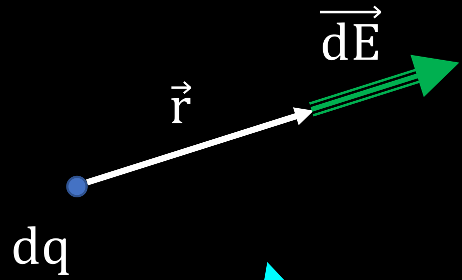
induzione elettromagnetica (Faraday-Neumann-Lenz)

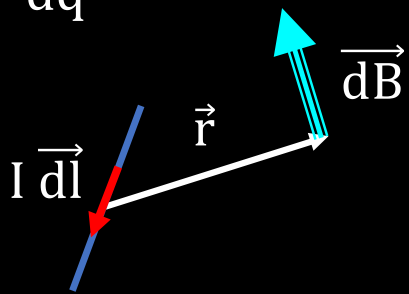
$$\overrightarrow{dE(\vec{r})} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\, dq\, \frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$\overrightarrow{dB(\vec{r})} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, I\, \overrightarrow{dl} \times \frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$\phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E}\cdot\hat{n}\, dS = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_\gamma \vec{B}\cdot\overrightarrow{dl} = \mu_o I_{conc}$$





$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

$$\vec{F} = q\,\vec{v}\times\vec{B}$$

$$\overrightarrow{dF} = I\,\overrightarrow{dl}\times\vec{B}$$

$$\Delta V = L_{CONS}/q = \int_A^B \vec{E}\cdot\overrightarrow{dl}$$

$$\Delta V_{A\to B} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$$\text{f.e.m.} = L_{NON\ CONS}/q = \oint \vec{E}\cdot\overrightarrow{dl}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$C_{piano} = \frac{\epsilon_0\, S}{d}$$

$$U = \frac{1}{2} C\, \Delta V^2$$

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

$$B_{solenoide} = \mu_0\, n\, I$$

$$\phi_S(\vec{B}) = \int_S \vec{B}\cdot\hat{n}\, dS = L\, I$$

AUTOFLUSSO E INDUTTANZA

1) un circuito percorso da corrente (quindi chiuso) genera un campo magnetico in tutto lo spazio

$$\overrightarrow{B(\vec{r})} = \oint_{\gamma} \frac{\mu_0}{4\pi}\, I\, \overrightarrow{dl} \times \frac{\hat{r}}{r^2}$$

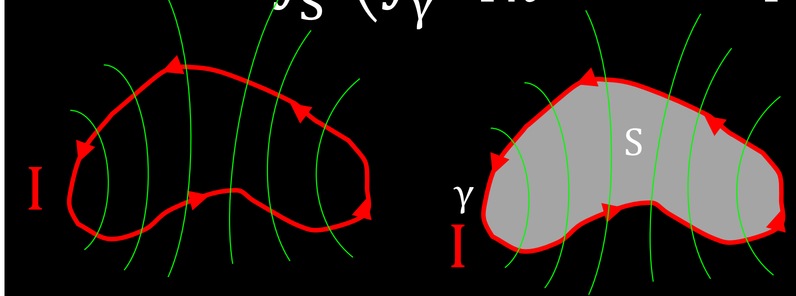
2) una linea chiusa γ racchiude una superficie S (aperta)

3) il flusso di B attraverso una superficie aperta è dato da

$$\phi_S(\vec{B}) = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS$$

4) attraverso la superficie di ogni circuito percorso da corrente c'è un flusso del campo B generato dal circuito stesso (autoflusso)

$$\phi_S(\vec{B}) = \int_S \left(\oint_{\gamma} \frac{\mu_0}{4\pi}\, I\, \overrightarrow{dl} \times \frac{\hat{r}}{r^2} \right) \cdot \hat{n}\, dS = \left[\int_S \left(\oint_{\gamma} \frac{\mu_0}{4\pi}\, \overrightarrow{dl} \times \frac{\hat{r}}{r^2} \right) \cdot \hat{n}\, dS \right] I = L\, I$$



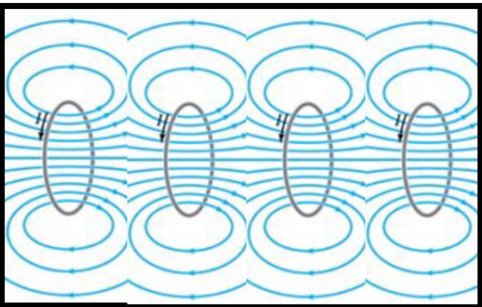
$$\boxed{\phi_S(\vec{B}) = L\, I}$$

coefficiente di auto induzione
INDUTTANZA (henry H)

