Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

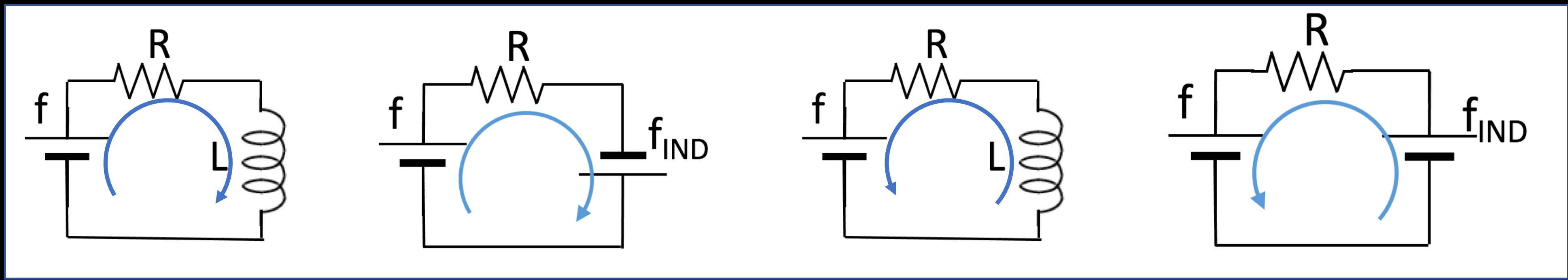
circuiti elettrici

elementi circuitali (induttanza)
considerazioni energetiche
correnti lentamente variabili

INDUTTANZE

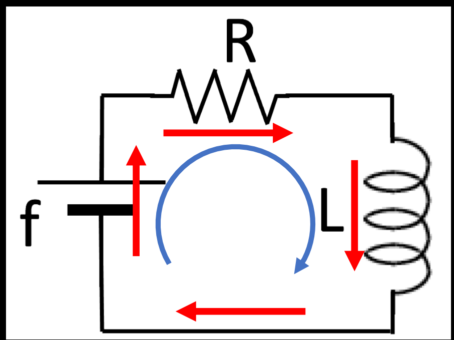
$$\mathrm{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

$$\mathrm{f.e.m.} = \oint_\gamma \vec{E}\,\vec{dl}$$



$V_0 + f$

$V_0 + f - R\,I$



V_0

$V_0 + f - R\,I + f_{IND}$

$$V_0 + f - R\,I + f_{IND} = V_0$$

$$\rightarrow f - R\,I + f_{IND} = 0$$

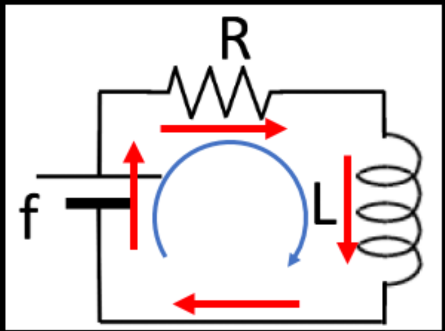
$$\boxed{\rightarrow f - R\,I - L\frac{dI}{dt} = 0}$$

INDUTTANZE

CONDIZIONI STAZIONARIE (c.c.)

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

$V_0 + f$ $\qquad$ $V_0 + f - R\,I$



V_0 $\qquad$ $V_0 + f - R\,I + f_{IND}$

$$V_0 + f - R\,I + f_{IND} = V_0$$

$$\rightarrow f - R\,I + f_{IND} = 0$$

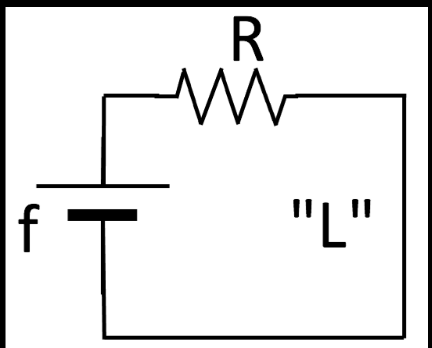
$$\boxed{\rightarrow f - R\,I - L\frac{dI}{dt} = 0}$$

