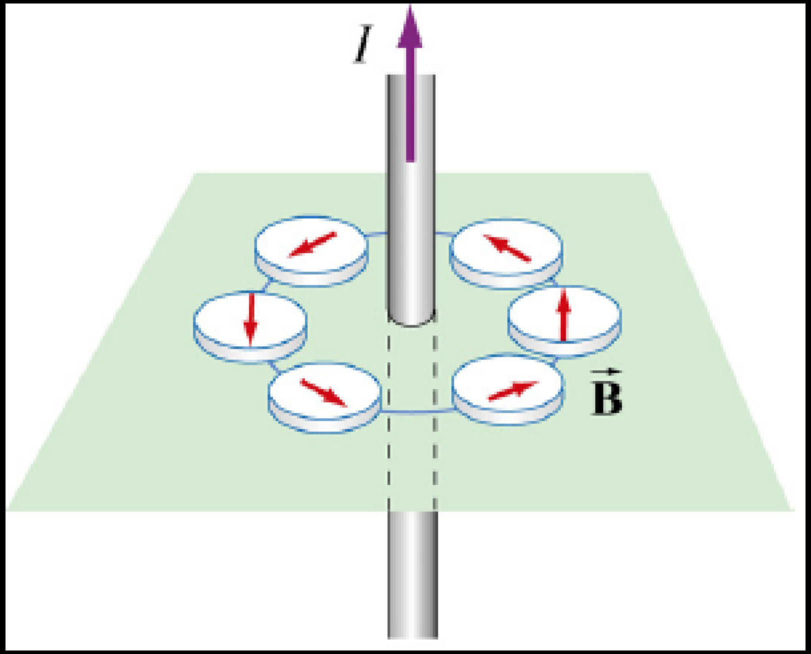
adalberto.sciubba@uniroma1.it

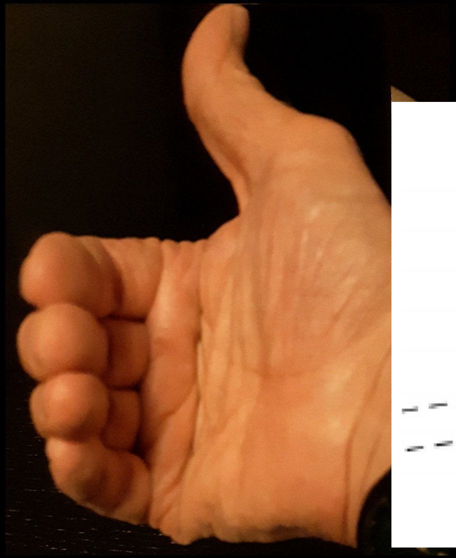
sorgenti, campi e loro interazioni

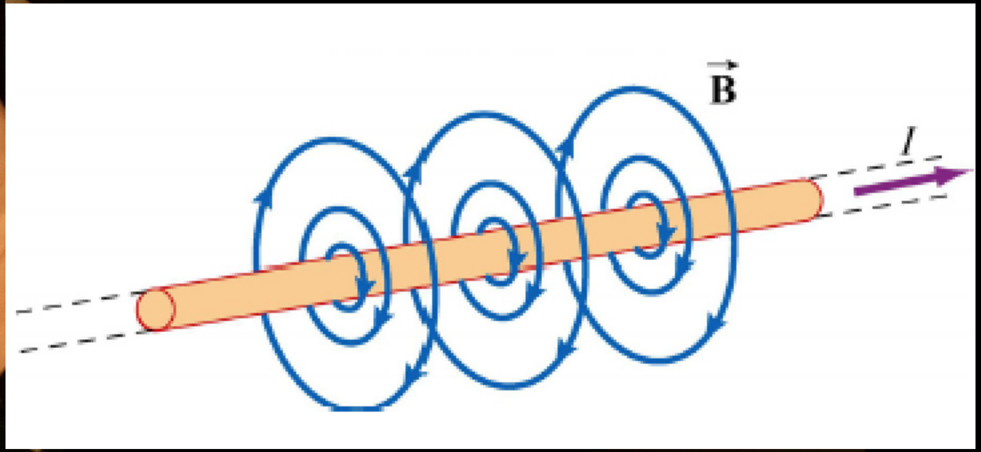
circuitazione di Ampère

forze fra cariche	Coulomb
forze fra correnti	Laplace (da Lorentz)

