Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

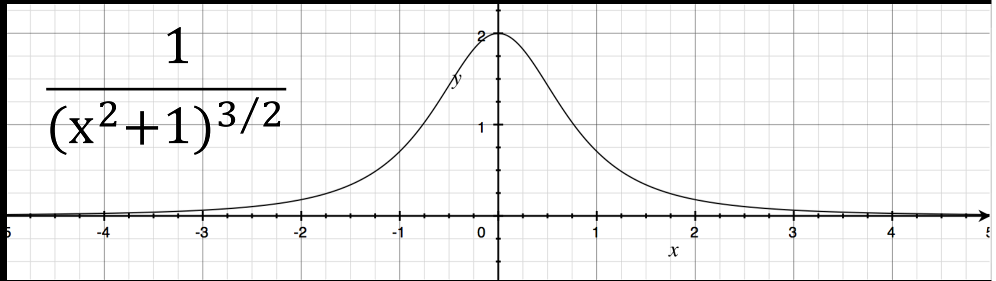
esercitazione su:

circuitazione di Ampère

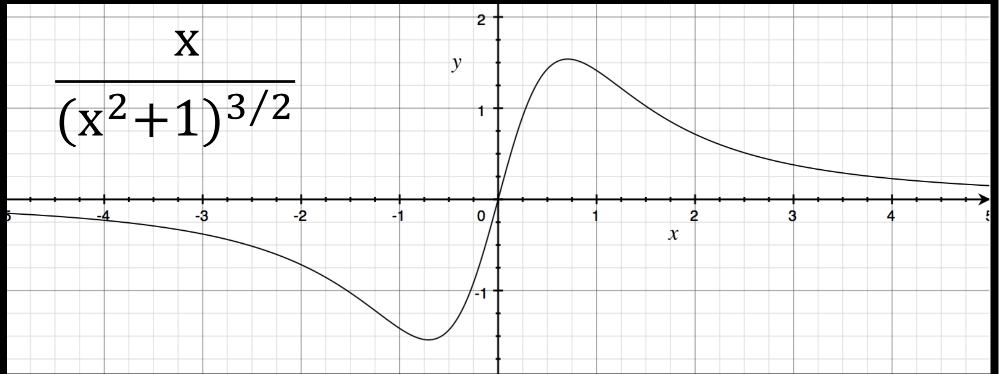
interazioni fra cariche, campi e correnti

un paio di integrali...

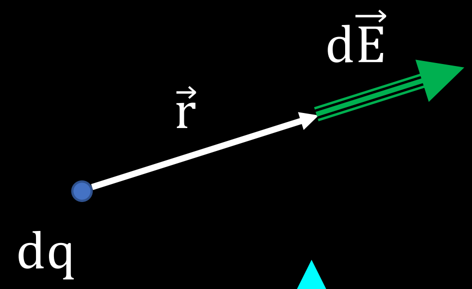
$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} + c$$



$$\int \frac{x\ dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} + c$$

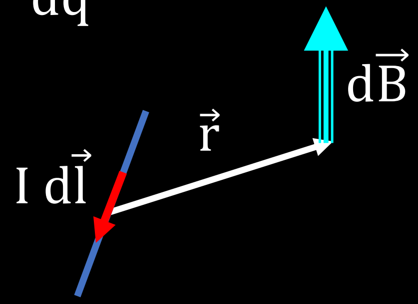


$$\overrightarrow{dE(\vec{r})} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\, dq\, \frac{\hat{r}}{r^2}$$



$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

$$\overrightarrow{dB(\vec{r})} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, Id\vec{l} \times \frac{\hat{r}}{r^2}$$



$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

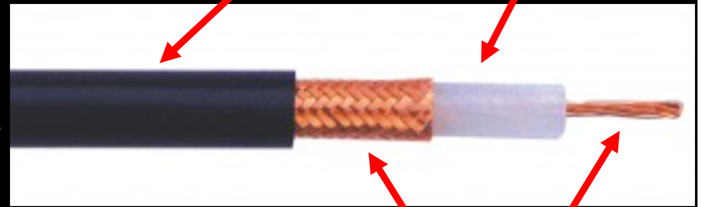
$$\phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E}\,\hat{n}\, dS = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\oint_\gamma \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_o I_{conc}$$