IN CONDIZIONI STAZIONARIE LE GRANDEZZE ELETTRICHE NON VARIANO NEL TEMPO quindi:

$$dI/dt = 0$$

→ non c'è f.e.m. indotta

IN CONDIZIONI STAZIONARIE NON C'È d.d.p. AI CAPI DELLE INDUTTANZE



$$\rightarrow f - R\,I = 0$$

$$\rightarrow I = \frac{f}{R}$$

CAPACITA'

CONDIZIONI STAZIONARIE (c.c.)

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$\Delta V(t) = \frac{Q(t)}{C} = \frac{\int_0^t I(t')dt' + Q_0}{C}$$

IN CONDIZIONI STAZIONARIE LE GRANDEZZE ELETTRICHE NON VARIANO NEL TEMPO quindi:

$I(t)$ deve essere costante → $I(t) = I_0$

$\Delta V(t)$ deve essere costante → $\int_0^t I(t')dt' = \int_0^t I_0 dt' = I_0\, t$ → $I_0 = 0$

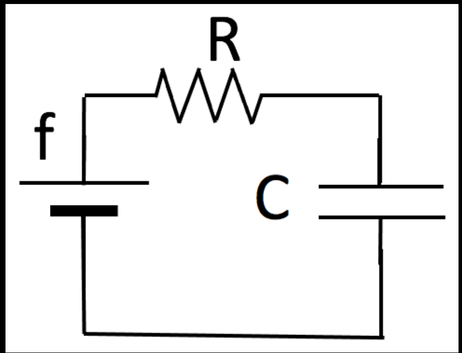
$$\Delta V(t) = \frac{Q_0}{C}$$

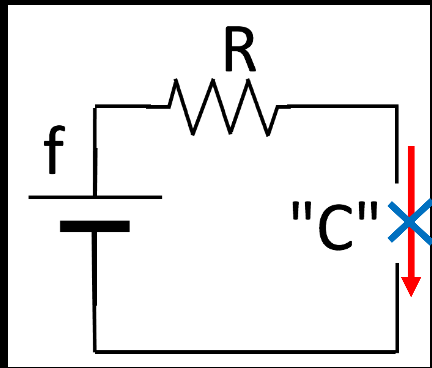
IN CONDIZIONI STAZIONARIE NELLE CAPACITÀ NON SCORRE CORRENTE

CAPACITA' E INDUTTANZE

CONDIZIONI STAZIONARIE (c.c.)
LE GRANDEZZE ELETTRICHE NON VARIANO NEL TEMPO

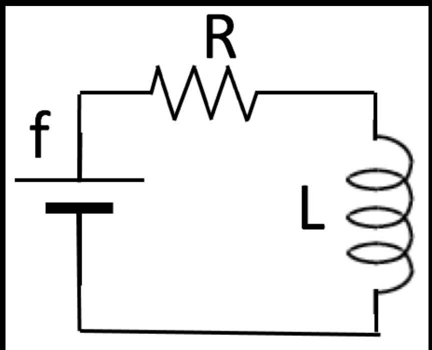
IN CONDIZIONI STAZIONARIE NELLE CAPACITÀ NON SCORRE CORRENTE

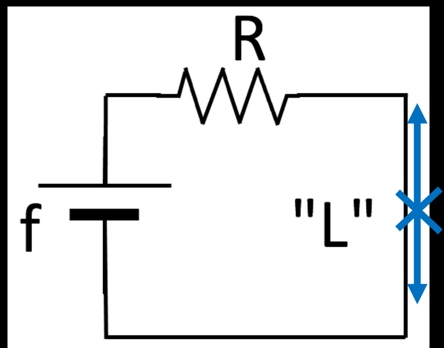




$\rightarrow I_C = 0$ $\Delta V_C = ?$

IN CONDIZIONI STAZIONARIE NON C'È d.d.p. AI CAPI DELLE INDUTTANZE





$\rightarrow \Delta V_L = 0$ $I_L = ?$

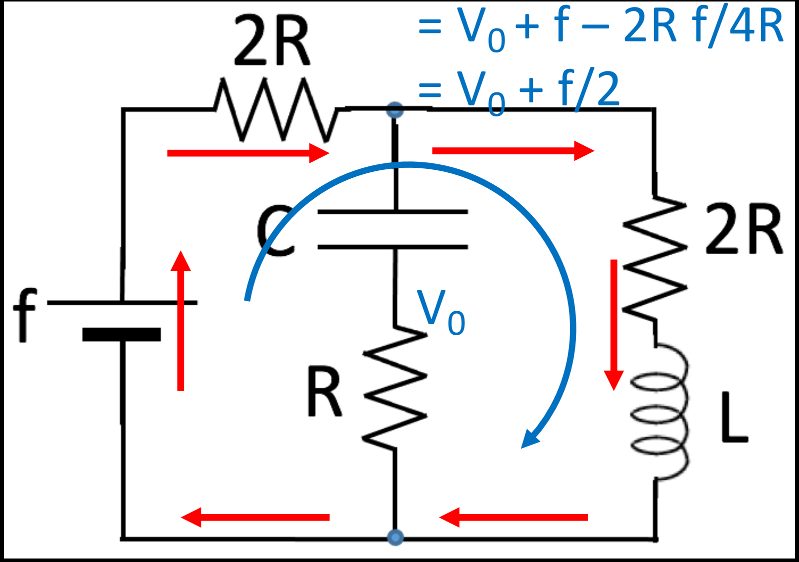
CAPACITA' E INDUTTANZE

CONDIZIONI STAZIONARIE (c.c.)