campo magnetico da un filo rettilineo indefinito percorso da corrente







campo magnetico da filo rettilineo indefinito percorso da corrente

Biot-Savart

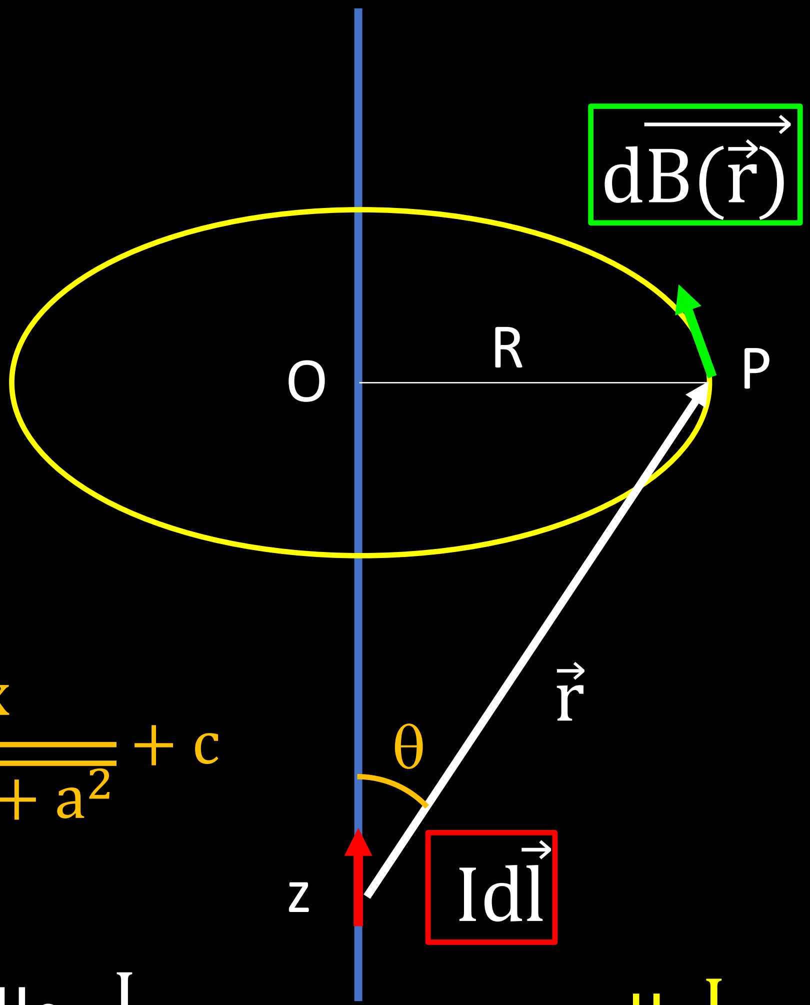
$$\overrightarrow{dB(\vec{r})} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, I d\vec{l} \times \frac{\hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, I d\vec{l} \times \frac{\vec{r}}{r^3}$$

$$dB(R) = \frac{\mu_0}{4\pi}\, Idl \frac{r}{r^3}\sin(\theta) = \frac{\mu_0}{4\pi}\, Idl \frac{R}{r^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\, Idz \frac{R}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

$$B(R) = \frac{\mu_0}{4\pi}\, IR \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{(z^2+R^2)^{3/2}} \qquad \int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} + c$$

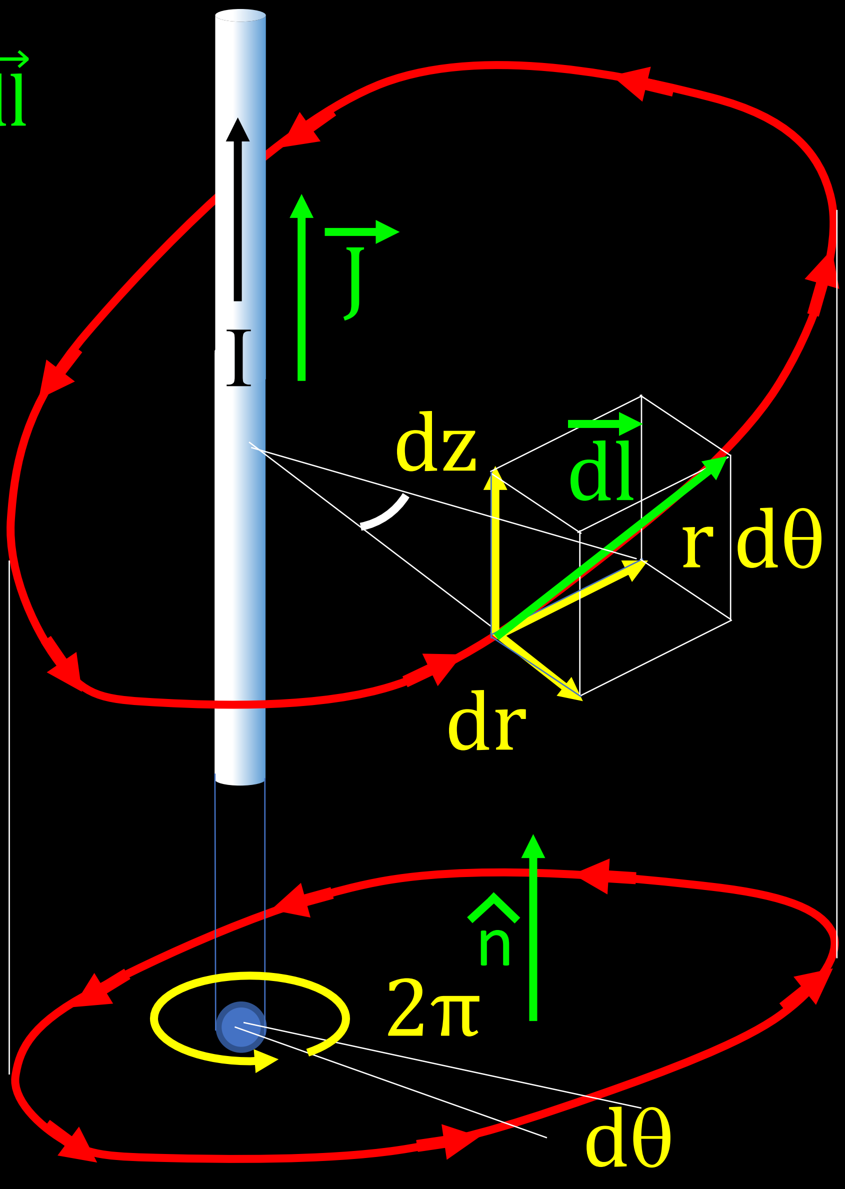
$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\, IR \left[\frac{1}{R^2}\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right]_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}\left[\frac{z}{|z|}\right]_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}[1-(-1)] = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