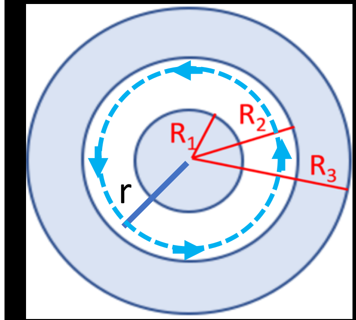
1) In figura è riportata la sezione di un cavo coassiale di lunghezza infinita. Nel conduttore centrale di raggio R_1 scorre, uniformemente distribuita, una corrente di intensità I. La stessa intensità di corrente scorre, anch'essa uniformemente distribuita, nel verso opposto nel conduttore esterno di raggi R_2 e R_3. Ricavare l'espressione del campo magnetico generato in tutto lo spazio dalle correnti circolanti nel cavo coassiale.

guaina esterna   isolante



conduttori

connettori



γ

$$\oint_\gamma \vec{B}\cdot\vec{dl} = \oint B(r)\,dl = B(r)\oint dl = 2\pi r\,B(r) = \mu_0\, I(r)_{conc}$$

$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0\, I(r)_{conc}}{2\pi r}$$

se $r < R_1$ $\quad I(r)_{conc} = J_1\,\pi r^2 = I\,\frac{\pi r^2}{\pi R_1^{\,2}} = I\,\frac{r^2}{R_1^{\,2}} \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I\; r}{2\pi R_1^{\,2}}$

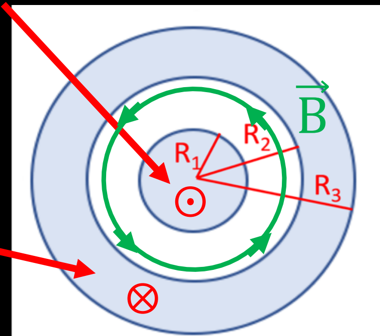
$$J_1 = \frac{I}{\pi R_1^{\,2}}$$

se $R_1 < r < R_2$ $\quad I(r)_{conc} = I \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0\, I}{2\pi r}$

se $R_2 < r < R_3$ $\quad I(r)_{conc} = I + J_2\,\pi(r^2 - R_2^{\,2}) = I\left(1 - \frac{\pi(r^2 - R_2^{\,2})}{\pi(R_3^{\,2} - R_2^{\,2})}\right) = I\,\frac{R_3^{\,2} - r^2}{R_3^{\,2} - R_2^{\,2}}$

$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\, r}\,\frac{R_3^{\,2} - r^2}{R_3^{\,2} - R_2^{\,2}}$$

$$J_2 = \frac{-I}{\pi(R_3^{\,2} - R_2^{\,2})}$$



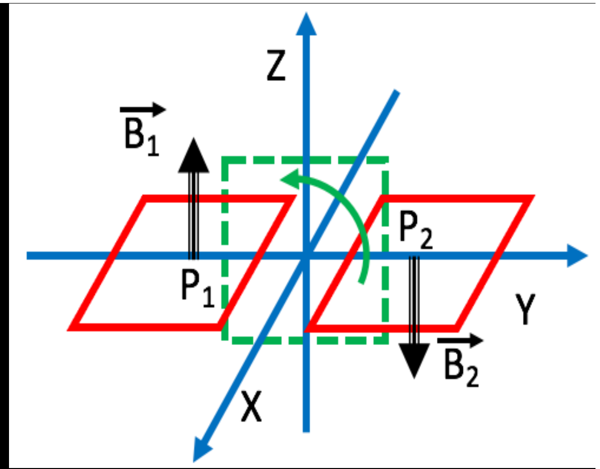
se $r > R_3$ $\quad I(r)_{conc} = I - I = 0 \Rightarrow B(r) = 0$