ESEMPIO

$V_0 + f - 2R\,I$

$V_0 + f$



V_0

$V_0 + f - 4R\,I$

$\Delta V_C = f/2$

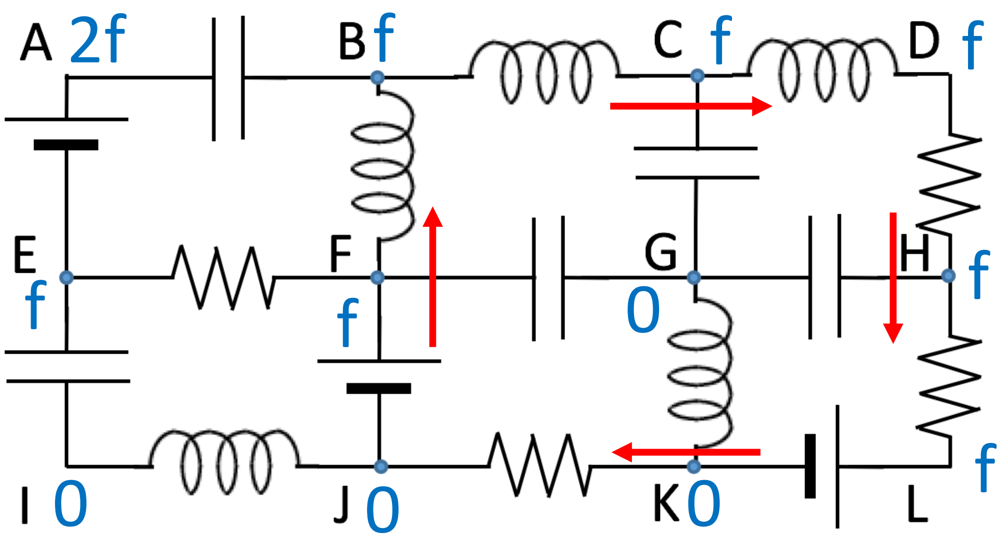
$I_L = f/4R$

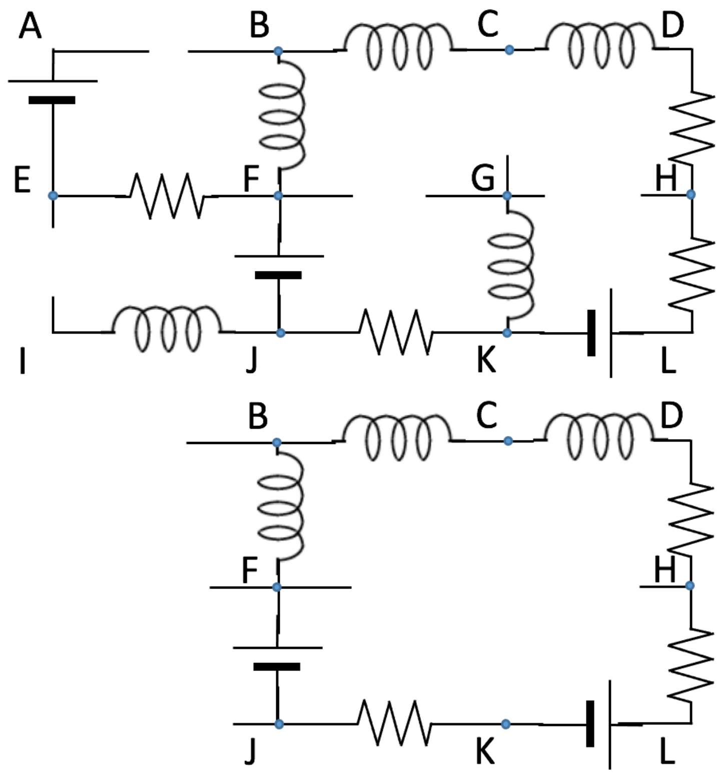
$V_0 + f - 4R\,I + f_{IND} = V_0$

$\rightarrow f - 4R\,I = 0 \rightarrow I = f/4R$

Nel circuito in figura f = 5 V, C = 100 nF, L = 0,1 mH e R = 10 Ω.
Determinare l'energia elettrostatica, il flusso di B nei vari induttori e la potenza complessivamente erogata dai generatori e quella complessivamente dissipata nelle resistenze.