circuitazione di Ampère

filo interno alla linea di circuitazione
(corrente concatenata a γ)

$$\oint_\gamma \vec{B}\cdot\vec{dl}$$



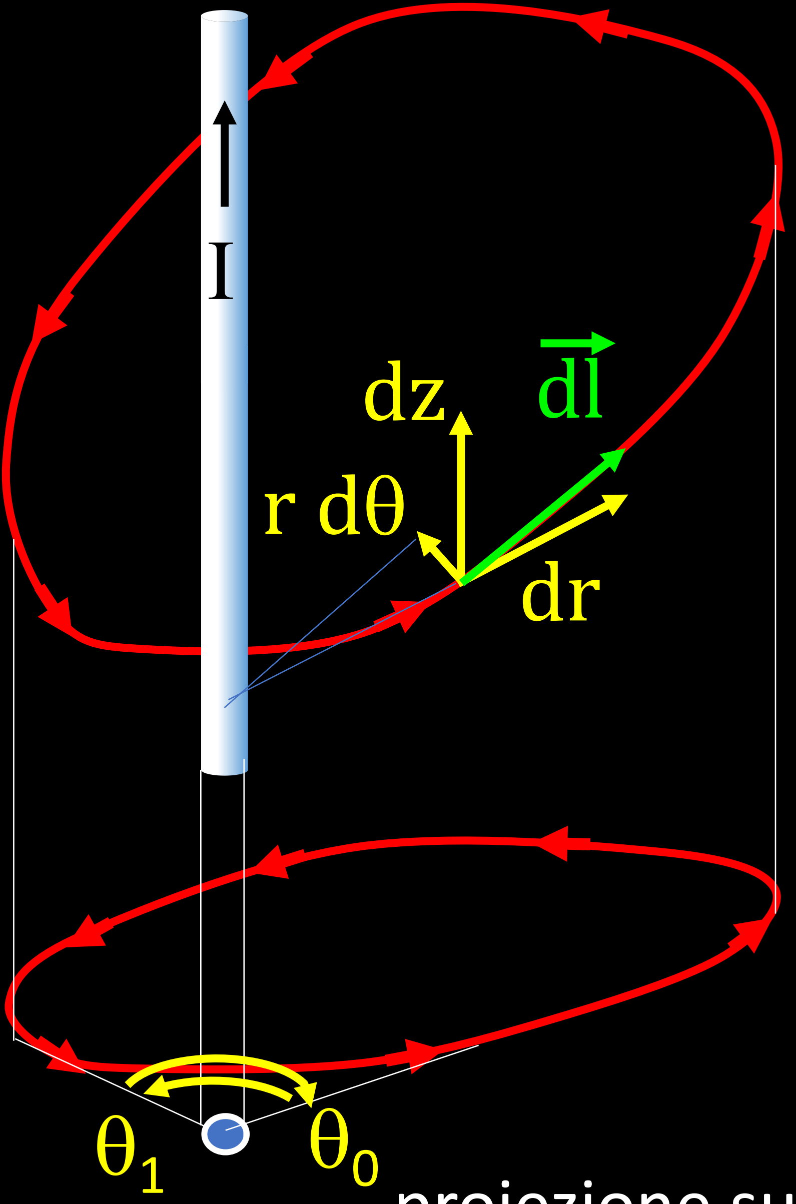
$\vec{B}\cdot\vec{dl} = B\,rd\theta$ > 0 se n e J concordi
< 0 se n e J discordi

$$\oint_\gamma \vec{B}\cdot\vec{dl} = \oint \frac{\mu_o I}{2\pi r} rd\theta = \oint \frac{\mu_o I}{2\pi} d\theta = \mu_o I$$

proiezione sul piano

circuitazione di Ampère

filo esterno alla linea di circuitazione
(corrente non concatenata a γ)



proiezione sul piano

$$\vec{B}\cdot\overrightarrow{dl} = B\, r d\theta$$

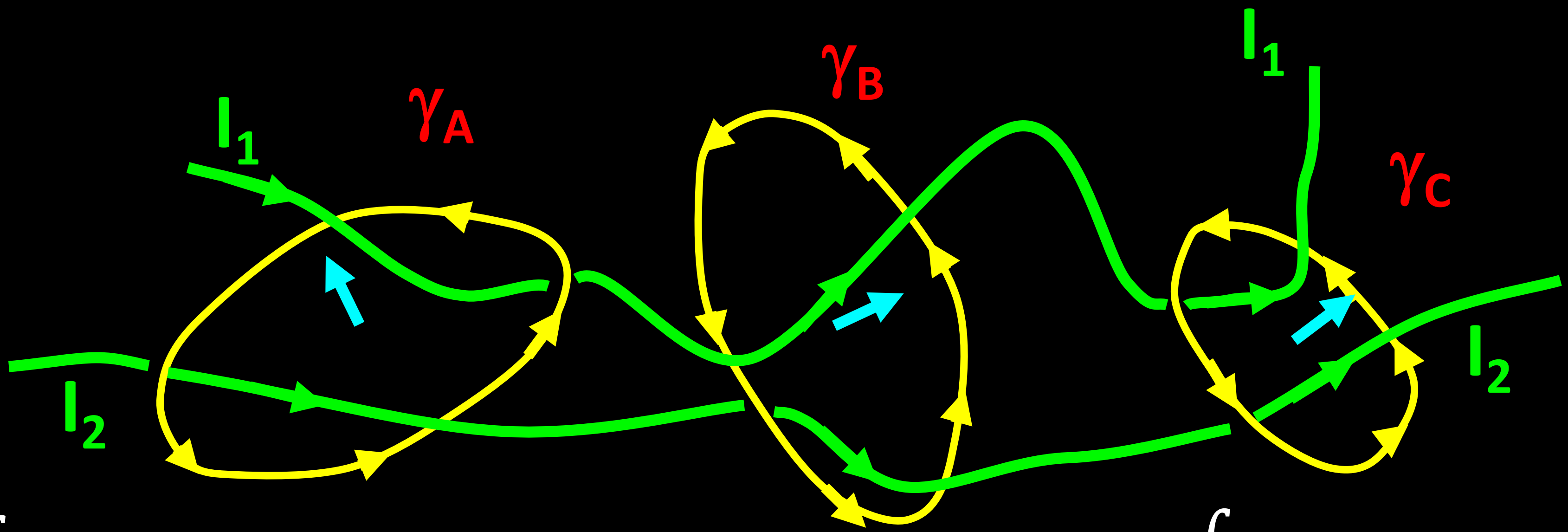
$$\oint_\gamma \vec{B}\cdot\overrightarrow{dl} = \oint \frac{\mu_o I}{2\pi r} r d\theta = \oint \frac{\mu_o I}{2\pi} d\theta =$$

