

Complementi di fisica generale

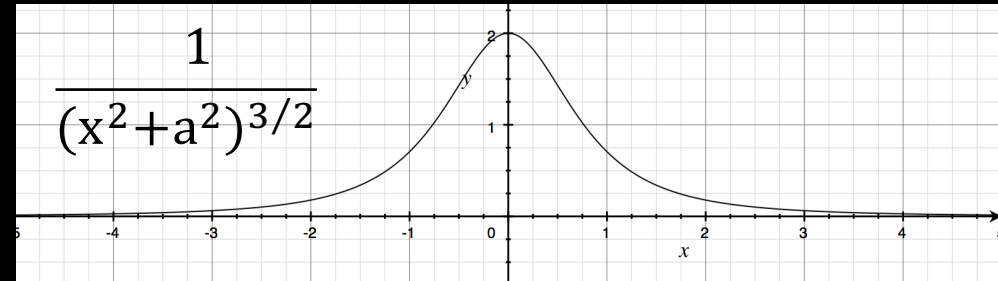
adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

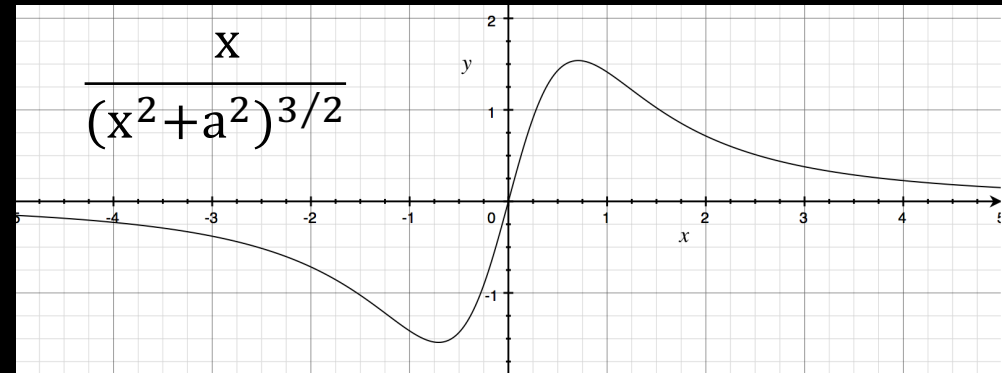
esercitazione su:

campo elettrico
teorema di Gauss

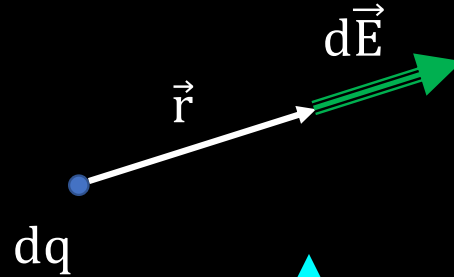
$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + c$$



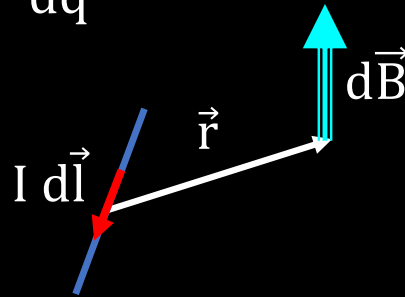
$$\int \frac{x \, dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} + c$$



$$\overrightarrow{dE(\vec{r})} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} dq \frac{\hat{r}}{r^2}$$