>>> soluzione: U_{es} = 6,25 μJ; $\boxed{\Phi_i(B) = 0;\ P_{GEN} = 0,\ P_{RES} = 0}$





posto $V_J = 0$

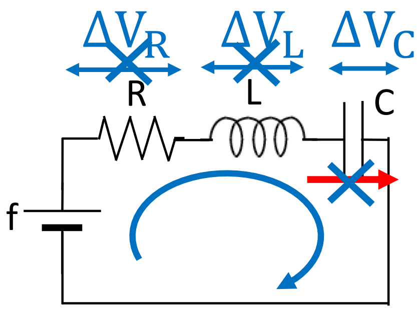
Ue.s. = 5 ½ C f²

$$V_J + \cancel{f} - R\,I - R\,I - \cancel{f} - R\,I = V_J$$

$$V_J - 3\,R\,I = V_J \qquad \rightarrow \quad I = 0$$

CONDIZIONI STAZIONARIE

RLC serie



$$I_{GEN} = I_R = I_L = I_C$$

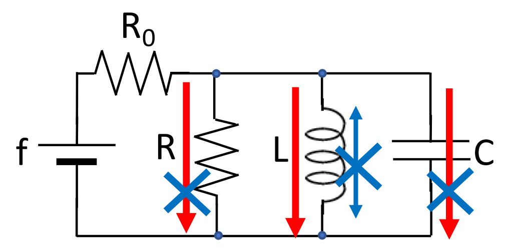
$$V_0 + f - R\,I - L\frac{dI}{dt} - \frac{Q}{C} = V_0$$

