

Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

esercitazione su:

onde elettromagnetiche

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v} \quad v = \lambda/T = \lambda\nu \quad \epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$v_{\text{vuoto}} = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{materia}} = v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

$$n = \frac{c}{v}$$

Indice di rifrazione

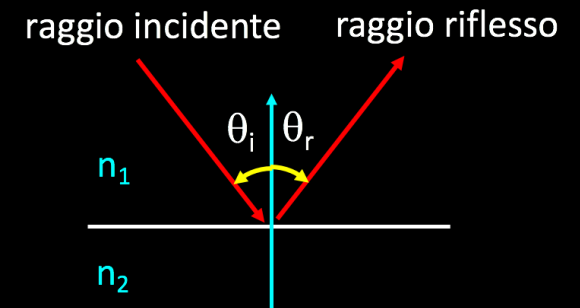
$$u = \epsilon_0 E^2$$

$$\frac{1}{A} \frac{dU}{dt} = \frac{P}{A} = u v = \frac{E^2}{Z_0} \text{ densità superficiale di potenza o intensità dell'onda (W/m}^2\text{)}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \Omega$$

impedenza caratteristica del vuoto

10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	chilo	k
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p



1) Il campo elettrico di un'onda piana che si propaga nel vuoto nel verso delle x crescenti è descritta, per $t = 0$, da $E_y(x,0) = a \sin(bx)$ con $E_0 = 6 \text{ V/m}$.

Determinare nell'ordine:

- 1) l'ampiezza del campo magnetico
- 2) la lunghezza d'onda sapendo che la frequenza dell'onda è 10 GHz
- 3) il valore di b
- 4) l'andamento spaziale del campo elettrico per $t = 3 \text{ ns}$.
- 5) l'espressione del campo magnetico

1) $\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$ $B_0 = E_0/c = 6/3 \cdot 10^8 = 20 \text{ nT}$

2) $v = \lambda/T = \lambda \nu$ $\lambda = c/\nu = 3 \cdot 10^8 / 10 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 3 \text{ cm}$

3) $E_y(x, 0) = E_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{0}{T} \right) \right]$ $b = 2\pi/\lambda = 200\pi/3 \text{ m}^{-1}$

4) $2\pi t/T = 2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-9} \text{ s} \cdot 10^{10} \text{ Hz} = 60\pi \rightarrow E_y(x, 3\text{ns}) = 6 \text{ V/m} \sin\{(200\pi/3 x[\text{m}]) - 60\pi\}$
 $= 6 \sin(200\pi/3 x[\text{m}]) \text{ V/m}$

5) $B_z(x,t) = 20 \text{ nT} \sin\{200\pi/3 x[\text{m}] - 2\pi \cdot 10^{10} t[\text{s}]\}$

2) Un'onda radio di frequenza ν che nel vuoto avrebbe lunghezza d'onda λ_0 , viaggia in un materiale con velocità n volte inferiore a quella che avrebbe nel vuoto. Determinare la lunghezza d'onda della radiazione.

$$c = \lambda_0 \nu$$

$$v = \lambda \nu$$

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0}{\lambda} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

$$n = \frac{c}{v}$$

3) Il campo elettrico di un'onda elettromagnetica piana che si propaga in un materiale è descritto dall'equazione $E_y(x,t) = E_0 \sin(x/a - bt)$ con $E_0 = 10 \text{ V/m}$, $a = 0,01 \text{ mm}$, $b = 2 \cdot 10^{13} \text{ rad/s}$. Determinare l'indice di rifrazione del materiale.

$$b = \frac{2\pi}{T}$$

$$a = \frac{\lambda}{2\pi}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = ab = 10^{-5} \text{ m} \times 2 \cdot 10^{13} \text{ rad/s} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1,5 \quad (\text{vetro, plexiglas})$$

$$n = \frac{c}{v}$$

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

$$E_y(x,t) = E_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

4) Un'onda e.m. piana di frequenza $\nu = 100$ MHz viaggia nel vuoto in direzione x . Il valore massimo del campo elettrico è 30 V/m. Determinare la lunghezza d'onda, il valore massimo del campo magnetico e la densità di energia trasportata

