Complementi di fisica generale

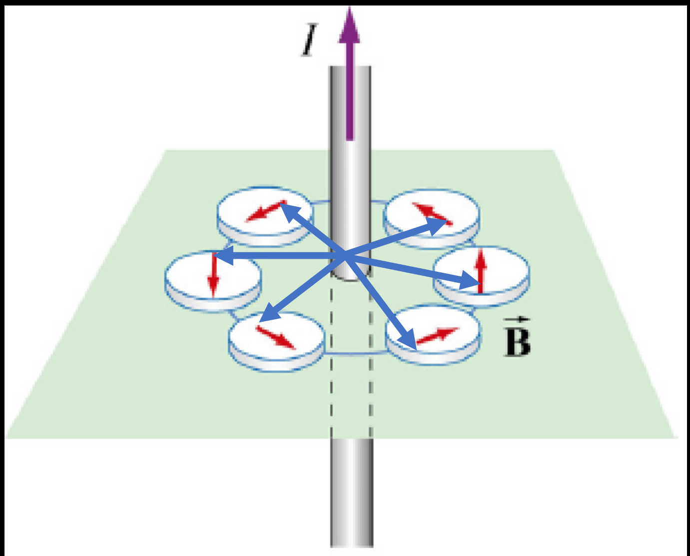
adalberto.sciubba@uniroma1.it

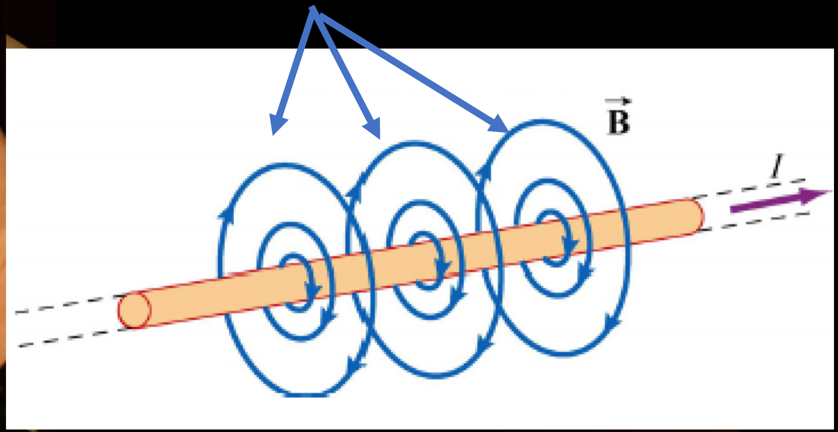
sorgenti, campi e loro interazioni

campo magnetico
teorema della circuitazione di Ampère

campo magnetico da un filo rettilineo indefinito percorso da corrente

linee di campo (tangenti al campo in ogni punto)



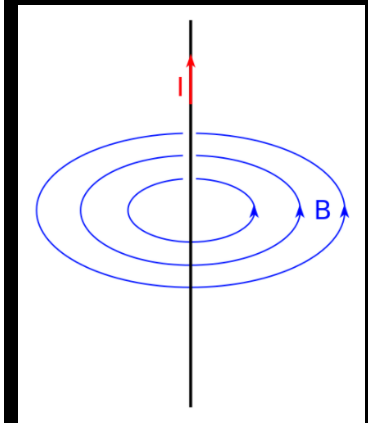


$$\overrightarrow{dB(\vec{r})} = \frac{\mu_0}{4\pi}\ I d\vec{l} \times \frac{\hat{r}}{r^2}$$