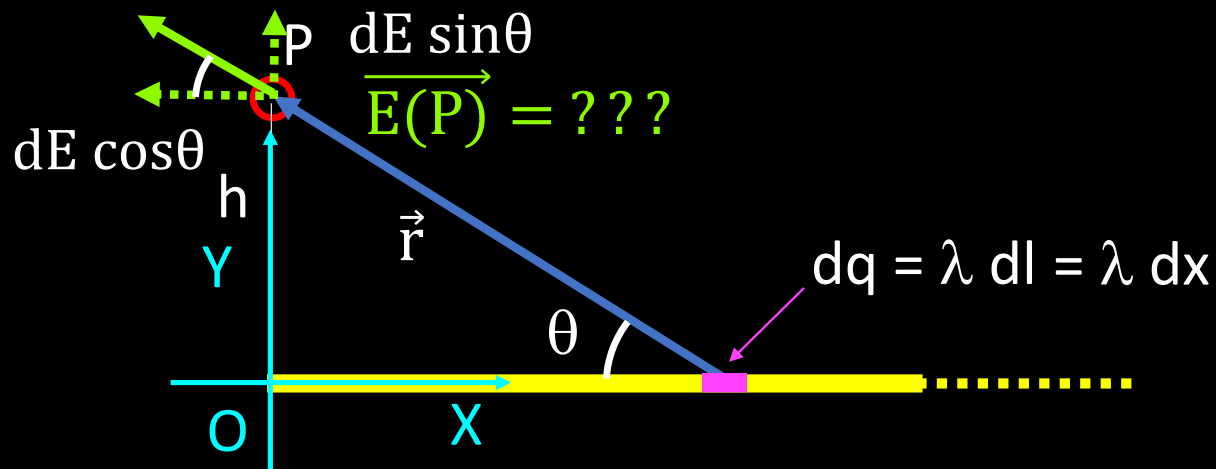
$$\overrightarrow{dB(\vec{r})} = \frac{\mu_0}{4\pi} I d\vec{l} \times \frac{\hat{r}}{r^2}$$



$$\phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

2) Determinare l'intensità del campo elettrico generato nel punto P da una carica uniformemente distribuita lungo una semiretta con densità $\lambda = 1 \text{ nC/m}$. Il punto P è sulla perpendicolare alla semiretta in corrispondenza della sua estremità, a distanza $h = 1,4 \text{ cm}$.

>>> soluzione: $E = 900 \text{ N/C}$



$$d\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} dq \frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2 + h^2}$$

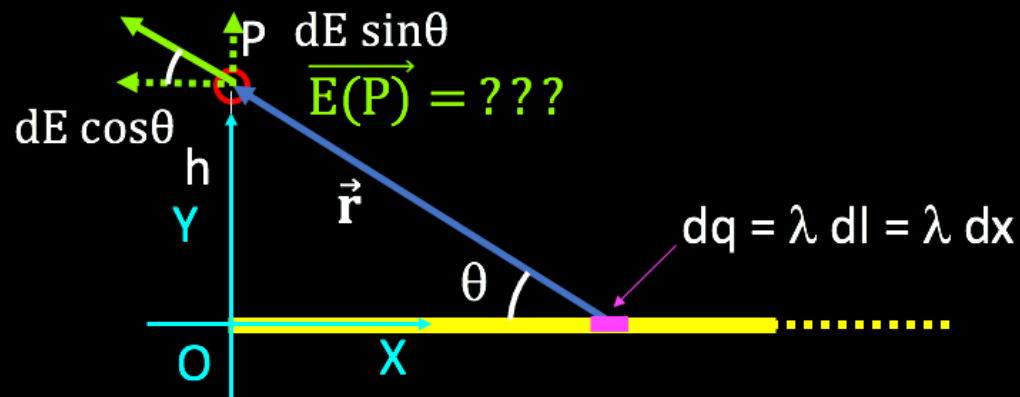
$$\int \frac{x dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} + c$$

$$dE_x = -dE \cos\theta = -dE \frac{x}{r} = -dE \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

$$E_x = \int_0^\infty -dE \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}} = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\infty \frac{x dx}{(x^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + h^2}} \Big|_0^\infty = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{h}$$

2) Determinare l'intensità del campo elettrico generato nel punto P da una carica uniformemente distribuita lungo una semiretta con densità $\lambda = 1 \text{ nC/m}$. Il punto P è sulla perpendicolare alla semiretta in corrispondenza della sua estremità, a distanza $h = 1,4 \text{ cm}$.

