Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

potenziale elettrostatico
forza elettromotrice

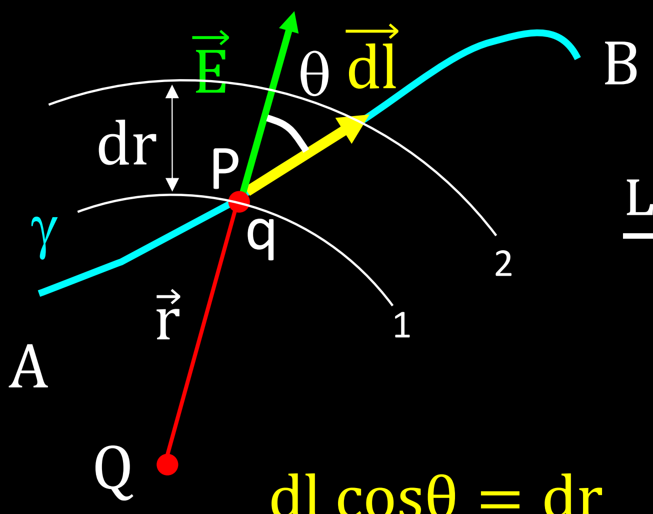
piano carico
spira

condensatore piano
solenoide rettilineo

POTENZIALE ELETTROSTATICO

consideriamo il lavoro che una carica q deve compiere per muoversi lungo una linea γ da A a B sotto l'azione della forza coulombiana generata da una carica Q:

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{r}}{r^2}$$



$$\mathrm{dl}\cos\theta = \mathrm{dr}$$

Il lavoro per unità di carica è dato da:

$$\frac{L_{AB}}{q} = \frac{1}{q}\int_{A\,\gamma}^{B}\vec{F}\,\vec{dl} = \int_{A\,\gamma}^{B}\vec{E}\,\vec{dl} = \int_{A\,\gamma}^{B}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{r}}{r^2}\vec{dl}$$

$$= \int_{A\,\gamma}^{B}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{dl}\cos\theta}{r^2} = \int_{A\,\gamma}^{B}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r^2} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left.\frac{1}{r}\right|_{r_A}^{r_B}$$

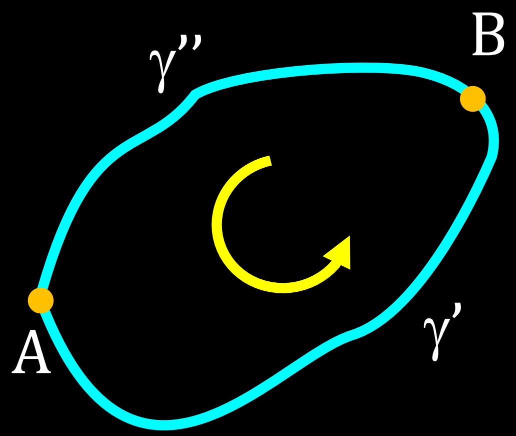
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$$\boxed{\Delta V = \int_A^B \vec{E}\,\vec{dl}}$$

$\forall\gamma$!!! Il campo elettrostatico è conservativo!

POTENZIALE ELETTROSTATICO

conservatività



calcoliamo la circuitazione di $\vec{E}$ lungo la linea chiusa γ

$$\gamma = \gamma' + \gamma''$$

$$\oint_{\gamma} \vec{E}\,\vec{dl} = \int_{A_{\gamma'}}^{B} \vec{E}\,\vec{dl} + \int_{B_{\gamma''}}^{A} \vec{E}\,\vec{dl} = \int_{A_{\gamma'}}^{B} \vec{E}\,\vec{dl} - \int_{A_{\gamma''}}^{B} \vec{E}\,\vec{dl} = \mathbf{0}$$

se il campo è elettrostatico è conservativo, l'integrale non dipende da γ

e la circuitazione è nulla

se in alcuni tratti il campo E non è conservativo $\oint_{\gamma} \vec{E}\,\vec{dl} = \text{f.e.m.}$

forza elettromotrice (f.e.m. = f = $\mathcal{E}$): lavoro delle forze non conservative per unità di carica