campo magnetico da filo rettilineo indefinito percorso da corrente

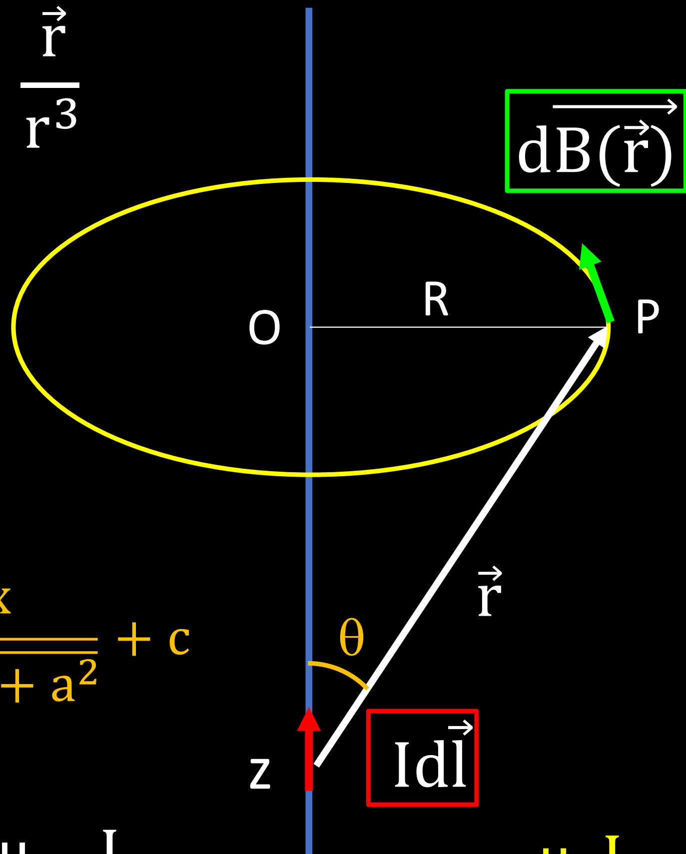
Biot-Savart

$$\overrightarrow{dB(\vec{r})} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, I d\vec{l} \times \frac{\hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, I d\vec{l} \times \frac{\hat{r}}{r^2}\frac{r}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, I d\vec{l} \times \frac{\vec{r}}{r^3}$$



$$dB(R) = \frac{\mu_0}{4\pi}\, I dl \frac{r}{r^3} \sin(\theta) = \frac{\mu_0}{4\pi}\, I dz \frac{R}{r^3}$$

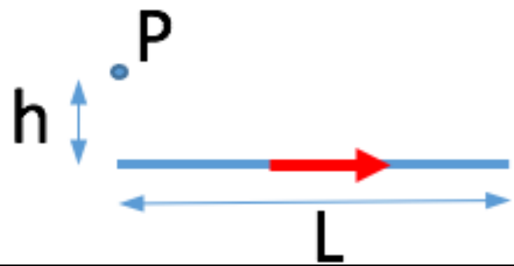
$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\, I dz \frac{R}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