>>> soluzione: $E = 900 \text{ N/C}$



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2 + h^2}$$

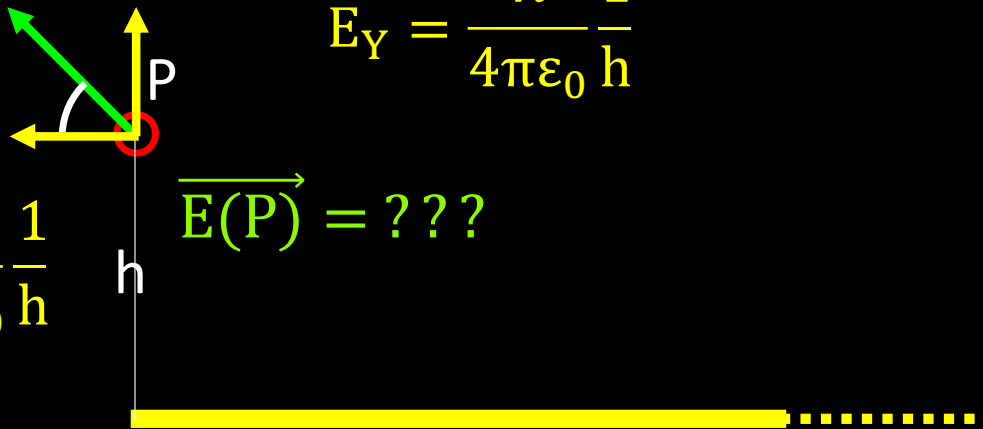
$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + c$$

$$dE_Y = dE \sin\theta = dE \frac{h}{r} = dE \frac{h}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

$$E_Y = \int_0^\infty dE \frac{h}{\sqrt{x^2 + h^2}} = \frac{\lambda h}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\infty \frac{dx}{(x^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{\lambda h}{4\pi\epsilon_0 h^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}} \Big|_0^\infty = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{h}$$

2) Determinare l'intensità del campo elettrico generato nel punto P da una carica uniformemente distribuita lungo una semiretta con densità $\lambda = 1 \text{ nC/m}$. Il punto P è sulla perpendicolare alla semiretta in corrispondenza della sua estremità, a distanza $h = 1,4 \text{ cm}$.

>>> soluzione: $E = 900 \text{ N/C}$



$$E_Y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{h}$$

$$E_X = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{h}$$

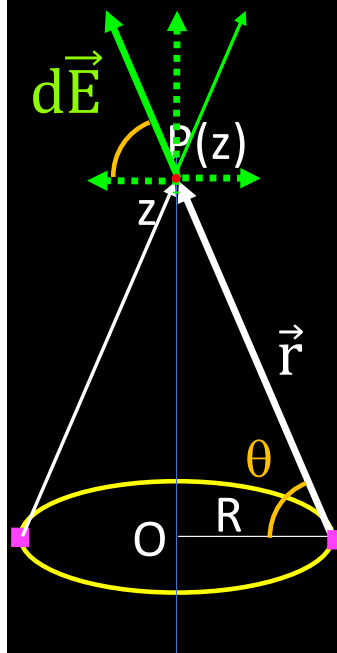
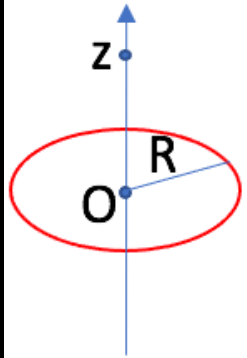
$$\vec{E}(P) = ???$$

$$E = \sqrt{E_X^2 + E_Y^2} = \sqrt{\left(-\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{h}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{h}\right)^2} = \sqrt{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{h}$$

$$= \sqrt{2} \times 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times \frac{10^{-9} \frac{\text{C}}{\text{m}}}{1,4 \cdot 10^{-2} \text{m}} = 900 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

3) Determinare direzione, intensità e verso del campo elettrico nei punti sull'asse di una spira di raggio R uniformemente carica con densità lineare λ .

>>> soluzione: $E = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{z^2 + R^2}$$

$$\overrightarrow{dE(\vec{r})} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} dq \frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$dE_z = dE \sin\theta = dE \frac{z}{r} = dE \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{z \lambda dl}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

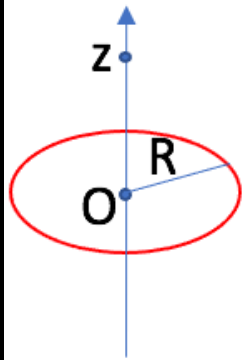
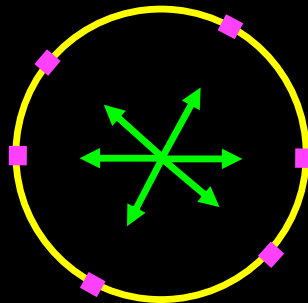
$$E_z(z) = \int_0^{2\pi R} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{z \lambda dl}{(z^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{z \lambda 2\pi R}{(z^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