$$= \int_{\theta_0}^{\theta_1} \frac{\mu_o I}{2\pi} d\theta + \int_{\theta_1}^{\theta_0} \frac{\mu_o I}{2\pi} d\theta = 0$$

circuitazione di Ampère

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_o I_{conc}$$ valida anche per correnti non rettilinee

I_{conc} = somma algebrica delle correnti concatenate a γ

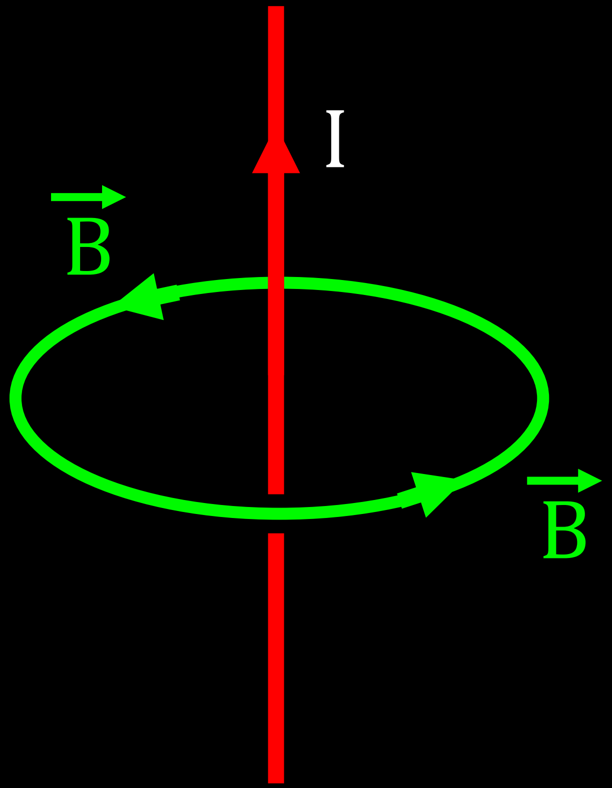


$$\oint_{\gamma_A} \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_o(-I_1 + I_2)$$

$$\oint_{\gamma_B} \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_o I_2$$

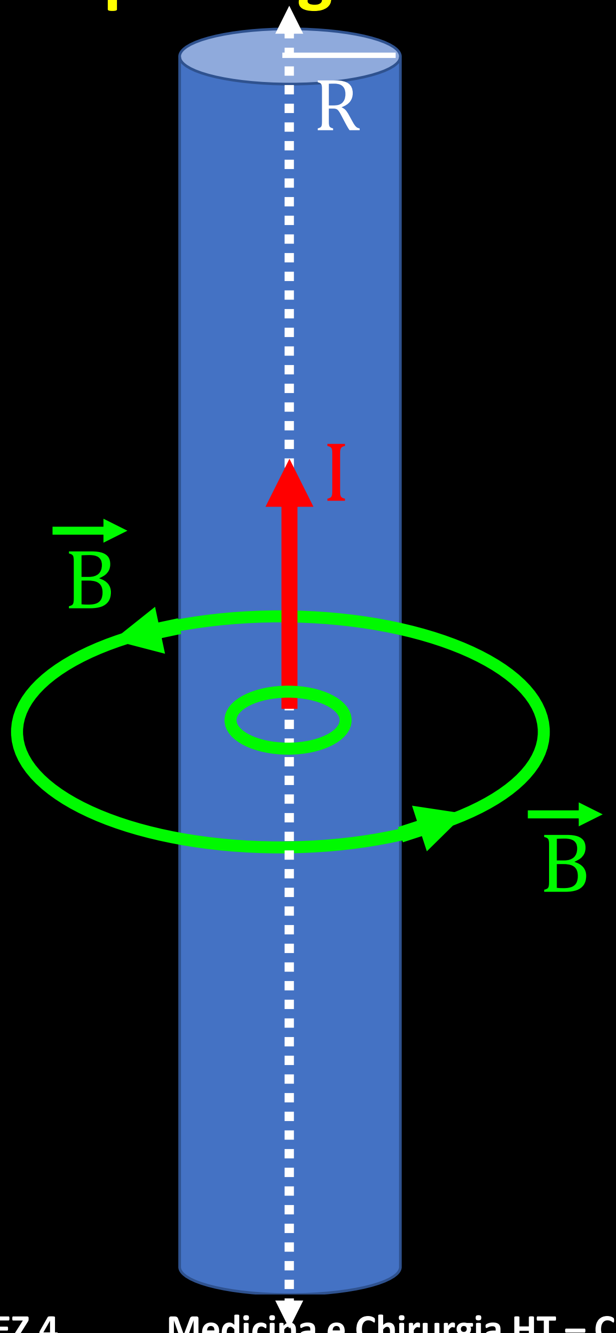
$$\oint_{\gamma_C} \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_o(I_1 + I_2)$$