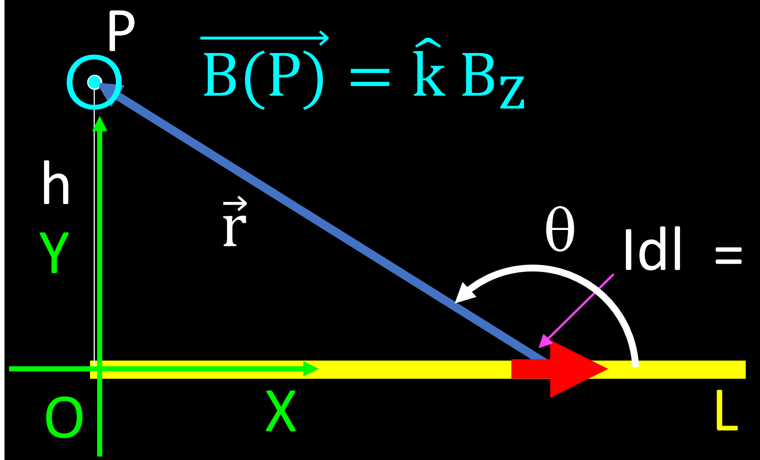


$$B(R) = \frac{\mu_0}{4\pi}\, IR \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{(z^2+R^2)^{3/2}} \qquad \int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + c$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\, IR \left[\frac{1}{R^2}\frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}\right]_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{I}{R}\left[\frac{z}{|z|}\right]_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{I}{R}[1 - (-1)] = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Un tratto rettilineo di filo conduttore di lunghezza L disposto lungo l'asse X è percorso da una corrente di intensità I che scorre verso destra. Determinare direzione, verso e l'intensità del campo magnetico generato nel punto P distante h dall'estremità sinistra del filo (dalla corrente che scorre nella porzione di circuito considerato)





$$\overrightarrow{B(P)} = \hat{k}\, B_Z$$

$$Id\vec{l} = I\,dx$$

$$\overrightarrow{dB(\vec r)} = \frac{\mu_0}{4\pi} I d\vec{l} \times \frac{\hat r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\sin\theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{h}{r}$$

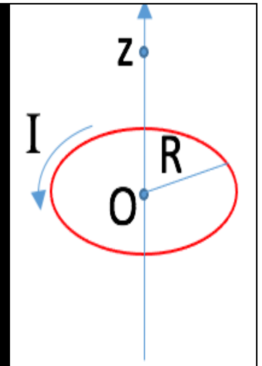
$$dB_Z = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dx\, r \sin\theta}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dx\, h}{(x^2+h^2)^{3/2}}$$

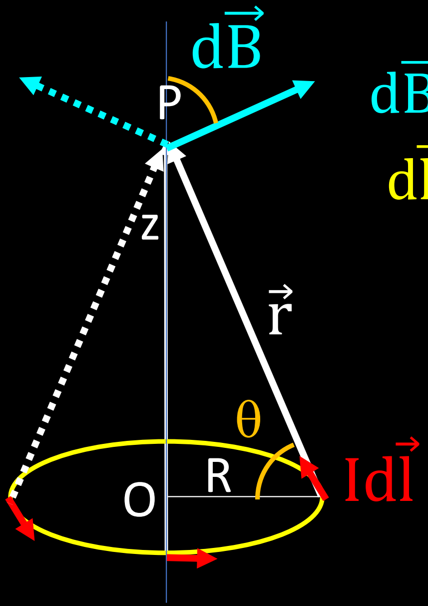
$$B_Z = \int_0^L \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dx\, h}{(x^2+h^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I h}{4\pi} \int_0^L \frac{dx}{(x^2+h^2)^{3/2}}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2} \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} + c$$

$$= \frac{\mu_0\, Ih}{4\pi\, h^2} \frac{x}{\sqrt{x^2+h^2}}\Bigg|_0^L = \frac{\mu_0\, I}{4\pi h} \frac{L}{\sqrt{L^2+h^2}}$$

Una spira conduttrice di raggio R è percorsa dalla corrente I.
Calcolare il valore del campo magnetico B nei punti dell'asse della spira.





$d\vec{B} \perp \vec{r}$

$d\vec{l} \perp \vec{r}$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,dl}{z^2 + R^2}$$

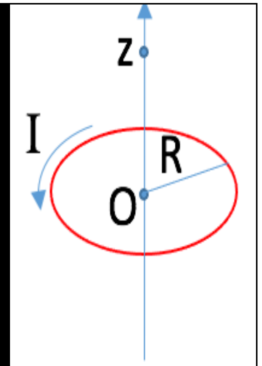
$$\overrightarrow{dB(\vec{r})} = \frac{\mu_0}{4\pi} I d\vec{l} \times \frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$dB_z = dB\cos\theta = dB\,\frac{R}{r} = dB\,\frac{R}{\sqrt{z^2 + R^2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,R\,dl}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

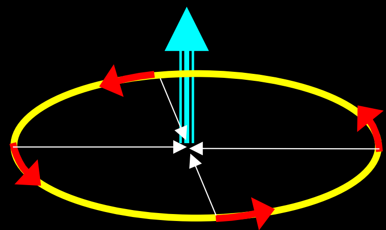
$$B_z = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,R\,dl}{(z^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,R\,2\pi\,R}{(z^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

Se z<0 non ci inversioni di campo

Una spira conduttrice di raggio R è percorsa dalla corrente I.
Calcolare il valore del campo magnetico B nei punti dell'asse della spira.