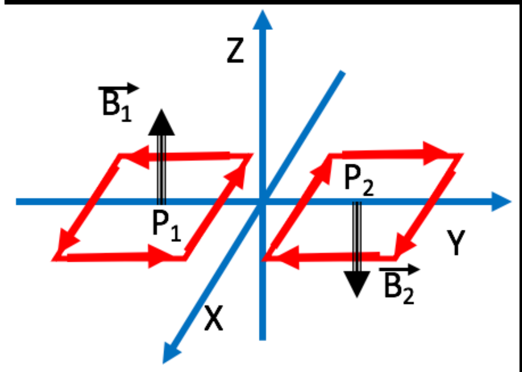
2) **Due spire conduttrici** quadrate di lato L giacciono nel piano z = 0 con i centri lungo l'asse Y nei punti P_1: {0,-¾ L, 0} e P_2: {0, +¾ L, 0}.

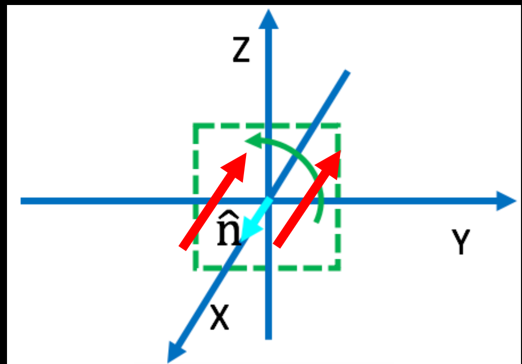
La spira centrata in P_1 è percorsa da una corrente I_1 che genera in P_1 il campo $\vec{B}_1$. La spira centrata in P_2 è percorsa da una corrente I_2 che genera in P_2 il campo $\vec{B}_2$.

Risulta $|\vec{B}_1| = |\vec{B}_2| = B$.

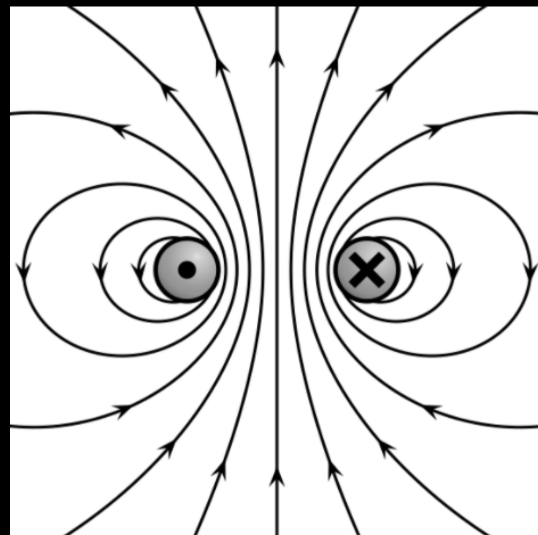
Calcolare lungo **la linea quadrata** di lato L orientata come in figura, centrata nell'origine e giacente nel piano x = 0, l'integrale $\oint \vec{B}\, d\vec{l}$ con $\vec{B}$ campo magnetico generato nello spazio dalle due spire







$$\oint_\gamma \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 I_{conc}$$

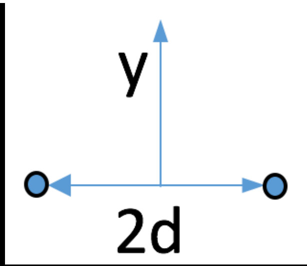


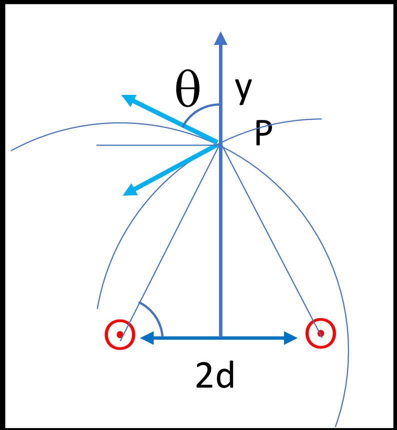
$B \propto I$

$|\vec{B}_1| = |\vec{B}_2| \rightarrow I_1 = I_2 = I$

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = -2\,\mu_0 I$$

3) Due conduttori rettilinei, complanari, separati da una distanza 2d, sono percorsi nello stesso verso da una corrente continua I.
Si determini a quale distanza y dal piano dei fili, lungo la linea di mezzeria, il modulo del campo induzione magnetica B è massimo.

