

# Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

## sorgenti, campi e loro interazioni

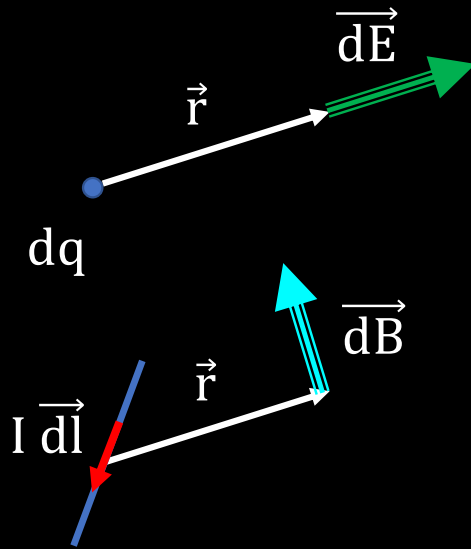
esercitazione su:

autoflusso e induttanza

energia magnetica

induzione elettromagnetica (Faraday-Neumann-Lenz)

$$\vec{dE}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} dq \frac{\hat{r}}{r^2}$$



$$\vec{dB}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I d\vec{l} \times \frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$\Phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{conc}}$$

$$\text{f. e. m.} = - \frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

$$\oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\left(\int_{S_{\gamma}} \vec{B} \cdot \hat{n} dS\right)}{dt}$$

$$\Delta V = \frac{L_{\text{CONS}}}{q} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\Delta V_{A \rightarrow B} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

$$\text{f. e. m.} = \frac{L_{\text{NON CONS}}}{q} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$\Phi_S(\vec{B}) = L I$$

$$E_{\text{piano}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$B_{\text{solenoid}} = \mu_0 n I$$

$$C_{\text{piano}} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

$$L_{\text{solenoid}} = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$$

$$U = \frac{1}{2} Q \Delta V$$

$$U = \frac{1}{2} \Phi_S(\vec{B}) I$$

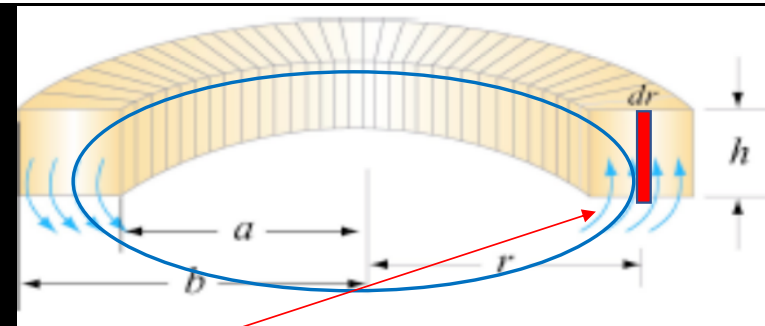
$$U = \frac{1}{2} C \Delta V^2$$

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$$u = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$

2) Calcolare il coefficiente di autoinduzione di un solenoide compatto costituito da  $N = 400$  spire avvolte intorno a un supporto toroidale a sezione rettangolare alto  $h = 1$  cm, di raggio interno  $a = 8$  cm, raggio esterno  $b = 10$  cm.



$$L = \frac{\Phi_S(\vec{B})}{I} = \frac{\cancel{NS} B}{I}$$

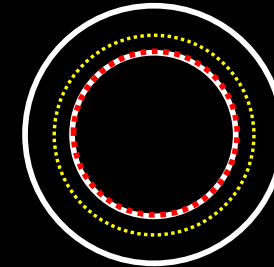
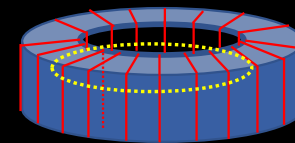
$$\Phi_{1\text{spira}}(\vec{B}) = \int_{S_\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{S_\gamma} \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} dS = \int_a^b \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} N h dr$$

$$L = \frac{\Phi_S(\vec{B})}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h I}{2\pi I} \ln \frac{b}{a} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$L_{\text{solenoid}} = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$$



N spire

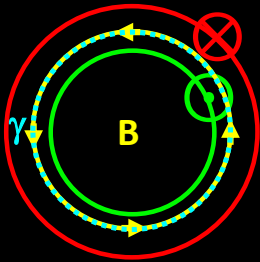


$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{conc}}$$

$$I_{\text{conc}} = N I$$

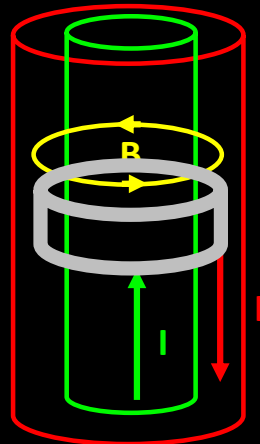
$$2\pi r B(r) = \mu_0 N I$$

$$B(r) = \mu_0 \frac{N}{2\pi r} I$$



4) Un cavo coassiale è costituito da due superfici cilindriche concentriche di raggi  $R_1$  e  $R_2 > R_1$  in cui scorre la stessa intensità di corrente ma in versi opposti.