3) Determinare direzione, intensità e verso del campo elettrico nei punti sull'asse di una spira di raggio R uniformemente carica con densità lineare λ .

$$E_z(z) = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

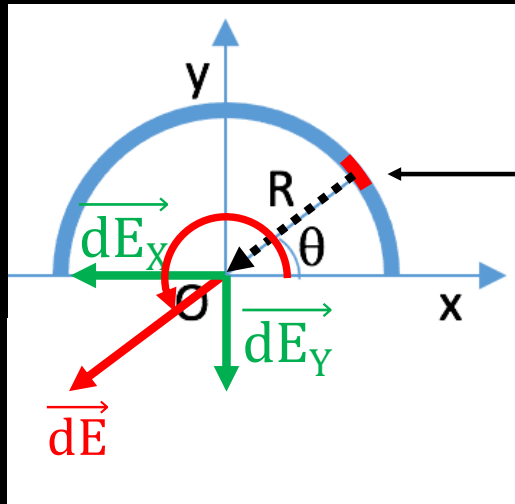
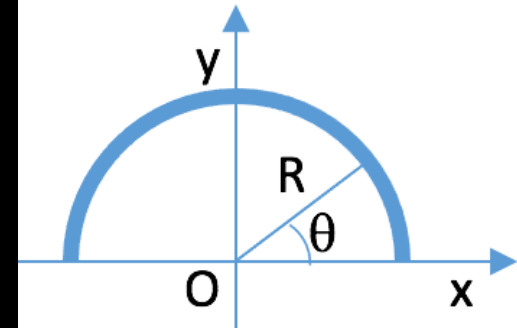
$$\vec{E}(0,0,z) = \hat{k} \left[\frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \right]$$

se $z = 0$ $E(0) = 0$



5) La semi-spira di raggio R in figura è carica con densità lineare λ . Determinare in O l'intensità del campo elettrico e disegnarne direzione e verso.

>>> soluzione: $E_x = 0$; $E_y = -\lambda/2\pi\epsilon_0 R$



$$dq = \lambda R d\theta$$

$$\overrightarrow{dE(\vec{r})} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} dq \frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$dE(\theta) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda R d\theta}{R^2}$$

$$dE_x = dE \cos(\pi + \theta) = -dE \cos(\theta) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda \cos(\theta) d\theta}{R}$$

$$dE_y = dE \sin(\pi + \theta) = -dE \sin(\theta) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda \sin(\theta) d\theta}{R}$$

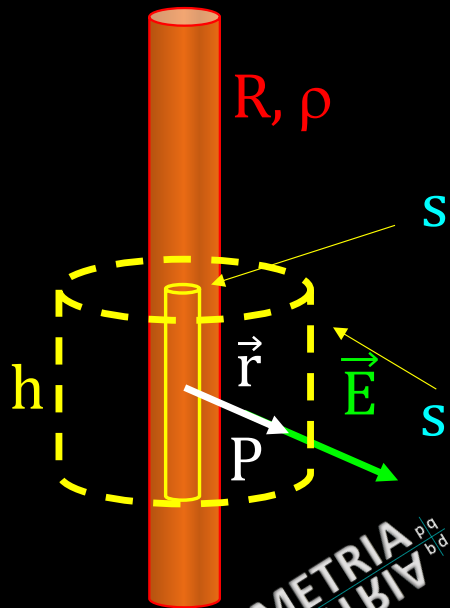
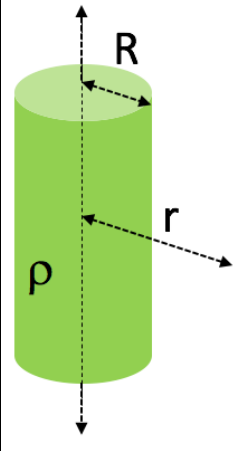
$$E_x = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^\pi \cos(\theta) d\theta = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} [\sin(\pi) - \sin(0)] = 0$$

$$E_y = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^\pi \sin(\theta) d\theta = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} [-\cos(\pi) + \cos(0)] = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

9) Una carica elettrica è distribuita in una regione cilindrica di altezza infinita e raggio R con densità di volume ρ . Determinare l'intensità del campo elettrico in tutti i punti dello spazio a distanza r dall'asse