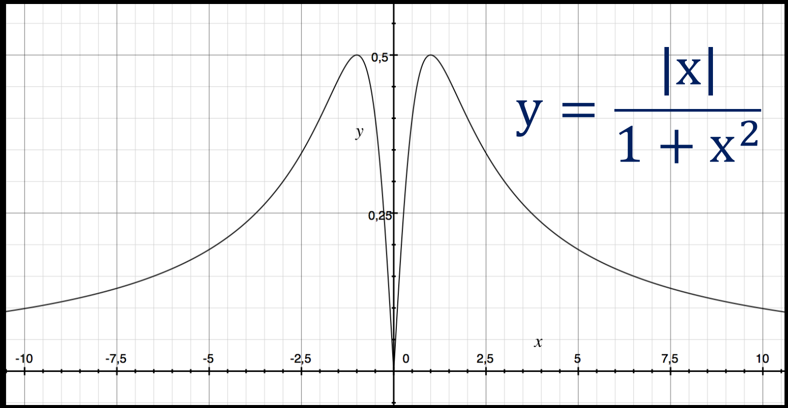




$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{d^2 + y^2}}$$

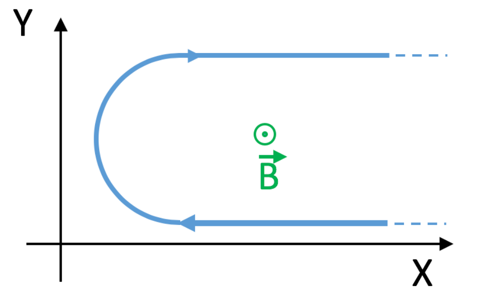
$$B_x = -2B\sin\theta = -2\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\frac{y}{r} = -\frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{y}{d^2 + y^2}$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{|y|}{d^2 + y^2}$$

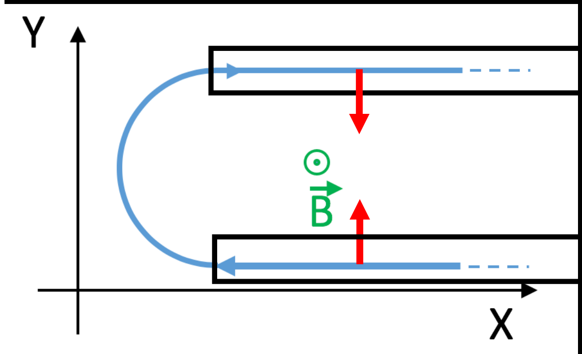


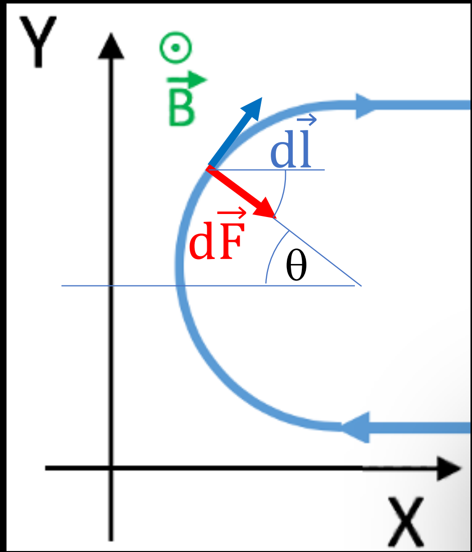
$$\frac{dB}{dy} = \frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{d^2 - y^2}{(d^2 + y^2)^2} \qquad \left.\frac{dB}{dy}\right|_{y_{MAX}} = 0$$