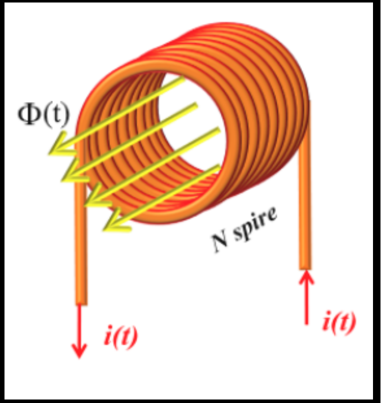
AUTOFLUSSO E INDUTTANZA

$$\phi_S(\vec{B}) = L\,I$$

se ci sono N spire il campo B è dato dalla somma vettoriale dei contributi delle N correnti

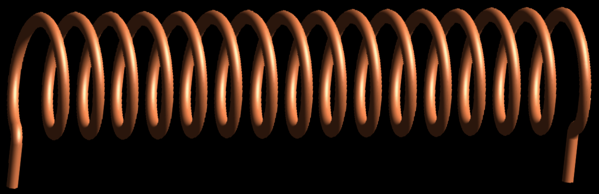


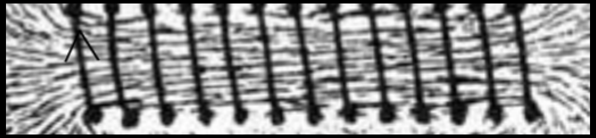
se le spire sono realizzate mediante un avvolgimento la superficie del circuito attraverso il quale c'è flusso è N volte quella di una singola spira



nel caso di solenoide lungo l con N spire di sezione S

$$L = \frac{\Phi_S(\vec{B})}{I} = \frac{NS\,B}{I} = \frac{NS\,\mu_0 n\,I}{I} = \mu_0 nNS = \mu_0 \frac{N^2}{\ell}\,S = \mu_0 n^2 \ell\,S$$





per ottenere valori di induttanza elevati gli avvolgimenti hanno un'alta densità di spire n

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell}\,S$$

ENERGIA MAGNETICA

$$\phi_S(\vec{B}) = L\,I$$

ELETTROSTATICA

per spostare una carica Q fra due punti fra cui c'è una d.d.p. ΔV occorre compiere del lavoro che viene immagazzinato come energia potenziale elettrica $U = Q\,\Delta V$.

Considerando che ΔV è originato da tutte le cariche, anche da Q, l'energia elettrica è pari a ½ Q ΔV ($U = \frac{1}{2} C\,\Delta V^2$ per un condensatore)

$$U = \frac{1}{2} C\,\Delta V^2$$

ANALOGAMENTE E' DIMOSTRABILE CHE

MAGNETOSTATICA

per far circolare una corrente I in un circuito attraverso il quale c'è un flusso $\Phi(B)$ occorre del lavoro che viene immagazzinato come energia potenziale magnetica $U = I\,\Phi(B)$.

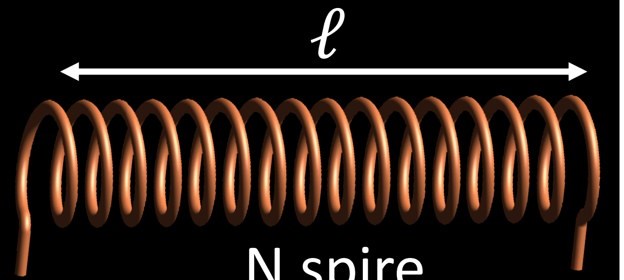
Considerando che $\Phi(B)$ è originato da tutte le correnti, anche da I, l'energia magnetica è pari a ½ $\Phi(B)$ I ($U = \frac{1}{2} L\,I^2$ per un induttore)

$$U = \frac{1}{2} L\,I^2$$

DENSITA' DI ENERGIA MAGNETICA

dove c'è campo c'è energia

$$U = \frac{1}{2}\,\Phi_S(\vec{B})\,I$$



$$\Phi_S(\vec{B}) = N\,S\,B = n\ell\,S\,B$$

$$B = \mu_0\,n\,I \rightarrow I = \frac{B}{\mu_0\,n}$$

$$U = \frac{1}{2}\,\Phi_S(\vec{B})\,I = \frac{1}{2}\,n\ell\,S\,B\,\frac{B}{\mu_0\,n} = \frac{1}{2}\ell\,S\,\frac{B^2}{\mu_0}$$

nel solenoide c'è quindi una densità di energia per unità di volume (uniforme)