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{10^8 \text{ s}^{-1}} = 3 \text{ m}$$

$$B_0 = E_0/c = 30/3 \cdot 10^8 = 10^{-7} = 0,1 \text{ } \mu\text{T}$$

$$\nu = \lambda/T = \lambda \nu$$

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$$

$$u = \varepsilon_0 E^2$$

$$E_y(x, t) = E_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

$$u = \varepsilon_0 E^2 = \varepsilon_0 E_0^2 \sin^2 \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t \right) \right]$$

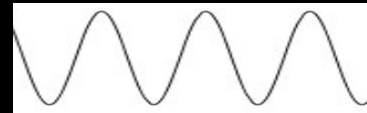
$$\varepsilon_0 E_0^2 = 8,86 \cdot 10^{-12} \times 30^2 = 8 \text{ nJ/m}^3$$

5) Il campo elettrico di un'onda piana unidimensionale è dato nella forma $E_y(x,t) = 20 \cos[4\pi \cdot 10^6 (2,8 \cdot 10^8 t - x)] \text{ V/m}$ con t espresso in secondi e x in metri.

Determinare la velocità di propagazione, la lunghezza d'onda e la frequenza dell'onda.

$$\begin{aligned} E_y(x,t) &= 20 \cos[4\pi \cdot 10^6 (2,8 \cdot 10^8 t - x)] \text{ V/m} \\ &= 20 \cos[2\pi (5,6 \cdot 10^{14} t - 2 \cdot 10^6 x)] \text{ V/m} \\ &= 20 \cos[2\pi (2 \cdot 10^6 x - 5,6 \cdot 10^{14} t)] \text{ V/m} \end{aligned}$$

$$E_y(x,t) = E_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$



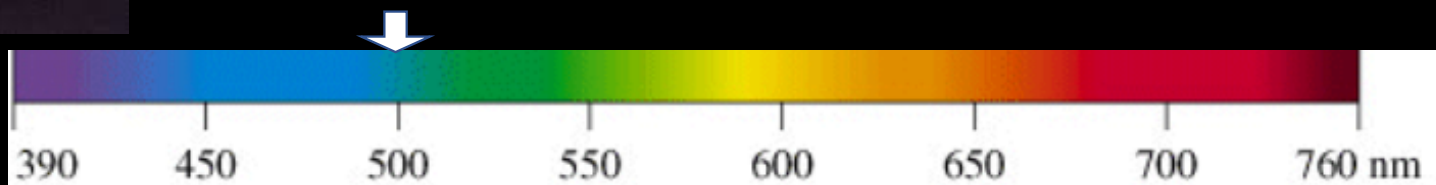
$$v = \lambda \nu$$

$$\lambda = (2 \cdot 10^6 \text{ m})^{-1} = 0,5 \mu\text{m}$$

$$\nu = 5,6 \cdot 10^{14} = 560 \text{ THz}$$

$$v = \lambda \nu = 0,5 \cdot 10^{-6} \times 5,6 \cdot 10^{14} = 2,8 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2,8 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1,07 \text{ (aerogel)}$$



6) Determinare la velocità di propagazione di un'onda elettromagnetica in un materiale che ha costante dielettrica $\varepsilon = 2,5 \varepsilon_0$ e permeabilità magnetica μ_0 .

$$v_{\text{materia}} = v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{2,5 \varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{2,5}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{2,5}} = 1,89 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

7) Un'onda elettromagnetica piana viaggia in un materiale con velocità $c/3$. Il campo elettrico che oscilla lungo la direzione dell'asse x con frequenza $\nu = 1$ MHz ha un'ampiezza di 10 V/m. Determinare la lunghezza d'onda λ e la densità di energia trasportata.

(vedi esercizio 4)

$$v = \lambda/T = \lambda \nu$$

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c/3}{10^6 \text{ s}^{-1}} = \frac{10^8 \text{ m/s}}{10^6 \text{ s}^{-1}} = 100 \text{ m (onde radio AM)}$$