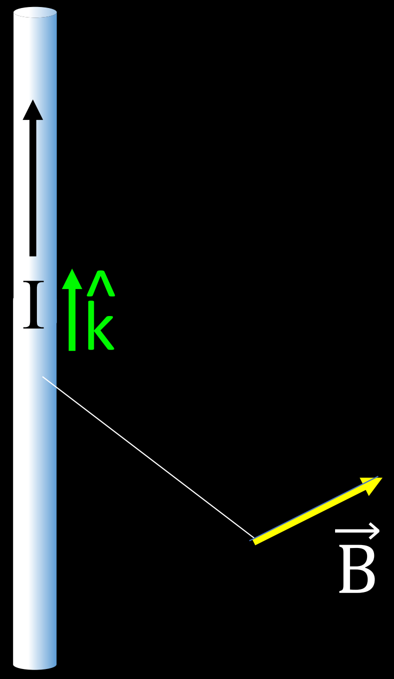


Se z = 0 $$\overrightarrow{B(0,0,0)} = \hat{k}\left[\frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{(0+R^2)^{3/2}}\right] = \hat{k}\,\frac{\mu_0 I}{2R}$$



$$\overrightarrow{B(0,0,z)} = \hat{k}\left[\frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{(z^2+R^2)^{3/2}}\right]$$