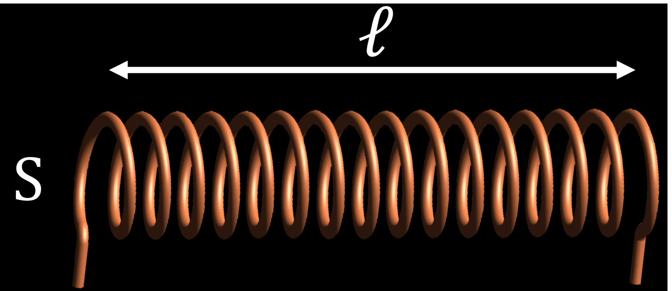
$$u = \frac{U}{\ell\,S} = \frac{1}{2}\,\frac{B^2}{\mu_0}$$

espressione valida qualunque sia l'origine del campo magnetico B

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

ESEMPIO

un solenoide lungo l = 31,4 cm con 500 spire di sezione S = 3 cm^2 è percorso da una corrente I = 2 A.



$B = ?$
$L = ?$
$U = ?$

Trascurando gli effetti di bordo si ha:

$$B = \mu_0\, n\, I = 4\pi \cdot 10^{-7} \mathrm{x}\, \frac{500}{0{,}314}\, \mathrm{x}\, 2 = 4 \cdot 10^{-3} = 4\ \mathrm{mT}$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S = 4\pi \cdot 10^{-7} \mathrm{x}\, \frac{500^2}{0{,}314}\, \mathrm{x}\, 3 \cdot 10^{-4} = 3 \cdot 10^{-4} = 0{,}3\ \mathrm{mH}$$

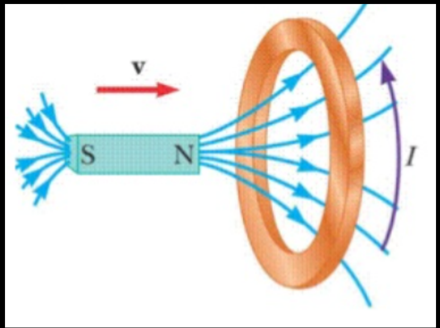
$$U = \frac{1}{2} L\, I^2 = \frac{1}{2}\, \mathrm{x}\, 3 \cdot 10^{-4}\, \mathrm{x}\, 2^2 = 6 \cdot 10^{-4} = 0{,}6\ \mathrm{mJ}$$

$$U = \int_\tau u\, d\tau = \int_\tau \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} d\tau = \frac{1}{2} \frac{(\mu_0\, n\, I)^2}{\mu_0} S\ell = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S\, I^2 = \frac{1}{2} L\, I^2$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$$

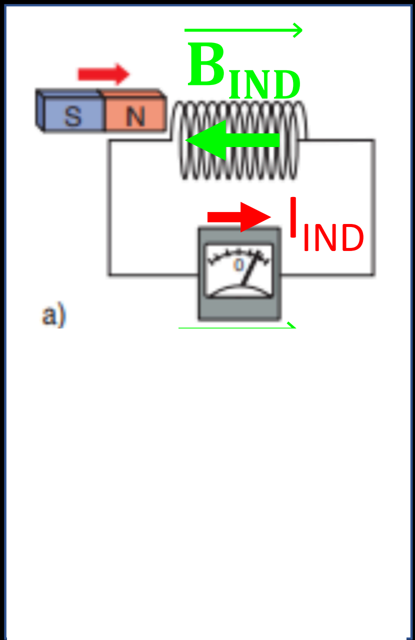
INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (Faraday-Neumann-Lenz)

$$\text{f. e. m.} = \oint \vec{E} \cdot \vec{dl}$$



$$\text{f. e. m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

se il flusso di B attraverso la superficie di un circuito varia si induce nel circuito una forza elettromotrice dovuta a un campo elettrico non conservativo



$$\oint_\gamma \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{d\left(\int_{S_\gamma} \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS\right)}{dt}$$

Lenz: la corrente che viene indotta circola in verso tale da creare un campo magnetico indotto che si oppone alla variazione di flusso