$$d^2 - y_{MAX}{}^2 = 0 \quad \rightarrow y_{MAX} = \pm d$$



4) Un filo rigido percorso dalla corrente I è piegato nel piano XY in modo da formare una semicirconferenza di raggio R e due tratti rettilinei molto lunghi.
Il filo è immerso in un campo magnetico B uniforme perpendicolare al piano XY.
Determinare direzione intensità e verso della forza agente sul conduttore.





$$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$-\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$$

$$dF = I\, dl\, B = I\, R d\theta\ \ B$$

$$dF_x = IBR\cos\theta\, d\theta$$

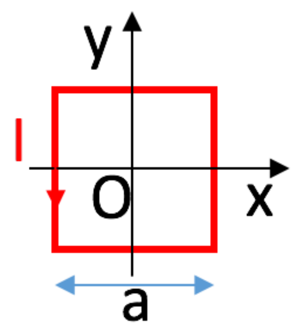
$$dF_y = -IBR\sin\theta\, d\theta$$

$$\vec{F} = I\, \vec{L} \times \vec{B}$$

$$F = I\, L\, B$$

$$F_x = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} IBR\cos\theta\, d\theta = IBR\sin\theta\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = IBR[1-(-1)] = 2IBR$$

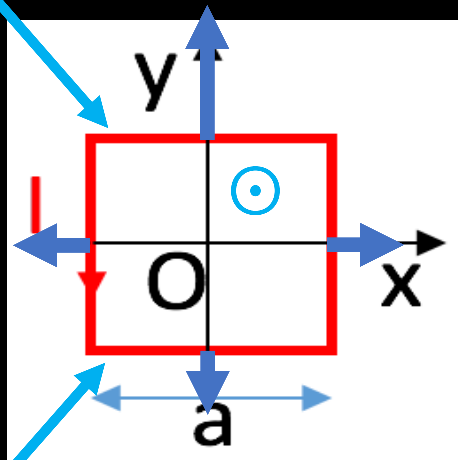
$$F_y = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} -IBR\sin\theta\, d\theta = IBR\cos\theta\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = 0 - 0 = 0$$



5) Una spira quadrata di lato a = 1 cm, percorsa da una corrente I = 1 mA circolante in verso antiorario, è disposta col centro nell'origine del piano (x,y) e con i lati paralleli agli assi.
Nello spazio è presente un campo B di componenti **$B_x = B_y = 0, B_z = B_0 (1 + y/a)$** con B_0 = 1 mT.
Determinare intensità, direzione e verso della forza agente sulla spira.

$$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$B_z(+a/2) = B_0 \left(1 + \frac{a/2}{a}\right) = +{}^3/_2\, B_0$$



$$F_y(a/2) = \frac{3}{2}\, I\, a\, B_0$$

$$B_z(y) = B_0 \left(1 + \frac{y}{a}\right)$$

$${}^1/_2\, B_0 \leq B_z(y) \leq {}^3/_2\, B_0$$

$$\vec{F} = I\, \vec{L} \times \vec{B}$$

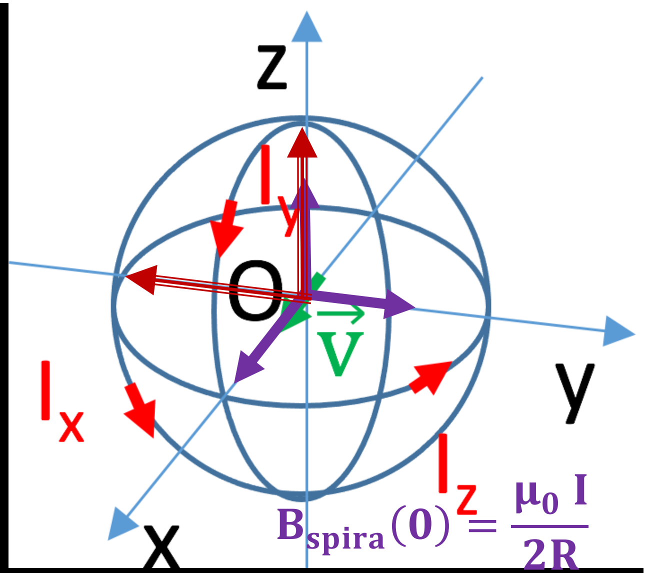
$$F_y(\text{-}a/2) = -\frac{1}{2}\, I\, a\, B_0$$