teorema della circuitazione di Ampère

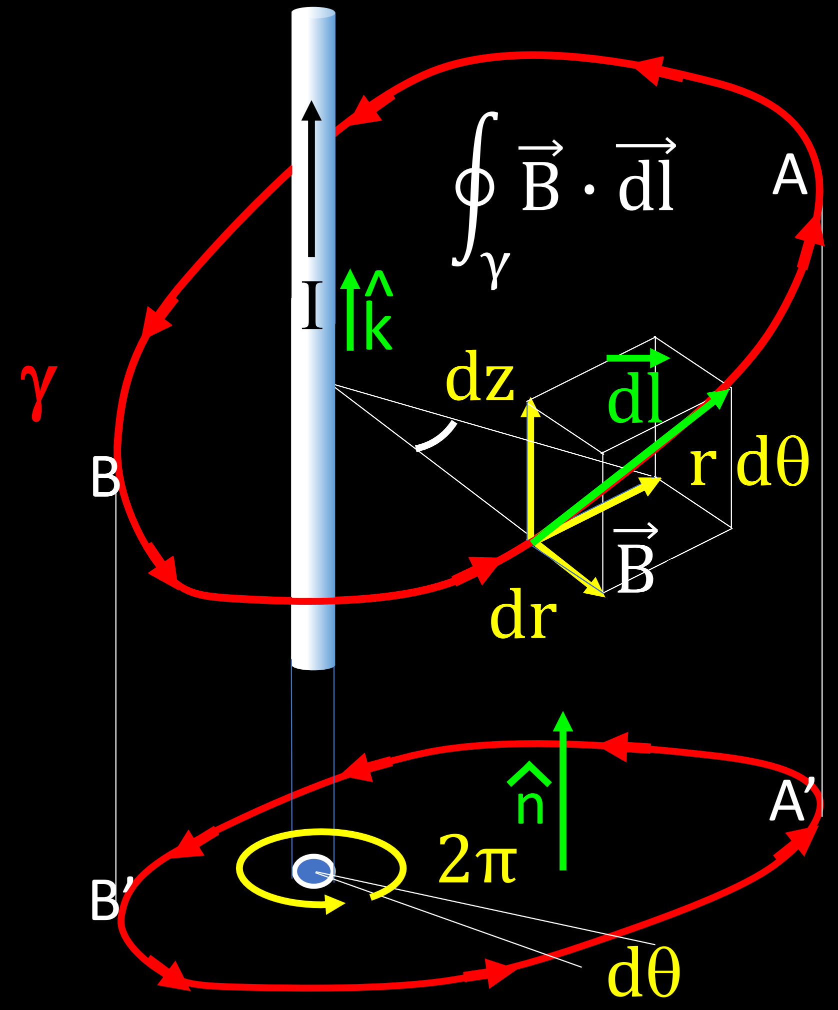


$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

teorema della circuitazione di Ampère

filo interno alla linea di circuitazione

(corrente concatenata a γ)



proiezione sul piano

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

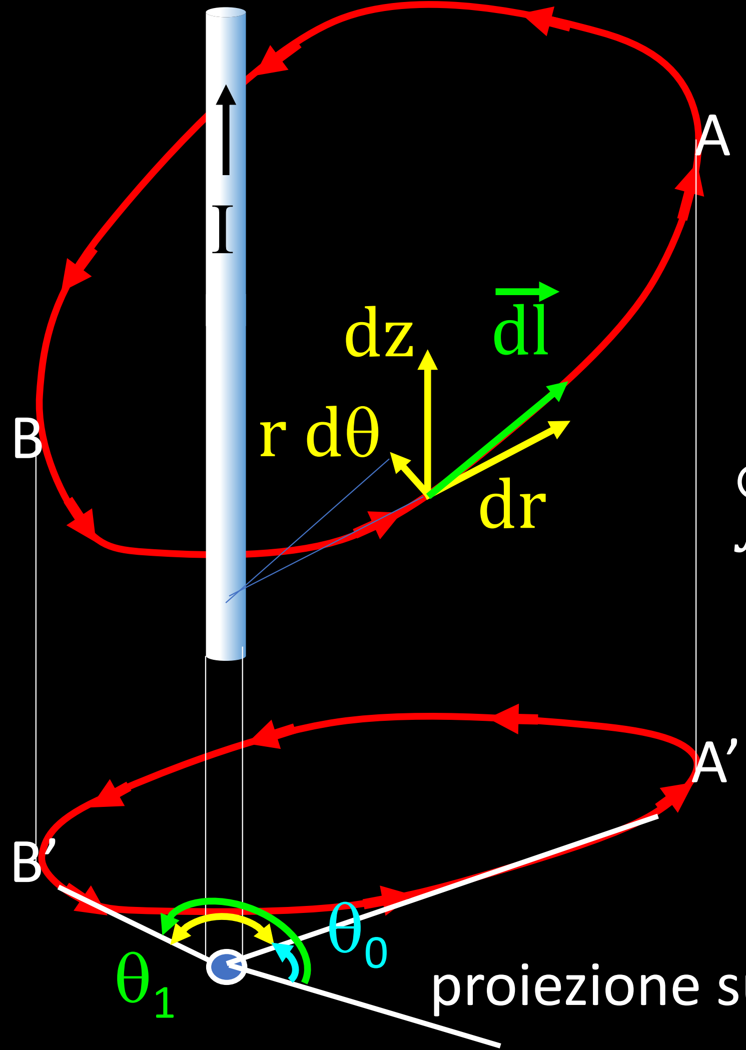
$\vec{dl}$ proiettato nella direzione di $\vec{B}$ diventa $r d\theta$

$$\vec{B} \cdot \vec{dl} = B\, r d\theta \quad \begin{array}{l} > 0 \text{ se } \hat{n} \text{ e } \hat{k} \text{ concordi} \\ < 0 \text{ se } \hat{n} \text{ e } \hat{k} \text{ discordi} \end{array}$$