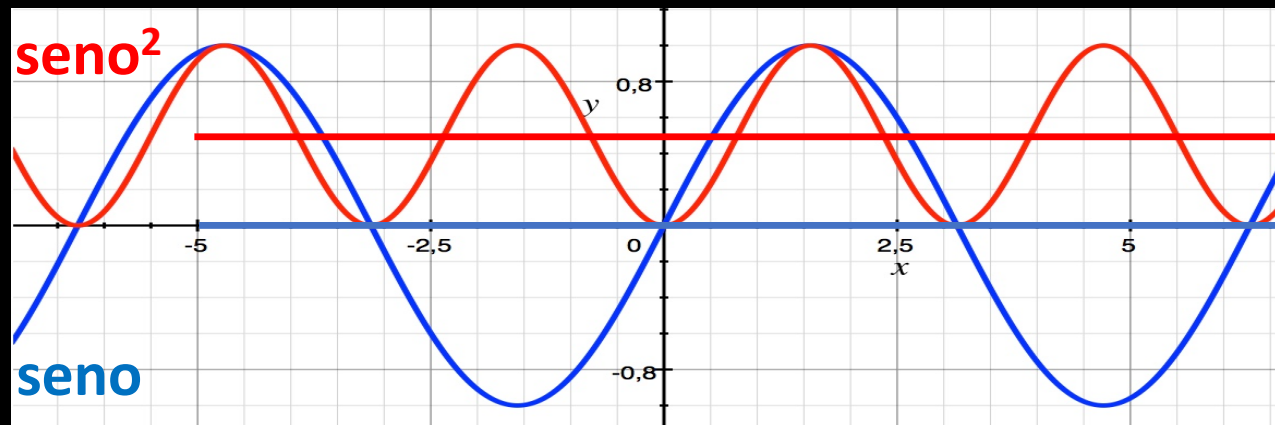
$$u = \epsilon_0 E^2$$

$$E_y(x, t) = E_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

$$u = \epsilon_0 E^2 = \epsilon_0 E_0^2 \sin^2 \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t \right) \right]$$

$$\epsilon_0 E_0^2 = 8,86 \cdot 10^{-12} \times 10^2 = 0,89 \text{ nJ/m}^3$$

u(x,t)... ma in media?



seno²: media = 1/2

seno: media = 0

8) Un'onda piana si propaga nell'aria e ha una ampiezza massima del campo elettrico $E_0 = 6 \text{ mV/m}$. Calcolare:

a) l'intensità del campo magnetico;

b) la densità di potenza dell'onda.

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$$

a) $B_0 = E_0/c = 6 \cdot 10^{-3} / 3 \cdot 10^8 = 20 \text{ pT}$

$$I = \frac{1}{A} \frac{dU}{dt} = \frac{P}{A} = u v = \frac{E^2}{Z_0} \text{ densità di potenza o intensità dell'onda (W/m}^2\text{)}$$

b) $I = \frac{E^2}{Z_0} = \frac{E_0^2 \sin^2 \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - vt \right) \right]}{Z_0}$

$$\frac{E_0^2}{Z_0} = \frac{(6 \cdot 10^{-3})^2}{377} = 96 \frac{\text{nW}}{\text{m}^2}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \Omega$$

impedenza caratteristica del vuoto

$$I_{\text{medio}} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{Z_0} = \frac{E_0^2}{2Z_0} = 48 \frac{\text{nW}}{\text{m}^2}$$

9) Il campo elettrico di un'onda piana monocromatica nel vuoto ha come unica componente $E_y(x,t) = a \sin(bx - \omega t)$ con $a = 0,6 \text{ V/m}$, $b = \pi \text{ m}^{-1}$, $\omega = 6\pi \cdot 10^8 \text{ rad/s}$. Determinare l'espressione del suo campo magnetico.

$$B_z(x, t) = B_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] = B_0 \sin[kx - \omega t]$$

$$B_0 = E_0/c = 0,6/3 \cdot 10^8 = 2 \text{ nT}$$

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$$

$$b = \frac{2\pi}{\lambda} = \pi \text{ m}^{-1}$$

$$B_z(x,t) = 2\text{nT} \sin(\pi x[\text{m}] - 6\pi \cdot 10^8 t[\text{s}])$$

10) Un'onda elettromagnetica piana di frequenza $\nu = 500$ kHz viaggia nel vuoto con intensità massima del campo magnetico $B_0 = 10$ nT.

Determinare la lunghezza d'onda λ e il valore massimo del campo elettrico.

$$v = \lambda/T = \lambda\nu$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}} = 600 \text{ m}$$

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$$

$$E_0 = B_0 c = 10 \cdot 10^{-9} \times 3 \cdot 10^8 = 3 \text{ V/m}$$

ESONERO CIRCUITI

27/5 8:15-10:00

Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

VENERDÌ 20 MAGGIO ORE 8:30-10:00
PRODIGIT attivo fino alle 8:40

ottica geometrica