$$f = R\,I + L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C}$$

$$f = \Delta V_R + \Delta V_L + \Delta V_C$$

$$I = 0 \qquad \Delta V_C = f \qquad U = \frac{1}{2} C f^2$$

RLC parallelo



$$\Delta V_R = \Delta V_L = \Delta V_C$$

$$\Delta V_L = L\frac{dI}{dt} = 0$$

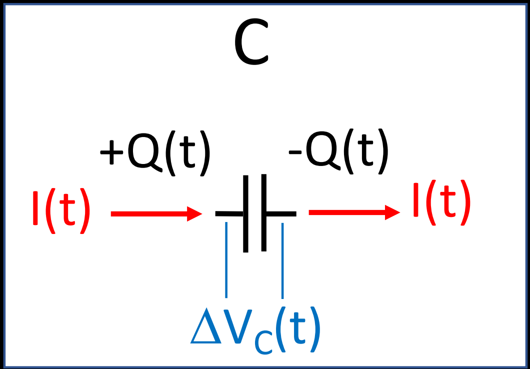
$$\Delta V_R = R\,I_R = \Delta V_L = 0 \rightarrow I_R = 0$$

$$\Delta V_R = \Delta V_C = \Delta V_L = 0$$

$$V_0 + f - R_0 I_L = V_0 \rightarrow I_L = \frac{f}{R_0}$$

$$U = \frac{1}{2} L \left(\frac{f}{R}\right)^2$$

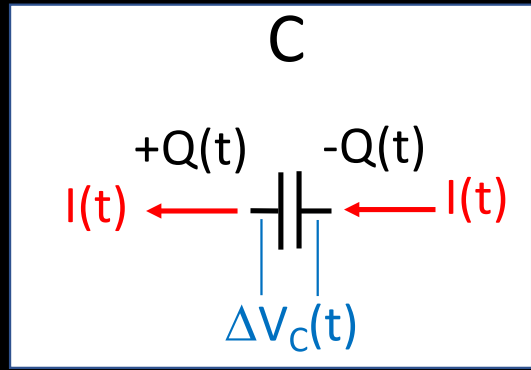
CONDIZIONI QUASI STAZIONARIE
CORRENTI LENTAMENTE VARIABILI



la corrente aumenta la carica positiva del condensatore (CARICA)

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{dQ(t)}{dt}$$

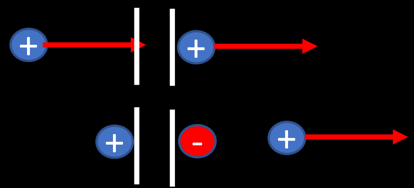
$$Q(t+dt) = Q(t) + I(t)\,dt$$



la corrente diminuisce la carica positiva del condensatore (SCARICA)

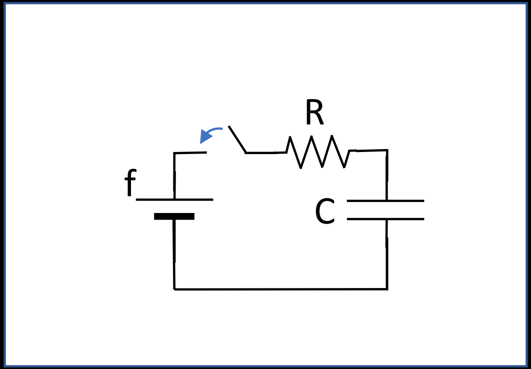
$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{-dQ(t)}{dt}$$

$$Q(t+dt) = Q(t) - I(t)\,dt$$



fra le armature non c'è corrente di conduzione ma corrente di spostamento dovuta alla variazione di **E**