---

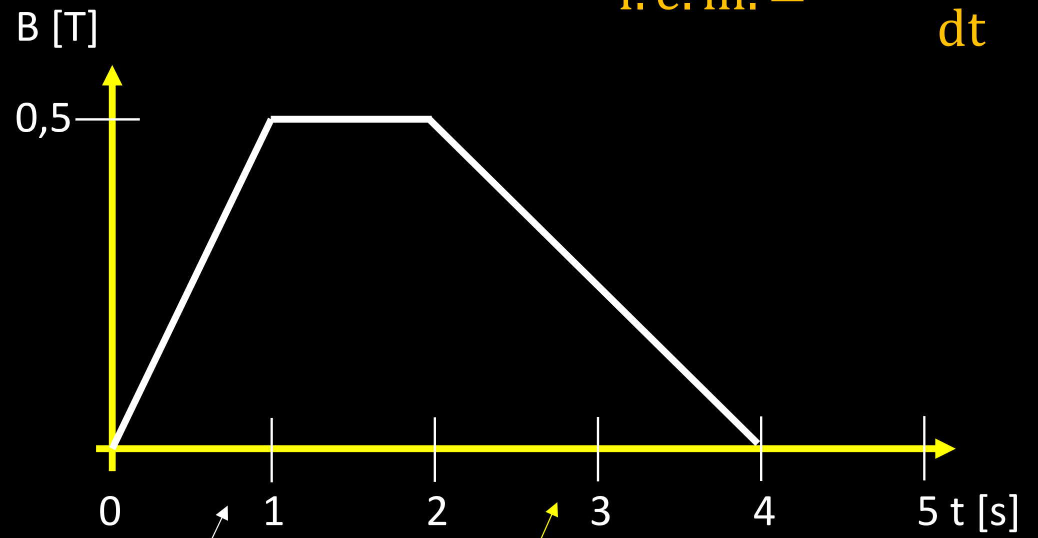
$$\int_{S_\gamma} \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS$$

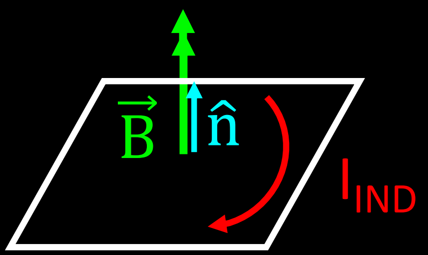
il flusso può variare perché varia l'<u>intensità</u> di B
o la <u>direzione</u> di B rispetto al circuito
o la <u>forma</u> o le <u>dimensioni</u> del circuito

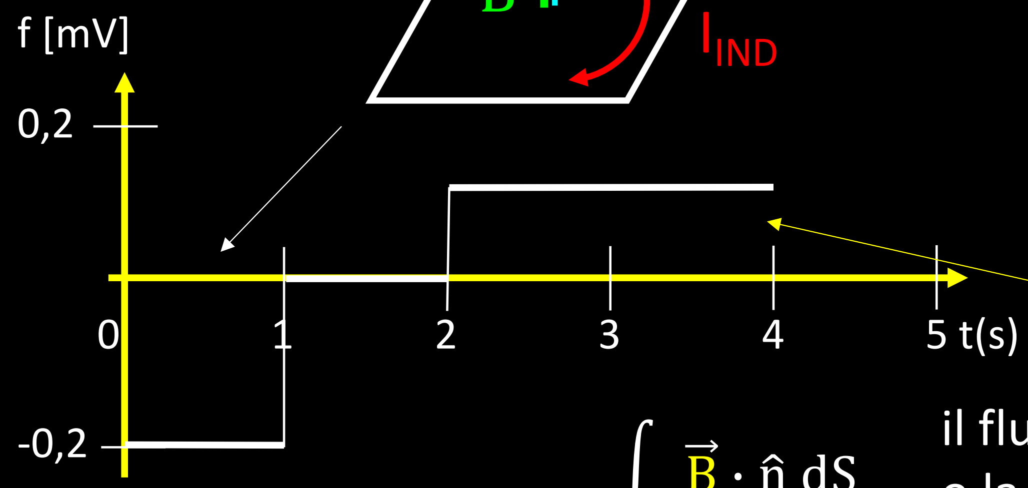
INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (Faraday-Neumann-Lenz)