filo rettilineo indefinito → le linee del campo B sono circonferenze



$$\oint_\gamma \vec{B} \cdot \vec{dl} = 2\pi R\, B = \mu_o I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

campo magnetico da filo rettilineo spesso percorso da corrente



corrente uniformemente distribuita sulla sezione

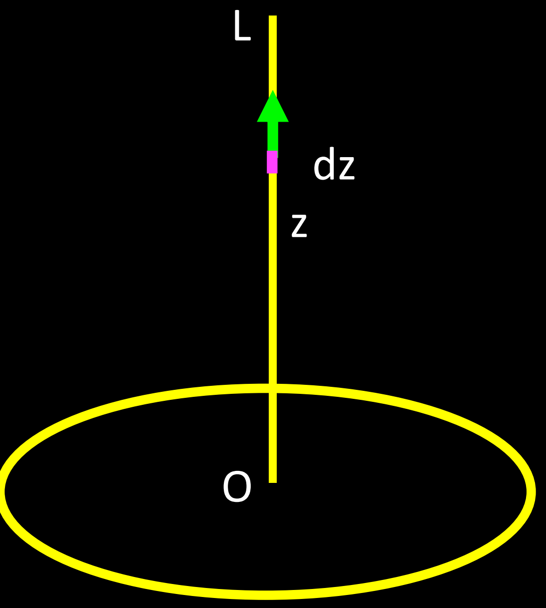
densità di corrente: $J = I/\pi R^2$

se $r > R$ $\quad I_{conc} = I$ $\qquad \oint_\gamma \vec{B}\cdot\vec{dl} = 2\pi r\, B = \mu_0 I \quad \rightarrow B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

se $r < R$ $\quad I_{conc} = J\,\pi r^2 = I/\pi R^2\ \ \pi r^2 = I\, r^2/R^2$

$$\oint_\gamma \vec{B}\cdot\vec{dl} = 2\pi r\, B = \mu_0 I r^2/R^2 \rightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

forze fra distribuzioni di carica



Su una spira circolare di raggio R è distribuita uniformemente una carica con densità λ. Lungo l'asse della spira viene posta una bacchetta lunga L anch'essa uniformemente carica (stessa λ). Determinare la forza che agisce tra i due elementi quando un'estremità della bacchetta è nel piano che contiene la spira.

>>> soluzione: $\lambda^2 R/2\varepsilon_0 \,[1/R-1/(R^2+L^2)^{1/2}]$

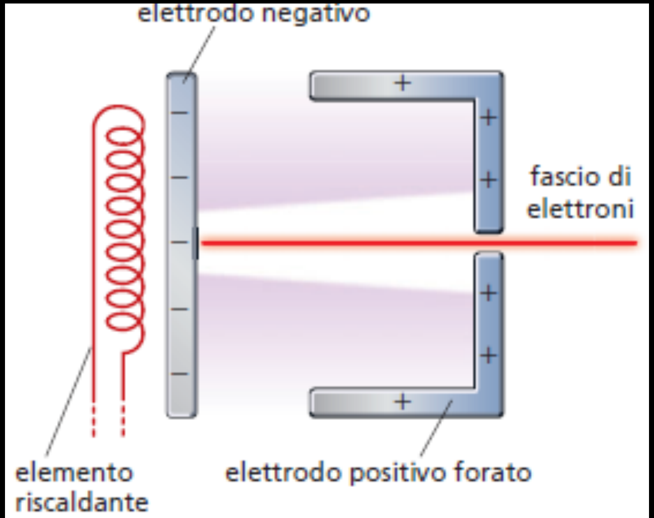
$$E_z(z) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}\frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

$$dF(z) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}\frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}}\lambda dz$$

$$\int \frac{x\ dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} + c$$

forze su particelle cariche

cannone elettronico



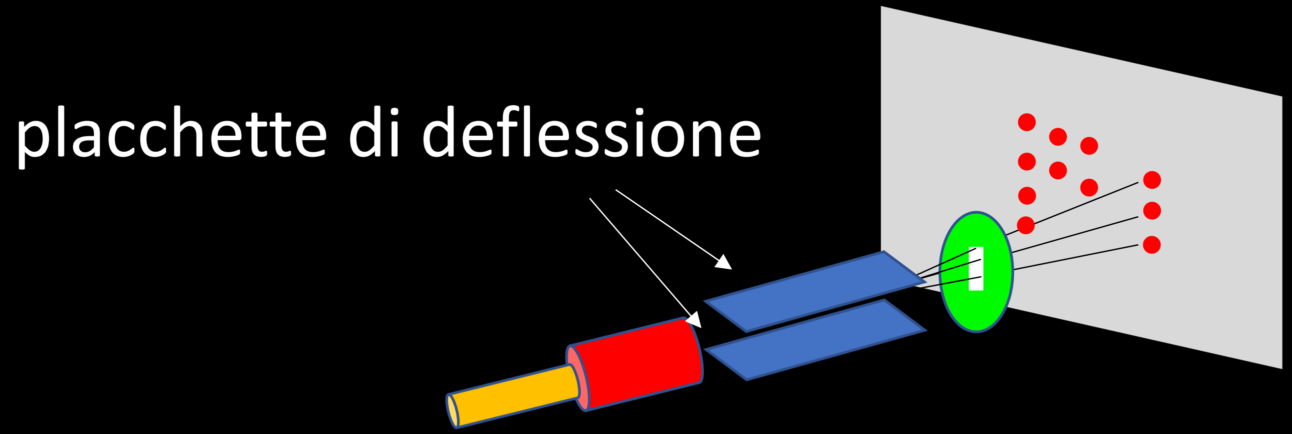
Un elettrone ($q = -e$ con $e = 1{,}6\ 10^{-19}$ C; $m = 9\ 10^{-31}$ kg) è fermo in una regione di spazio in cui viene poi applicato un campo elettrostatico uniforme e costante $E = 10^6$ N/C che lo accelera.
Determinare la velocità dell'elettrone dopo che ha percorso una distanza $d = 10$ cm.