f.e.m. = $L_{NON\ CONS}/q$ $\qquad$ $\Delta V = L_{CONS}/q$

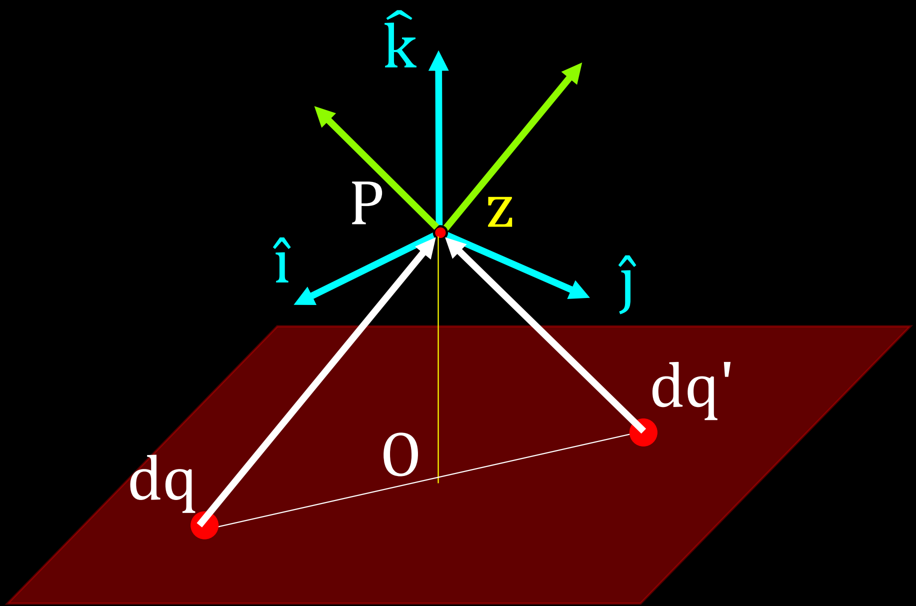
unità di misura: il volt

1 volt = 1 joule/1 coulomb: 1 V = 1 J/1 C

CAMPO ELETTROSTATICO DA DISTRIBUZIONE PIANA INDEFINITA DI CARICA

determinare il valore campo elettrostatico generato in un punto P da una distribuzione piana indefinita con densità di carica σ

teorema di Gauss



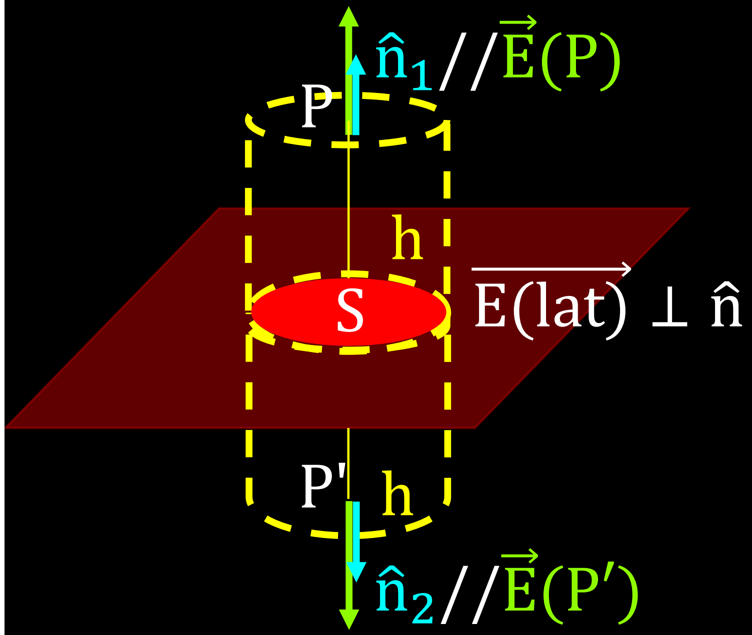
i contributi al campo lungo $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$ sono nulli: preso un elemento infinitesimo di carica dq ne esiste certamente un altro, dq', simmetrico rispetto a O per cui le componenti nel piano XY si annullano mentre restano solo quelle lungo Z

$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = E(z)\hat{k}$$

CAMPO ELETTROSTATICO DA DISTRIBUZIONE PIANA INDEFINITA DI CARICA

determinare il valore campo elettrostatico generato in un punto P da una distribuzione piana indefinita con densità di carica σ

teorema di Gauss



$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = E(z)\hat{k}$$

Per sfruttare la simmetria del sistema si sceglie una superficie di Gauss cilindrica di sezione S con le basi distanti h dal piano.

