adalberto.sciubba@uniroma1.it

onde elettromagnetiche

esercitazione su:

onde armoniche piane
vettore di Poynting

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$$

$$E_y(x,t) = E_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] = E_0 \sin[kx - \omega t]$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$B_z(x,t) = B_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] = B_0 \sin[kx - \omega t]$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\vec{J} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \qquad J = \frac{1}{S}\frac{dU}{dt} = \frac{dP}{dS} = u\,v = \frac{E^2}{Z_0} \qquad J_{med} = \frac{E_0^2}{2\,Z_0} = \frac{E_{eff}^2}{Z_0}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda}{2\pi}\frac{2\pi}{T} = \frac{\omega}{k}$$

$$P = \int \vec{J}\;\hat{n}\,dS \qquad u = \varepsilon_0\,E^2 \qquad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377\ \Omega$$

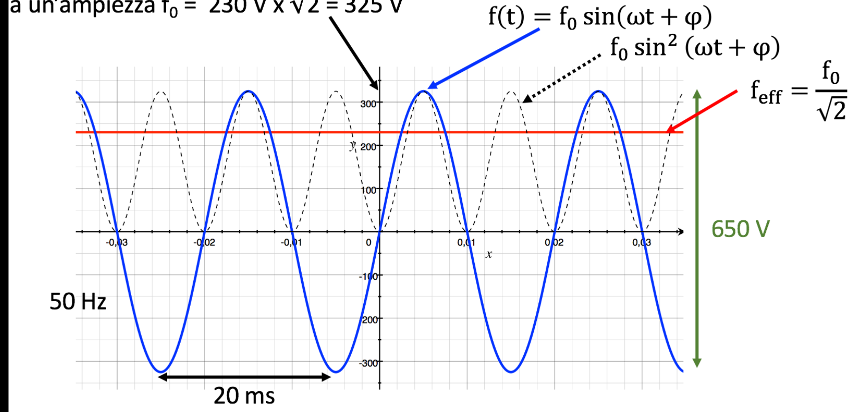
$$n = \frac{c}{v}$$

$$f_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt$$

$$f_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt}$$

$$\textit{se } f(t) \text{ è armonica } f_{eff} = \frac{f_0}{\sqrt{2}}$$

Per esempio la linea di alimentazione a 230 V (efficaci) corrisponde a un'ampiezza $f_0 = 230 \text{ V} \times \sqrt{2} = 325$ V



1) Il campo elettrico di un'onda piana che si propaga nel vuoto nel verso delle x crescenti è descritta, per t = 0, da $E_y = a \sin(bx)$; $E_z = 0$ con $E_{eff} = 1{,}41$ V/m.

Determinare:

1) l'ampiezza del campo elettrico
2) la lunghezza d'onda sapendo che la frequenza dell'onda è 10 GHz
3) il valore di b
4) l'andamento spaziale del campo elettrico per t = 3 ns.

$$E_y(x,t) = E_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]$$

$v = \lambda/T \rightarrow c = \lambda\, \nu$

$$E_{eff} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad E_0 = \sqrt{2}\ E_{eff} \quad \rightarrow \quad a = E_0 = 2\ \mathrm{V/m}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}}{10 \cdot 10^9\ \mathrm{Hz}} = 3\ \mathrm{cm}$$

$$b = \frac{2\pi}{\lambda} = k = \frac{2\pi}{3 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}} = \frac{200\,\pi}{3}\ \mathrm{m}^{-1}$$

$$E_y(x, 3\ \mathrm{ns}) = 2\ \mathrm{V/m} \sin\left(\frac{200\,\pi}{3} x[\mathrm{m}] - 2\pi \cdot 10^{10} \times 3 \cdot 10^{-9}\right) = 2\ \mathrm{V/m} \sin\left(\frac{200\,\pi}{3} x[\mathrm{m}] - 60\,\pi\right)$$

$$= 2\ \mathrm{V/m} \sin\left(\frac{200\,\pi}{3} x[\mathrm{m}]\right)$$

1) Il campo elettrico di un'onda piana che si propaga nel vuoto nel verso delle x crescenti è descritta, per t = 0, da $E_y = a \sin(bx)$; $E_z = 0$ con $E_{eff} = 1{,}41$ V/m.
Determinare:

5) l'intensità <u>media</u> dell'onda
6) l'espressione del campo magnetico

$$f_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt$$

$$f_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt}$$

$$J(x,t) = \frac{E^2(x,t)}{Z_0} \rightarrow J_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{E^2(x,t)}{Z_0}\,dt = \frac{\frac{1}{T}\int_0^T E^2(x,t)dt}{Z_0} = \frac{{E_{eff}}^2}{Z_0} = \frac{{E_0}^2}{2Z_0} = 5{,}3\ \mathrm{mW/m^2}$$

$$E_y(x, 3\ \mathrm{ns}) = 2\ \mathrm{V/m}\ \sin\left(\frac{200\,\pi}{3} x[\mathrm{m}] - 2\pi \cdot 10^{10} \times 3 \cdot 10^{-9}\right)$$