CORRENTI LENTAMENTE VARIABILI



$$\Delta V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = \frac{Q_0 + \int_0^t I(t')dt'}{C}$$

$$t < 0 \quad I(t) = 0 \quad \Delta V_C(t) = \frac{Q_0}{C}$$

prima della commutazione dell'interruttore
il circuito è in condizioni stazionarie

$$t > 0 \quad V_0 + f - R\,I(t) - \frac{Q(t)}{C} = V_0$$

$$t = 0^+ \quad V_0 + f - R\,I(0^+) - \frac{Q(0^+)}{C} = V_0$$

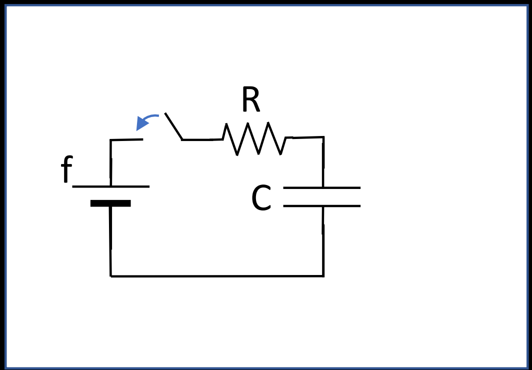
$$\Delta V_C(0^+) = \frac{Q(0^+)}{C} = \frac{Q_0 + I(t)\cancel{dt}}{C} = \frac{Q_0}{C}$$

subito dopo la commutazione, la corrente non ha tempo
sufficiente per variare significativamente la carica

la carica di un condensatore non cambia istantaneamente

CONDIZIONI QUASI STAZIONARIE
CORRENTI LENTAMENTE VARIABILI

CARICA DEL CONDENSATORE (inizialmente scarico)



$$\Delta V_C(0^+) = \Delta V_C(0^-) = \frac{Q(0^-)}{C} = \frac{Q_0}{C} = 0$$

$t > 0 \qquad V_0 + f - R\,I(t) - \frac{Q(t)}{C} = V_0$

$$f = R\,I(t) + \frac{Q(t)}{C} \qquad I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{dQ(t)}{dt}$$

$$f = R\frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C}$$

$$f\,C = RC\frac{dQ(t)}{dt} + Q(t)$$

$$f\,C - Q(t) = RC\frac{dQ(t)}{dt}$$

$$\frac{dt}{RC} = \frac{dQ(t)}{f\,C - Q(t)}$$

$$\int_0^t \frac{dt}{RC} = \int_{Q_0}^{Q(t)} \frac{dQ(t)}{f\,C - Q(t)}$$

$$\frac{t}{RC} = -\ln\left(\frac{f\,C - Q(t)}{f\,C - Q_0}\right)$$

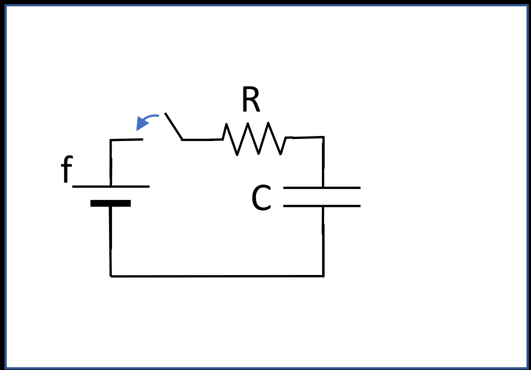
$$-\frac{t}{RC} = \ln\left(\frac{f\,C - Q(t)}{f\,C}\right)$$