L'unico contributo al flusso del campo è attraverso le superfici di base dato che la superficie laterale del cilindro è perpendicolare alla direzione del campo.

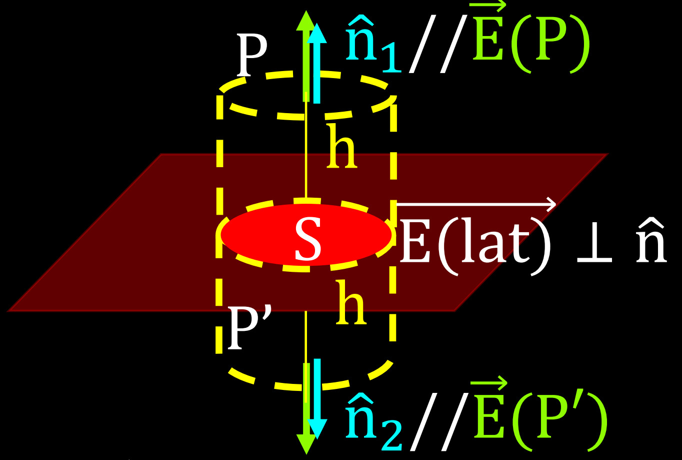
CAMPO ELETTROSTATICO DA DISTRIBUZIONE PIANA INDEFINITA DI CARICA

determinare il valore campo elettrostatico generato in un punto P da una distribuzione piana indefinita con densità di carica σ

teorema di Gauss

$$\phi(\vec{E})_S = \int_{base1} \overrightarrow{E_1}\,\hat{n}_1\,dS + \int_{base2} \overrightarrow{E_2}\,\hat{n}_2\,dS + \int_{lat} \vec{E}\,\hat{n}\,dS =$$

$$= E(h)\,S + E(-h)\,S + 0 = 2\,E(h)\,S = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma\,S}{\varepsilon_0}$$



$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = E(z)\hat{k}$$

$$\rightarrow E(h) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{z}{|z|}$$

non dipende dalla distanza !!!

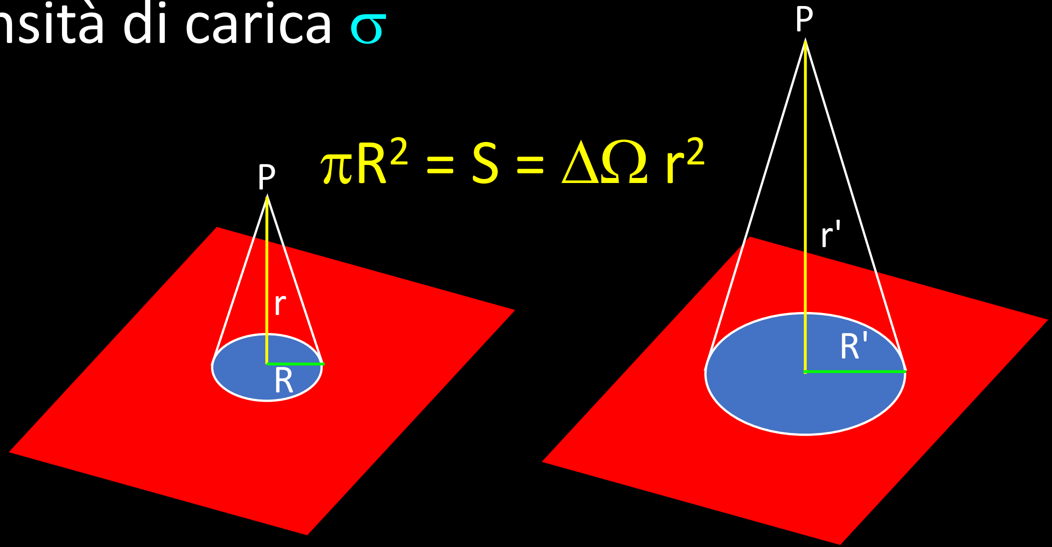
CAMPO ELETTROSTATICO DA DISTRIBUZIONE PIANA INDEFINITA DI CARICA

determinare il valore campo elettrostatico generato in un punto P da una <u>distribuzione piana indefinita</u> con densità di carica σ

$$E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{z}{|z|}$$

perché non dipende dalla distanza ?