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v} \rightarrow E = B\,c \rightarrow B = E/c$$

$$B_z(x,t) = \frac{2\ \mathrm{V/m}}{3 \cdot 10^8 \mathrm{m/s}} \sin\left(\frac{200\,\pi}{3}\ x[\mathrm{m}] - 2\pi \cdot 10^{10} \times t[\mathrm{s}]\right)$$

$$B_z(x,t) = \frac{20}{3}\mathrm{nT}\sin\left(\frac{200\,\pi}{3}\ x[\mathrm{m}] - 2\pi \cdot 10^{10} \times t[\mathrm{s}]\right)$$

5) Il vettore di Poynting di un'onda piana che si propaga nel vuoto nel verso crescente dell'asse x ha l'espressione $J(x,t) = J_0 \sin^2(kx - \omega t)$ con $J_0 = 40\ mW/m^2$; $\omega = 3\ 10^9$ rad/s. Determinare il numero d'onda k, l'intensità media dell'onda e i valori massimi dei campi E e B

$$v = \frac{\omega}{k} \rightarrow k = \frac{\omega}{c} = \frac{3 \cdot 10^9\ rad/s}{3 \cdot 10^8\ m/s} = 10\ m^{-1}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$$

$$J(x,t) = \frac{E^2(x,t)}{Z_0} = \frac{E_0^2 \sin^2(kx - \omega t)}{Z_0} = \frac{E_0^2}{Z_0}\sin^2(kx - \omega t)$$

$$J_{med} = \frac{E_0^2}{2\ Z_0}$$

$$\rightarrow J_0 = \frac{E_0^2}{Z_0} \rightarrow J_{med} = \frac{J_0}{2} = 20\ mW/m^2$$

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$$

$$J_0 = \frac{E_0^2}{Z_0} \rightarrow E_0 = \sqrt{J_0 Z_0} = 3{,}88\frac{V}{m}$$

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{3{,}88\ V/m}{3 \cdot 10^8\ m/s} = 12{,}3\ nT$$

9) Un'onda e.m. piana di frequenza ν = 100 MHz viaggia nel vuoto in direzione x.
La potenza media trasmessa per unità di superficie è 100 W/m^2.
Determinare il numero d'onda k, il valore massimo del campo magnetico e la densità media di energia trasportata

$$v = \frac{\omega}{k} \rightarrow k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi \times 100 \cdot 10^6 \text{ rad/s}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = \frac{2\pi}{3} \text{ m}^{-1}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$$

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{\sqrt{2 \, J_{med} \, Z_0}}{c} = \frac{275 \text{ V/m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 0{,}91 \,\mu\text{T}$$

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$$

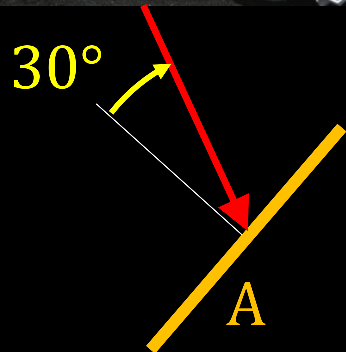
$$J_{med} = \frac{E_0^2}{2 \, Z_0}$$

$$u_{med} = \frac{J_{med}}{c} = \frac{100 \text{ W/m}^2}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 0{,}33 \,\mu\text{J/m}^3$$

$$J = u \, v$$

12) La luce solare incide su una cella fotovoltaica di area A = 10 cm^2 formando un angolo θ = 30° rispetto alla normale alla superficie.
Sapendo che il campo magnetico sinusoidale ha un'ampiezza di 3 μT e che solo il 15% della potenza luminosa viene convertita in potenza elettrica determinare la potenza elettrica media

$$\eta = \frac{P_{generata}}{P_{assorbita}} = 0{,}15 \qquad P_{assorbita} = \int \vec{J}\,\hat{n}\,dS = J\,A\cos\vartheta$$



$$P = \int \vec{J}\,\hat{n}\,dS$$

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$$

$$J_{med} = \frac{E_0^2}{2\,Z_0}$$

$$E_0 = B_0\,c = 3 \cdot 10^{-6}\,T \times 3 \cdot 10^{8} m/s = 900\,V/m$$

$$J_{med} = \frac{E_0^2}{2\,Z_0} = 1074\,W/m^2$$

$$P_{generata} = \eta\,J\,A\cos\vartheta = 0{,}15 \times 1074\,W/m^2 \times 10 \cdot 10^{-4} m^2 \times \cos(30°) = 0{,}14\,W$$

Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

VENERDÌ 21 MAGGIO ORE 8:30-10:00

ottica geometrica
- convenzioni
- riflessione
- specchi