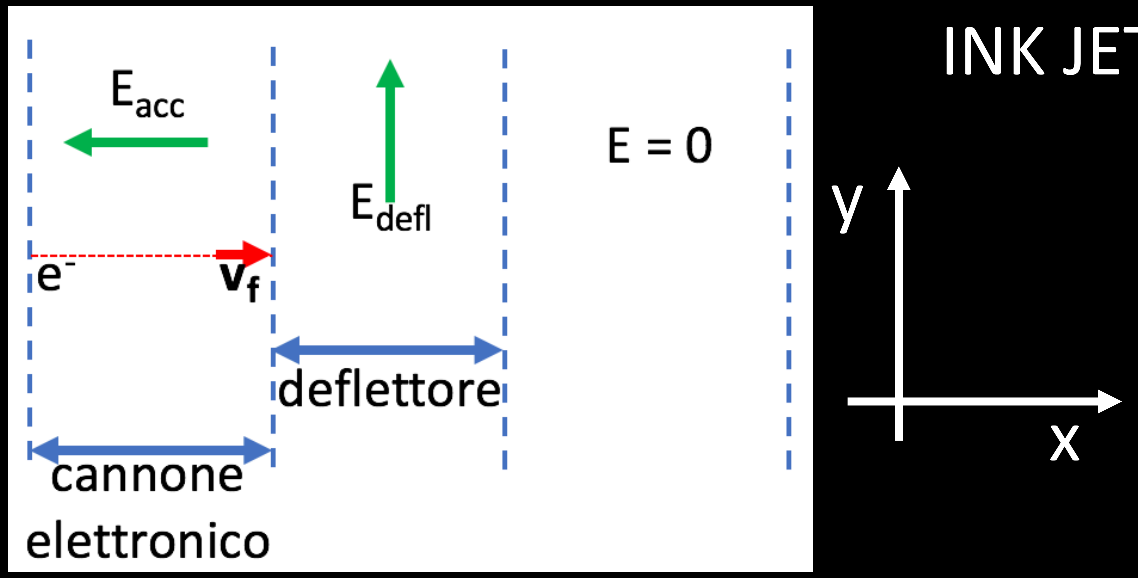
>>> soluzione: $v_f = [2eEd/m]^{1/2} \simeq 2/3\ c$

$$L = \int_\gamma \vec{F}\,\overrightarrow{dl} = e\,E\,d = \frac{1}{2} m\, v^2$$

forze su particelle cariche

INK JET





INK JET – Uscito con velocità v_f dal cannone elettronico, l'elettrone incontra prima una zona di campo elettrostatico uniforme perpendicolare alla velocità raggiunta e poi una zona senza campo.

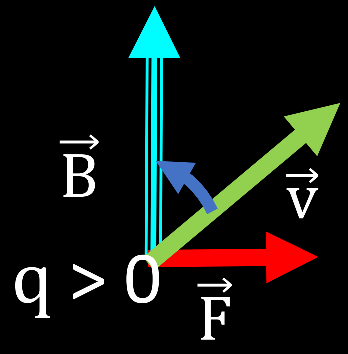
Disegnare, commentandola, la traiettoria dell'elettrone

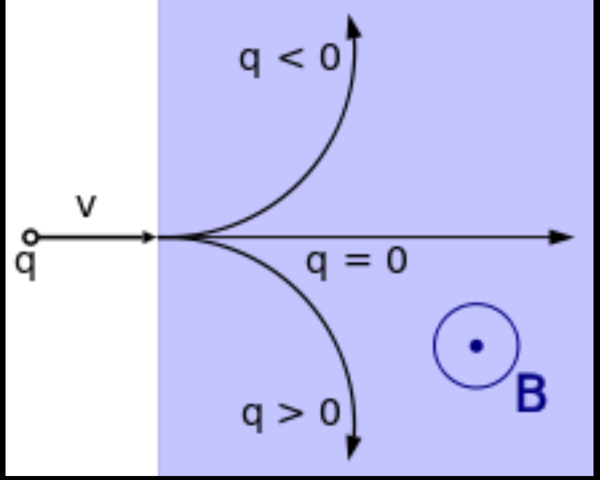
nella sezione di deflessione

$$F_x = 0 \rightarrow a_x = 0 \rightarrow v_x = \text{costante}$$

$$F_y = -eE \rightarrow a_y = -eE/m = \text{costante}$$

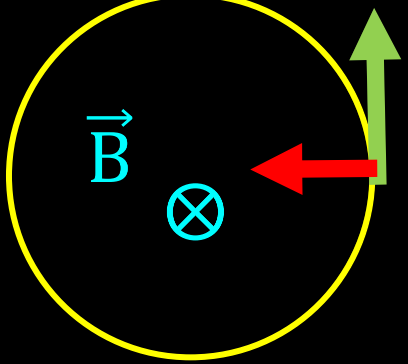
forza di Lorentz $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$





$$L = \int_\gamma \vec{F}\,\vec{dl} = \int_\gamma \underbrace{(q\vec{v}\times\vec{B})}^{\perp\ \vec{v}}\,\vec{v}dt = 0 \ \rightarrow |\vec{v}| = \text{costante}$$