$$\oint_\gamma \vec{B} \cdot \vec{dl} = \oint \frac{\mu_o I}{2\pi r} r d\theta = \oint \frac{\mu_o I}{2\pi} d\theta = \mu_o I$$

circuitazione di Ampère

filo esterno alla linea di circuitazione
(corrente non concatenata a γ)



proiezione sul piano

$$\vec{B} \cdot \vec{dl} = B\, r d\theta$$

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \oint \frac{\mu_o I}{2\pi r} r d\theta = \oint \frac{\mu_o I}{2\pi} d\theta =$$

$$= \int_{\theta_0}^{\theta_1} \frac{\mu_o I}{2\pi} d\theta + \int_{\theta_1}^{\theta_0} \frac{\mu_o I}{2\pi} d\theta = 0$$

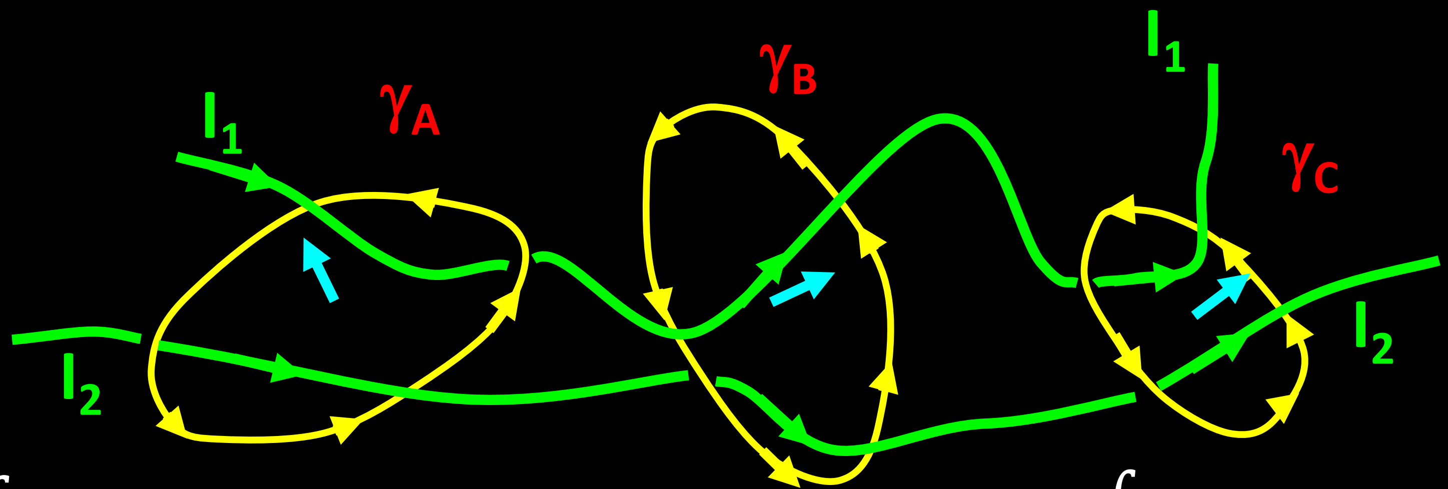
$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_o I_{conc}$$

analogo al teorema di Gauss

circuitazione di Ampère

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_o I_{conc}$$ valida anche per correnti non rettilinee