>>> soluzione: se $r \leq R \rightarrow E_r(r) = \rho r / (2\epsilon_0)$; se $r \geq R \rightarrow E_r(r) = \rho R^2 / (2\epsilon_0 r)$

$$\phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$



se $r \leq R$

$$2\pi r h E_r(r) = \frac{q_{\text{int}}(r)}{\epsilon_0} = \frac{\rho \pi r^2 h}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow E_r(r) = \frac{\rho}{2\epsilon_0} r$$

se $r \geq R$

$$2\pi r h E_r(r) = \frac{q_{\text{int}}(R)}{\epsilon_0} = \frac{\rho \pi R^2 h}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow E_r(r) = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

SIMMETRIA
pa
ba

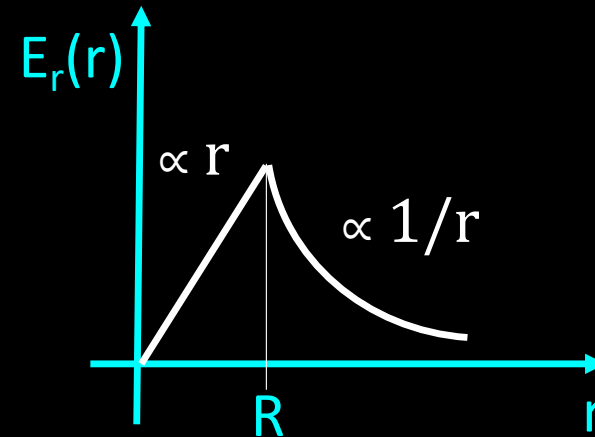
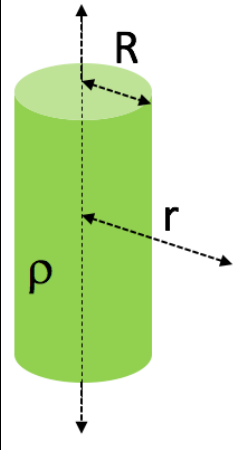
$$\vec{E}(\vec{r}) = E_r(r) \hat{r}$$

9) Una carica elettrica è distribuita in una regione cilindrica di altezza infinita e raggio R con densità di volume ρ . Determinare l'intensità del campo elettrico in tutti i punti dello spazio a distanza r dall'asse

>>> soluzione: nelle due regioni di spazio si ha $\rho r/(2\varepsilon_0)$; $\rho R^2/(2\varepsilon_0 r)$

$$\text{se } r \leq R \quad E_r(r) = \frac{\rho}{2 \varepsilon_0} r$$

$$\text{se } r \geq R \quad E_r(r) = \frac{\rho R^2}{2 \varepsilon_0} \frac{1}{r}$$

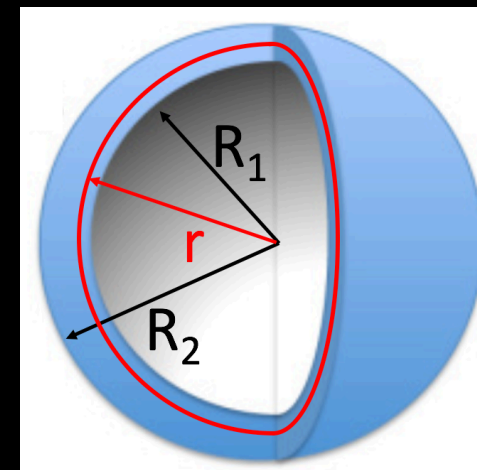


10) In un guscio sferico (sfera cava di raggio interno R_1 e raggio esterno R_2) è uniformemente distribuita una carica Q . Determinare l'intensità del campo elettrico in tutti i punti dello spazio

il problema mostra una simmetria sferica $\vec{E}(\vec{r}) = E_r(r) \hat{r}$
per sfruttarla si sceglie come superficie di Gauss
una sfera di raggio r concentrica con il guscio

$$\begin{aligned}\phi_S(\vec{E}) &= \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} \, dS = \int_S E_r(r) \hat{r} \cdot \hat{n} \, dS = \int_S E_r(r) \, dS \\ &= E_r(r) \int_S dS = 4\pi r^2 E_r(r)\end{aligned}$$