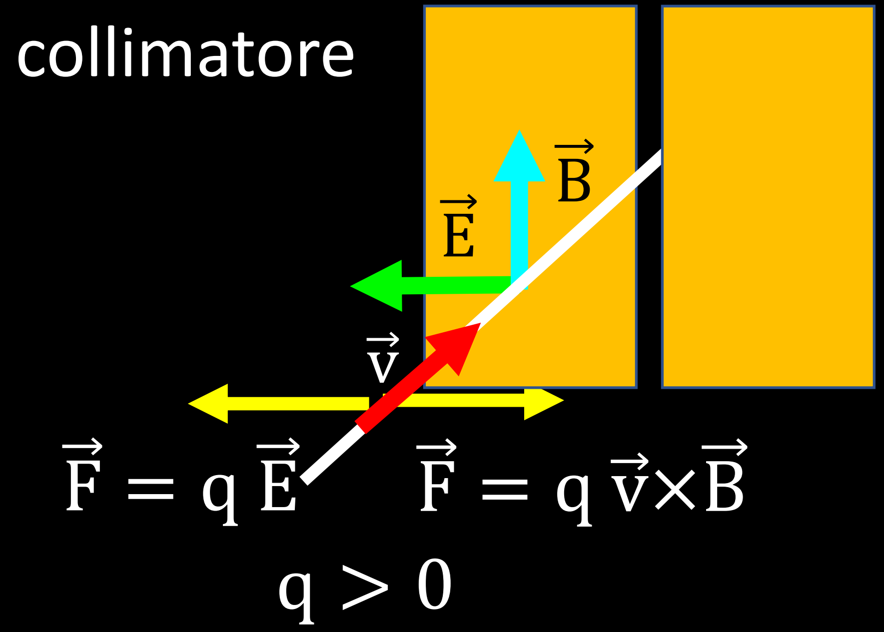
se la forza non compie lavoro non c'è variazione di energia cinetica



$F_L = m\,a_c = m\,v^2/R \quad F_L = q\,v\,B$

$R = mv/qB$

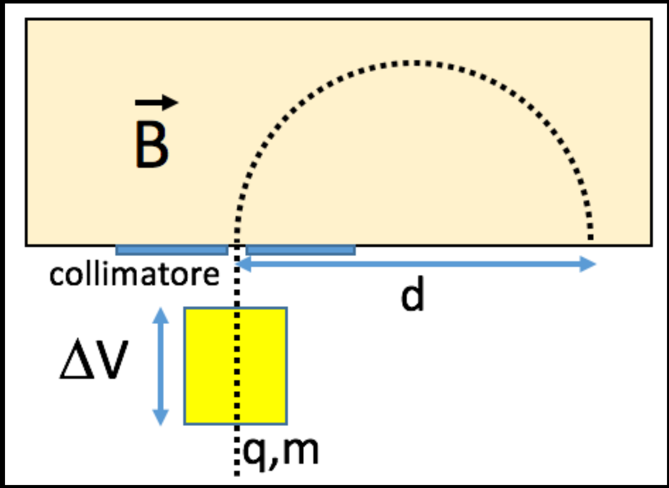
$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)$$



passano solo le cariche con
qE = qvB → v = E/B

SPETTROMETRO DI MASSA

Uno ione di massa m e carica q viene accelerato da una differenza di poteniale ΔV ed entra attraverso un collimatore in una camera in cui c'è un campo B uniforme. Lo ione colpisce la parete della camera a distanza d dal collimatore. Ricavare l'espressione del rapporto q/m dello ione.



$q\,\Delta V = \frac{1}{2}\,m\,v^2 \quad \rightarrow v^2 = 2\,\Delta V(q/m)$

$qvB = mv^2/R \quad \rightarrow q/m = v/(BR) \quad \rightarrow (q/m)^2 = v^2/(BR)^2$

$\rightarrow (q/m)^2 = 2\,\Delta V(q/m)/(BR)^2$

$\rightarrow q/m = 2\,\Delta V/(BR)^2$

$q/m = \cancel{4}\,\Delta V/B^2d^2$

$q/m = 8\,\Delta V/B^2d^2$

$$\Delta V = \frac{\Delta EP_e}{q} = \frac{-L_{Fe}}{q} = \frac{-\vec{F}_e \cdot \vec{s}}{q} = -\vec{E} \cdot \vec{s}$$

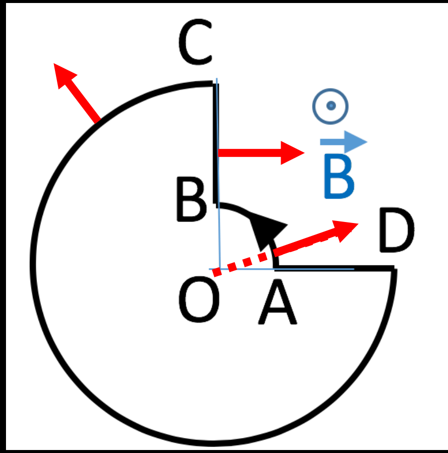
forze corrente-campo B (II Laplace)

La spira piana in figura è costituita da due archi di circonferenza concentrici di raggi R = 10 cm e 3 R raccordati da due tratti radiali lunghi 2R fra loro perpendicolari. La spira è percorsa da una corrente di intensità I = 10 A ed è immersa in un campo magnetico uniforme B = 0,1 T perpendicolare al piano. Calcolare la forza che agisce in ciascuno dei quattro tratti della spira e verificare che la forza totale agente sulla spira è nulla.