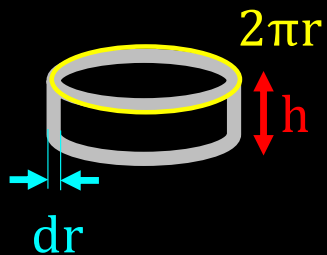
Determinare l'energia magnetica in un tratto di cavo lungo  $h$ .



$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{conc}} \quad u = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$

$$2\pi r B(r) = \mu_0 I \quad u = \frac{1}{2} \frac{\left(\mu_0 \frac{I}{2\pi r}\right)^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{I}{2\pi r}\right)^2$$

$$B(r) = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$$



$$U = \int_{\tau} u \, d\tau = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{I}{2\pi r}\right)^2 2\pi r h \, dr = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 h I^2}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

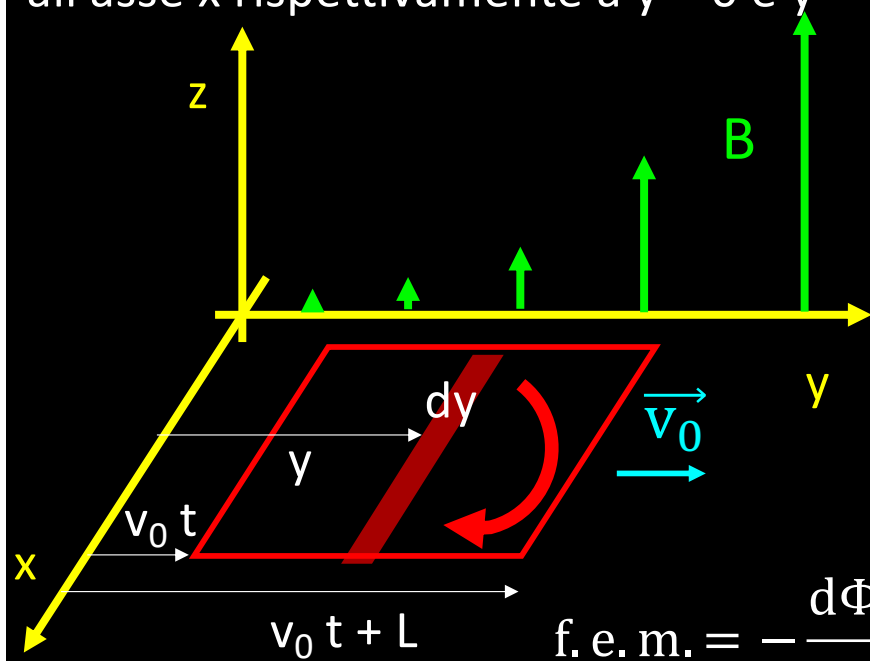
$$d\tau = 2\pi r h \, dr$$



9) Una spira quadrata, di lati lunghi  $L$  disposti parallelamente agli assi  $X$  e  $Y$ , si muove con velocità  $v_0$  nel verso delle  $Y$  crescenti.

Nello spazio è presente un campo magnetico di componenti  $B_x = B_y = 0$  e  $B_z = c y^2$ .

Determinare l'intensità della f.e.m. indotta nella spira che all'istante  $t = 0$  ha i lati paralleli all'asse  $x$  rispettivamente a  $y = 0$  e  $y = L$ .



$$\text{f. e. m.} = - \frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

$$\begin{aligned} \Phi_S(\vec{B}) &= \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS = \int_{v_0 t}^{v_0 t + L} B(y) L dy = \int_{v_0 t}^{v_0 t + L} c y^2 L dy \\ &= \frac{cL}{3} [(v_0 t + L)^3 - (v_0 t)^3] = \frac{cL}{3} [3(v_0 t)^2 L + 3(v_0 t) L^2 + L^3] \end{aligned}$$

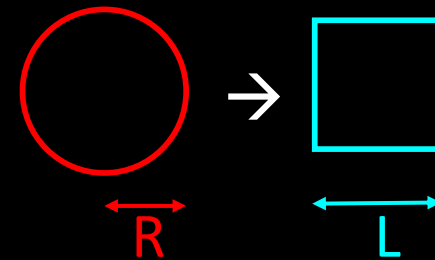
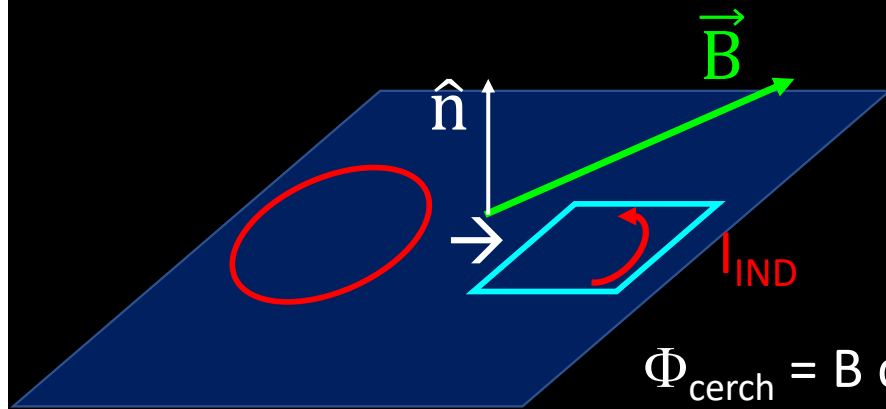
$$\text{f. e. m.} = - \frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt} = - \frac{cL}{3} [3v_0^2 2tL + 3v_0 L^2 + 0] = -cL^2 v_0 (2v_0 t + L)$$