$$B_z(\text{-}a/2) = B_0 \left(1 - \frac{a/2}{a}\right) = +{}^1/_2\, B_0$$

le componenti orizzontali della forza, a parità di y, sono uguali (stesso B) e contrarie (I con versi oppoti) → Fx = 0

$$F_y = \frac{3}{2}\, I\, a\, B_0 - \frac{1}{2}\, I\, a\, B_0 = I\, a\, B_0$$

6) Una particella di carica $q > 0$ si muove con velocità v nel punto O, centro di tre spire circolari di raggio R percorse, con i versi indicati in figura, dalle correnti:
Ix (spira giacente nel piano x = 0),
Iy (spira giacente nel piano y = 0),
Iz (spira giacente nel piano z = 0) con Ix = Iy = Iz = I.
Determinare l'intensità della forza agente sulla particella quando si trova in O.



$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

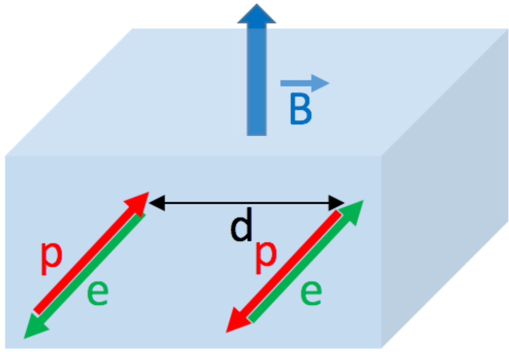
$B_x = \mu_0 I_x/2R$ → $F_x = 0;\ F_y = 0;\ F_z = 0$

$B_y = \mu_0 I_y/2R$ → $F_x = 0;\ F_y = 0;\ F_z = \mu_0 I_y/2R$

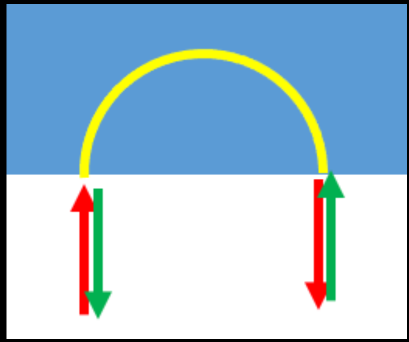
$B_z = \mu_0 I_z/2R$ → $F_x = 0;\ F_y = -\mu_0 I_z/2R\ ;\ F_z = 0$

$$F = \sqrt{(0+0+0)^2 + (0+0+\mu_0 I_y/2R)^2 + (0-\mu_0 I_z/2R+0)^2} = \sqrt{2}\mu_0 I/2R$$

7) Un protone e un elettrone entrano, viaggiando parallelamente a distanza d = 10, in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme B = 0,6 T perpendicolare alle traiettorie. Determinare il rapporto fra le due velocità iniziali sapendo il protone esce dalla zona col campo magnetico nel punto in cui era entrato l'elettrone e viceversa.



$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$



$$F = q\,v\,B = m\,v^2/R \rightarrow R = m\,v/(q\,B)$$

$$d = 2\,m_e v_e/(e\,B) = 2\,m_p v_p/(e\,B)$$

$$m_e v_e = m_p v_p$$

$$\rightarrow v_e/v_p = m_p/m_e$$

Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

VENERDÌ 19 ORE 8:30-10

piano carico	condensatore piano
spira	solenoide rettilineo