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

una spira quadrata di lato L = 2 cm è immersa in un campo magnetico uniforme, perpendicolare alla superficie, di intensità variabile.
Determinare l'intensità della f.e.m. indotta nei tre intervalli temporali (0-1 s; 1-2s; 2-4 s)







$$F = -\frac{d(BL^2)}{dt} = -L^2\frac{dB}{dt}$$

$$= -4 \cdot 10^{-4} \times \frac{0{,}5-0}{1-0} = -0{,}2\ \text{mV}$$

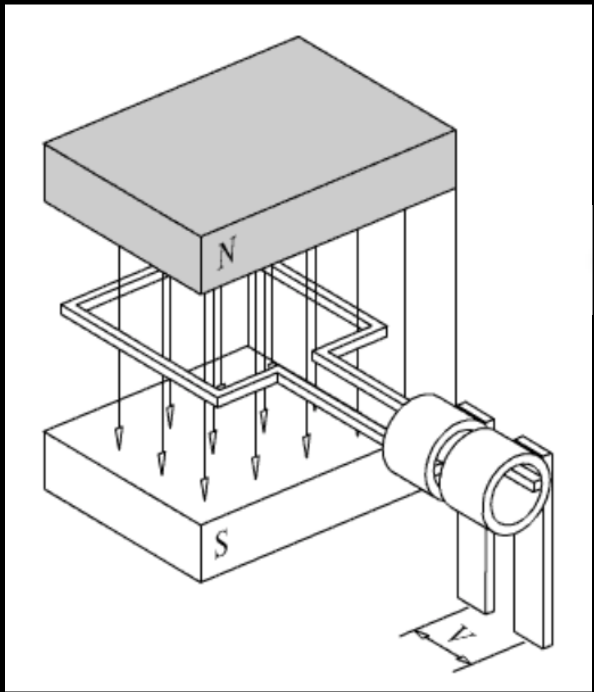
$$= -4 \cdot 10^{-4} \times \frac{0-0{,}5}{4-2} = +0{,}1\ \text{mV}$$

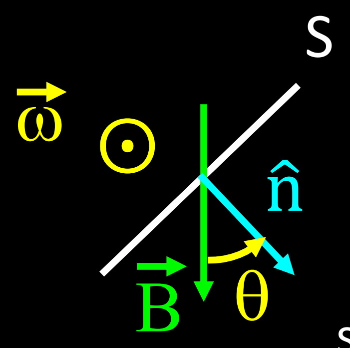
$$\int_{S_\gamma} \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS$$

il flusso può variare perché varia l'intensità di B
o la direzione di B rispetto al circuito
o la forma o le dimensioni del circuito

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (Faraday-Neumann-Lenz)

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

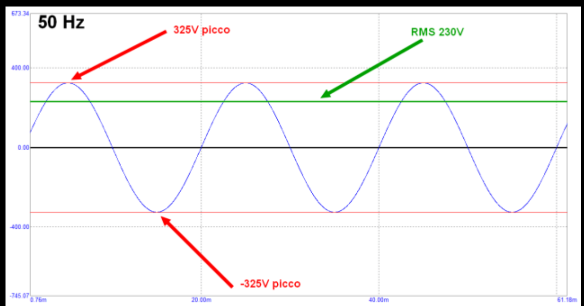




se ω è costante θ(t) = ω t → cos θ(t) = cos(ωt)

$$\Phi_S(\vec{B}) = \int_{S_\gamma} \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS = \int_S B \cos\theta(t)\, dS = BS\cos(\omega t)$$

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\big(BS\cos(\omega t)\big)}{dt} = BS\omega\sin(\omega t)$$



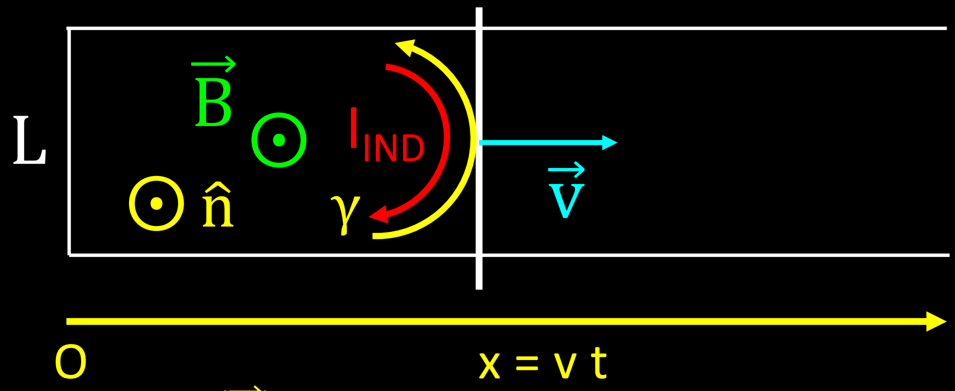
$$\int_{S_\gamma} \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS$$

il flusso può variare perché varia l'intensità di B
o la direzione di B rispetto al circuito
o la forma o le dimensioni del circuito

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (Faraday-Neumann-Lenz)

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

Una sbarra metallica mobile scorre a velocità costante v = 50 cm/s
lungo due rotaie metalliche collegate elettricamente e distanti L = 20 cm.
Il tutto è immerso in un campo magnetico uniforme B = 0,5 T perpendicolare al piano.
Determinare la f.e.m. indotta nel circuto e il verso della corrente indotta.