>>> soluzione: F_{ABx} = IRB; F_{ABy} = IRB; F_{BCx} = 2IRB; F_{CDx} = -3IRB F_{CDy} = -3IRB F_{DAy} = 2IRB

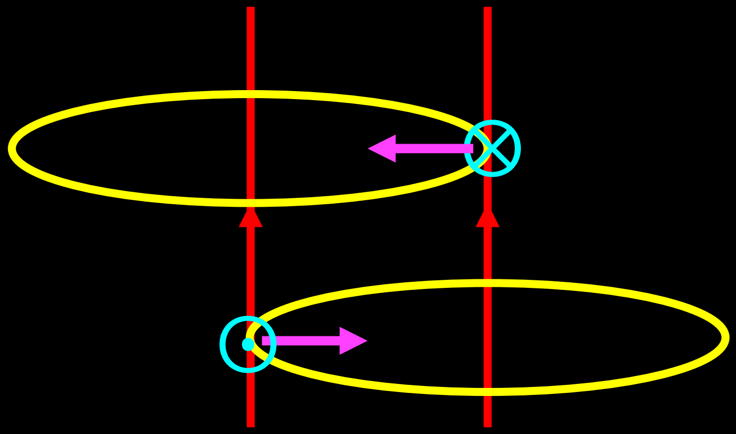
$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = I\,d\vec{l} \times \vec{B}$$

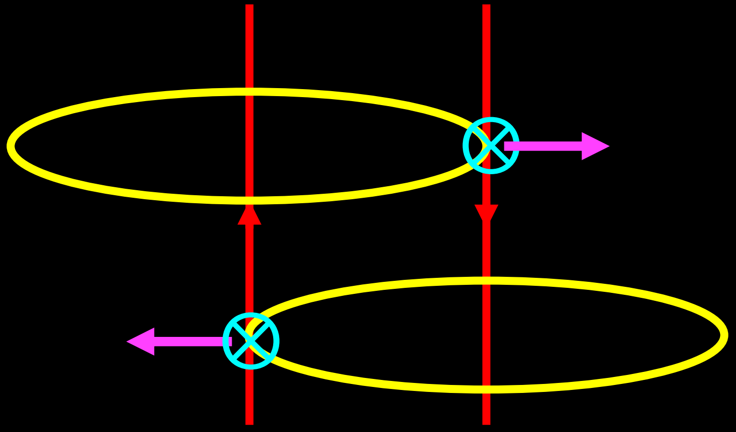


ATTENZIONE: es.15 SBAGLIATO PER UN FATTORE 2

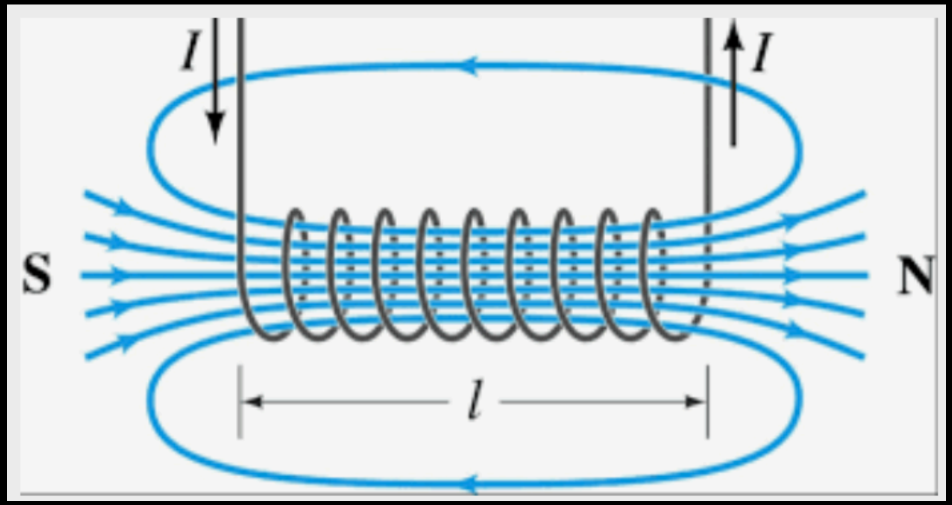
forze filo-filo



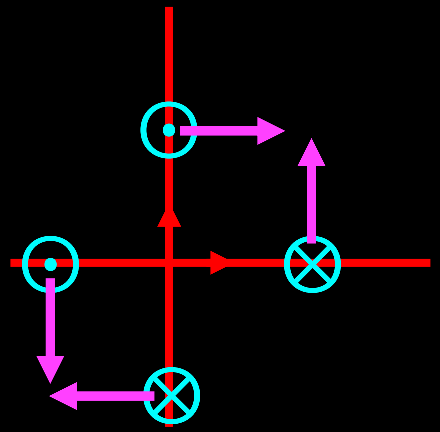
correnti concordi si attraggono



correnti discordi si respingono



quando c'è corrente le spire si attraggono



tendono a disporsi parallelamente

adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

LUNEDI' 15 ORE 10-11

esercitazione su:

circuitazione di Ampère

forze