$$f = |\text{f. e. m.}| = cL^2 v_0 (2v_0 t + L)$$

11) Un sottile anello di rame di raggio  $R = 4 \text{ cm}$  viene teso opportunamente trasformandolo in una spira quadrata.

La deformazione viene effettuata, mantenendo la planarità, in una zona dove è presente un campo magnetico uniforme  $B = 0,5 \text{ T}$  inclinato di  $30^\circ$  rispetto al piano.

Determinare la f.e.m. media  $f_{\text{med}} = -\Delta\Phi/\Delta t$  indotta nel conduttore sapendo che il cambiamento di forma avviene in  $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ .



$$2\pi R = 4L \rightarrow L = \pi R/2$$

$$\pi R^2 \rightarrow L^2 \rightarrow A = \pi^2 R^2/4$$

$$\Phi_{\text{cerch}} = B \cos 60^\circ \pi R^2 = B/2 \pi R^2 \rightarrow \Phi_{\text{quad}} = B/2 \pi^2 R^2/4$$

$$\Delta\Phi = B/2 [\pi^2 R^2/4 - \pi R^2]$$

$$f_{\text{med}} = -\Delta\Phi/\Delta t = - B/2 \pi R^2 [\pi/4 - 1]/\Delta t$$



13) Una spira quadrata di lato  $L = 2 \text{ cm}$  entra (e poi esce) a velocità costante  $v_0 = 3 \text{ m/s}$  in una zona di spazio profonda  $L$  dove c'è un campo uniforme  $B = 0,4 \text{ T}$  perpendicolare al piano della spira.

Graficare l'andamento temporale dell'**intensità della fem indotta** nella spira e determinare il suo **valore massimo**.

Fissato  $t = 0$  nell'istante in cui la spira inizia ad entrare ( $x = 0$ )

detta  $x$  la profondità di penetrazione,  $Lx$  è l'area della spira immersa nel campo  $B$

fino all'istante  $t^* = L/v_0$  il flusso aumenta:  $\Phi_S(\vec{B}) = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS = B Lx = B L v_0 t$

poi, fra  $t^*$  e  $2 t^*$  il flusso diminuisce:  $\Phi_S(\vec{B}) = B L^2 - B L v_0 (t - t^*)$

e poi resta nullo (spira fuori dal campo)

$$\text{f.e.m.} = - \frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt} \quad \text{se } 0 < t < t^* \rightarrow \text{f.e.m.} = - B L v_0$$

$$\text{f.e.m.} = - \frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt} \quad \text{se } t^* < t < 2t^* \rightarrow \text{f.e.m.} = + B L v_0$$

... l'**intensità** della fem indotta ...  $f = |\text{f.e.m.}| = B L v_0$

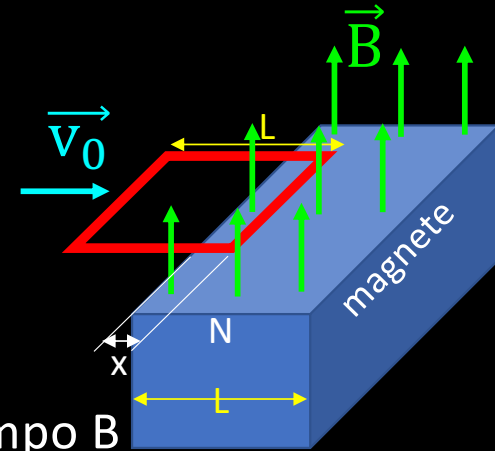


grafico: c

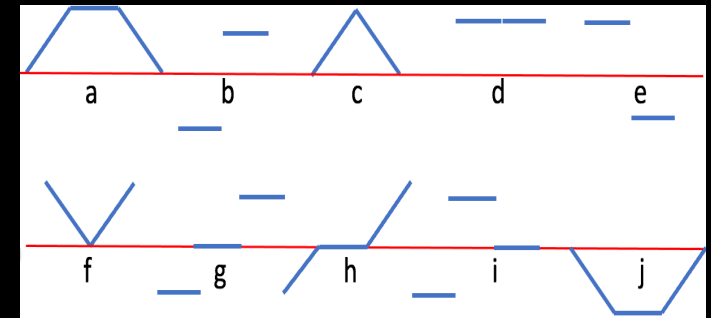


grafico: b

grafico: d

# Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

VENERDÌ 8 APRILE ORE 8:30-10:00

sistemi di capacità (serie-parallelo)

SECONDA PARTE: **CIRCUITI ELETTRICI**  
elementi circuitali