$$e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{f\,C - Q(t)}{f\,C}$$

$$\boxed{Q(t) = f\,C\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}$$

CONDIZIONI QUASI STAZIONARIE
CORRENTI LENTAMENTE VARIABILI

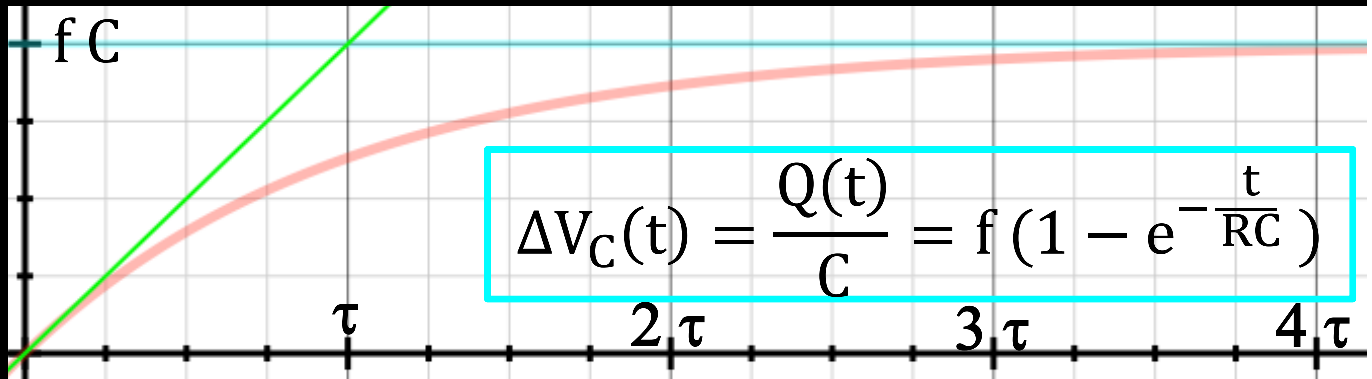
CARICA DEL CONDENSATORE (inizialmente scarico)



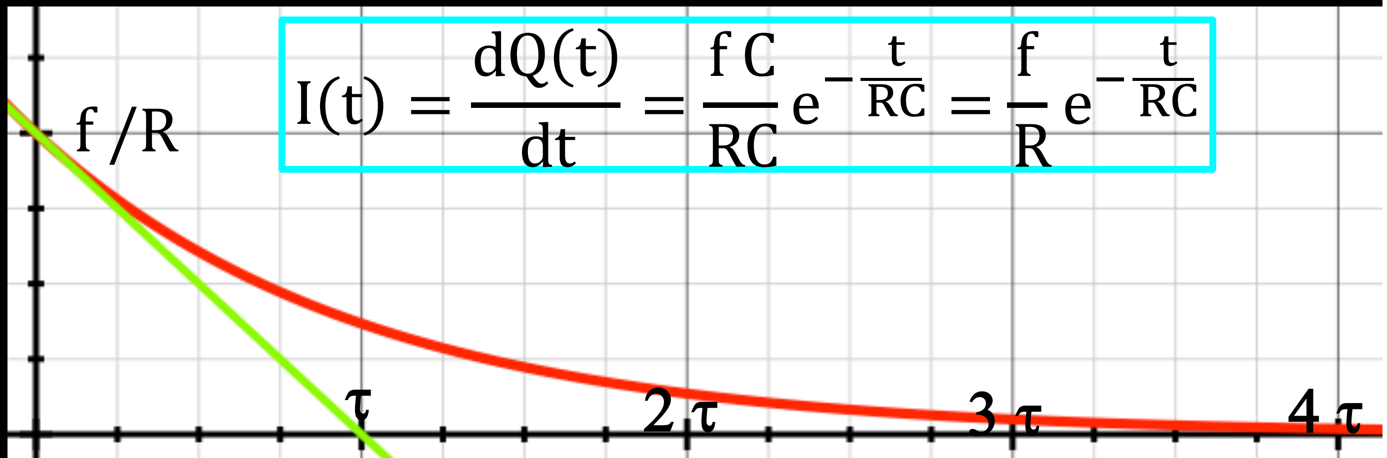
RC = τ

costante di tempo del circuito

$$Q(t) = f\,C\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$



$$\Delta V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = f\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$



$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{f\,C}{RC}\,e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{f}{R}\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

ESONERO

correzione in corso...

ancora un poco di pazienza...

Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

LUNEDÌ 19 APRILE ORE 10-11

ESERCIZI su

circuiti in condizioni stazionarie

considerazioni energetiche