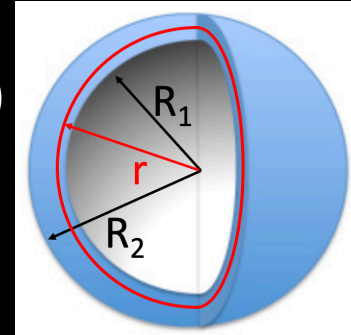
$$\phi_S(\vec{E}) = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$



$$\rho = \frac{Q}{\frac{4\pi}{3} (R_2^3 - R_1^3)}$$

10) In un guscio sferico (sfera cava di raggio interno R_1 e raggio esterno R_2) è uniformemente distribuita una carica Q . Determinare l'intensità del campo elettrico in tutti i punti dello spazio

>>> soluzione: nelle tre regioni di spazio 0 ; $Q/(4\pi\epsilon_0 r^2) (r^3 - R_1^3)/(R_2^3 - R_1^3)$; $Q/(4\pi\epsilon_0 r^2)$



se $r \leq R_1$ $4\pi r^2 E(r) = \frac{q_{\text{int}}(r)}{\epsilon_0} = 0 \rightarrow E(r) = 0$ NON C'E' CAMPO !

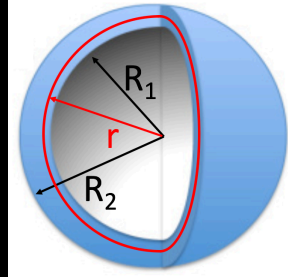
se $R_1 \leq r \leq R_2$ $4\pi r^2 E(r) = \frac{\rho \frac{4\pi}{3} (r^3 - R_1^3)}{\epsilon_0} = \frac{Q \frac{4\pi}{3} (r^3 - R_1^3)}{\epsilon_0 \frac{4\pi}{3} (R_2^3 - R_1^3)}$

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4\pi}{3} (R_2^3 - R_1^3)} \rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{r^3 - R_1^3}{R_2^3 - R_1^3}$$

se $r \geq R_2$ $4\pi r^2 E(r) = \frac{q_{\text{int}}(R_2)}{\epsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ COME UNA CARICA PUNTIFORME!

10) In un guscio sferico (sfera cava di raggio interno R_1 e raggio esterno R_2) è uniformemente distribuita una carica Q . Determinare l'intensità del campo elettrico in tutti i punti dello spazio

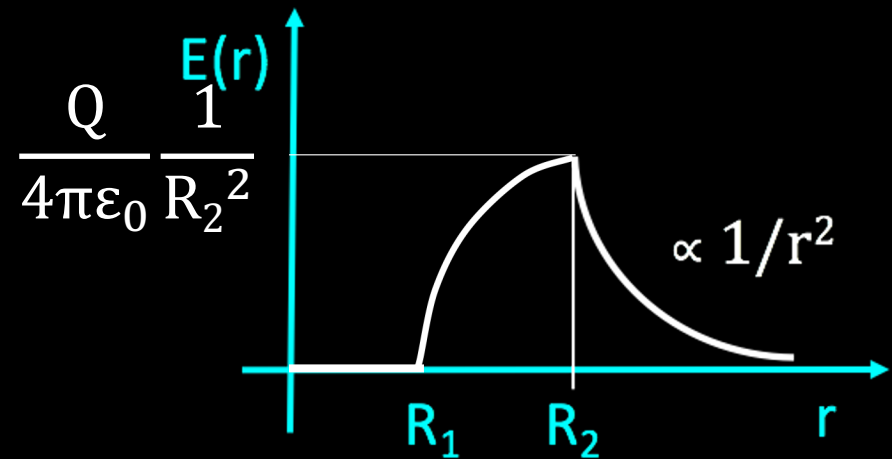
>>> soluzione: nelle tre regioni di spazio 0 ; $Q/(4\pi\epsilon_0 r^2) (r^3 - R_1^3)/(R_2^3 - R_1^3)$; $Q/(4\pi\epsilon_0 r^2)$



se $r \leq R_1$ $\rightarrow E(r) = 0$

se $R_1 \leq r \leq R_2$ $\rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{r^3 - R_1^3}{R_2^3 - R_1^3}$

se $r \geq R_2$ $\rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$



Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

campo magnetico

circuitazione di Ampère

VENERDÌ 12 ORE 8:30-10



inviarmi un messaggio se si partecipa
a uno degli eventi che si terranno
prima delle 11