$\Phi_S(\vec{B})$ aumenta o diminuisce?

$$\int_{S_\gamma} \vec{B}\cdot\hat{n}\, dS = B\int_S dS = B\,L\,x$$

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt} = -B\,L\,\frac{dx}{dt} = -B\,L\,v$$

f.e.m. = - 0,5 T x 0,5 m x 0,2 m/s = - 50 mV

i versi di $\hat{n}$, γ e I_{IND} sono collegati

$$\text{f.e.m.} = \oint_\gamma \vec{E}\cdot\vec{dl}$$

$$\int_{S_\gamma} \vec{B}\cdot\hat{n}\, dS$$

il flusso può variare perché varia l'intensità di B
o la direzione di B rispetto al circuito
o la forma o le dimensioni del circuito

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (principio del trasformatore)

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

Una bobina di N = 100 spire di raggio R = 2 cm è coassiale a un lungo solenoide con n = 2000 spire/m di sezione S = 5 cm^2.

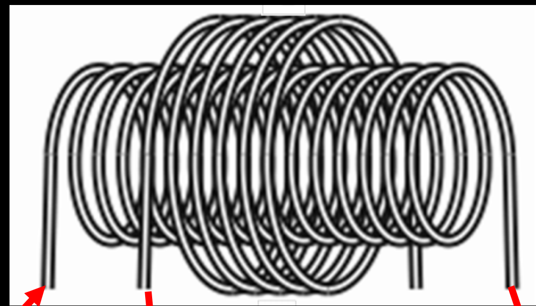
La corrente I(t) nel solenoide varia con dI/dt = - 50 A/s

Determinare la fem indotta nella bobina

$$\Phi_{bob}\left(\vec{B}_{sol}\right) = N\, S\, \mu_0\, n\, I$$

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d(N\, S\, \mu_0\, n\, I)}{dt} = -N\, S\, \mu_0\, n \frac{dI}{dt} =$$

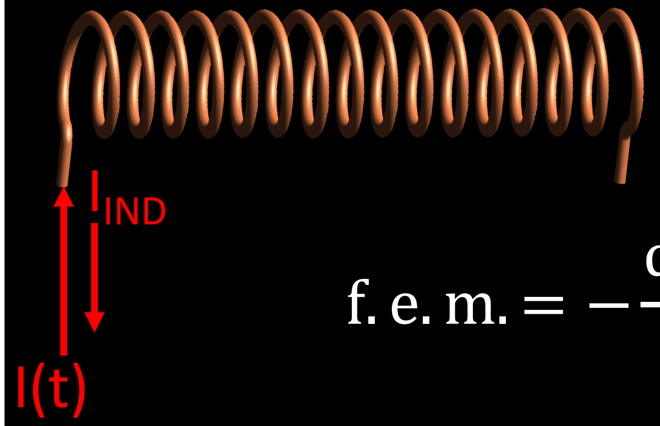
$= -100 \times 5\ 10^{-4} \times 4\ \pi\ 10^{-7} \times 2000 \times (-50) = 6{,}23$ mV



la corrente variabile nel primario produce una variazione di flusso che genera una corrente indotta nel secondario (accoppiamento magnetico) → i due circuiti sono isolati elettricamente

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

effetto dell'induttanza



$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

$$\phi_S(\vec{B}) = L\,I$$

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt} = -\frac{d(L\,I)}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

la I(t) produce una variazione di flusso che fa circolare una corrente I_{IND} che si oppone alla variazione della corrente I(t) che provoca la variazione di flusso:

se I cresce I_{IND} va nel verso contrario rallentando la crescita
se I decresce I_{IND} va nel verso contrario rallentando la decrescita

→ funzione di volano dell'induttore (sono permesse solo variazioni "lente" della corrente)
→ filtro per eliminare disturbi ad alta frequenza

Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

LUNEDÌ 4 ORE 10-11

esercitazione su:

autoflusso e induttanza

energia magnetica

induzione elettromagnetica (Faraday-Neumann-Lenz)