I_{conc} = somma algebrica delle correnti concatenate a γ



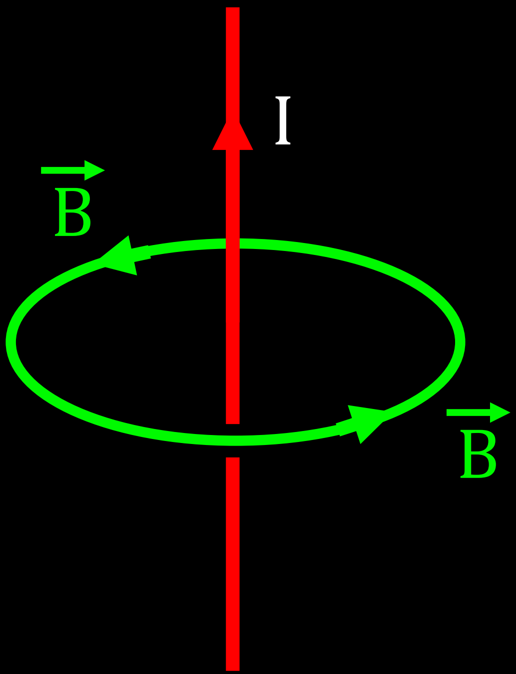
$$\oint_{\gamma_A} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_o(-I_1 + I_2)$$

$$\oint_{\gamma_B} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_o I_2$$

$$\oint_{\gamma_C} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_o(I_1 + I_2)$$

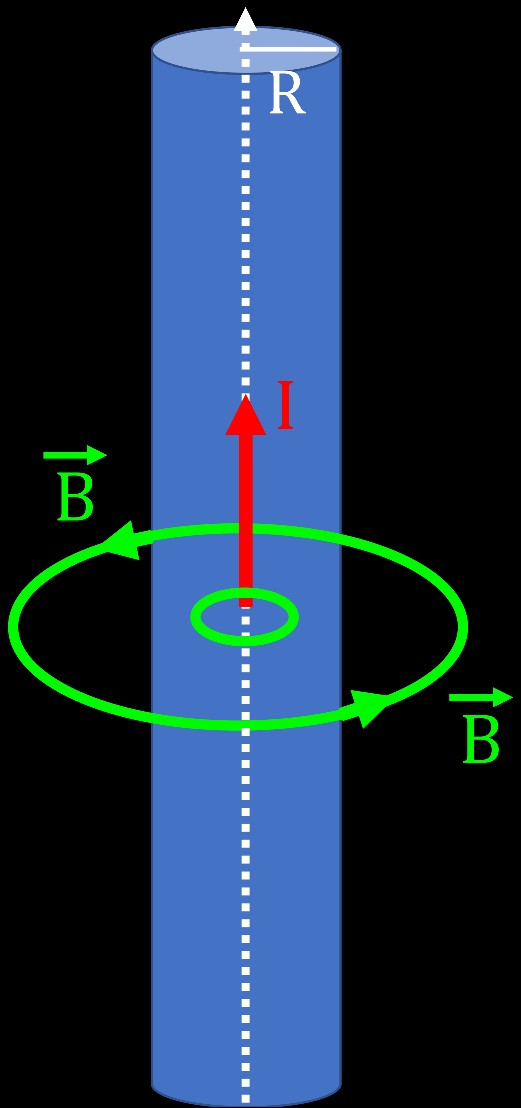
circuitazione di Ampère

esempio



$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot \vec{dl} = 2\pi R\, B = \mu_o I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

campo magnetico da filo rettilineo spesso, di lunghezza infinita, percorso da corrente



corrente uniformemente distribuita sulla sezione

densità di corrente: $J = \dfrac{I}{\pi R^2}$

se $r > R$ $\quad I_{conc} = I \qquad \oint_\gamma \vec{B} \cdot \vec{dl} = 2\pi r\, B = \mu_0 I \qquad \rightarrow B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

se $r < R$ $\quad I_{conc} = J\, \pi r^2 = \dfrac{I}{\pi R^2}\, \pi r^2 = I\, \dfrac{r^2}{R^2}$

$$\oint_\gamma \vec{B} \cdot \vec{dl} = 2\pi r\, B = \mu_0 I \frac{r^2}{R^2} \qquad \rightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

ESERCITAZIONE su:
campo magnetico
circuitazione di Ampère

LUNEDÌ 14 ORE 10-11