$\pi R^2 = S = \Delta\Omega\, r^2$

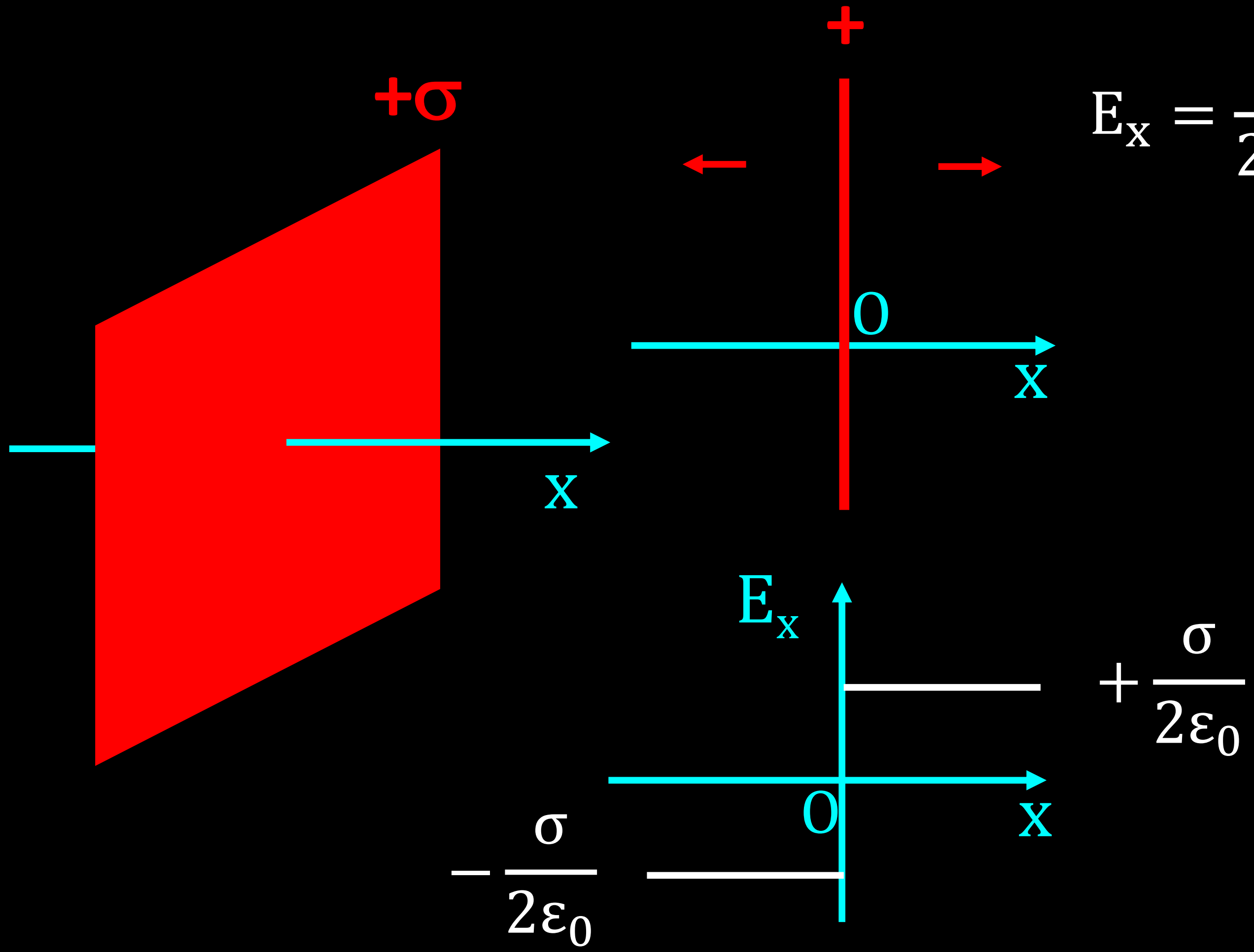


il campo nel punto P "sente" l'effetto della carica sottesa da un certo angolo solido;
poi si dovrà integrare su tutto l'angolo "visibile" (2π steradianti se il piano è infinito)

allontanandosi, il campo diminuisce con r^2 ma la carica sottesa $\sigma\,\pi R^2$ cresce col quadrato della distanza r^2 restando uguale

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma S}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\Delta\Omega r^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sigma\Delta\Omega$$

CAMPO ELETTROSTATICO DA DISTRIBUZIONE PIANA <u>INDEFINITA</u> DI CARICA

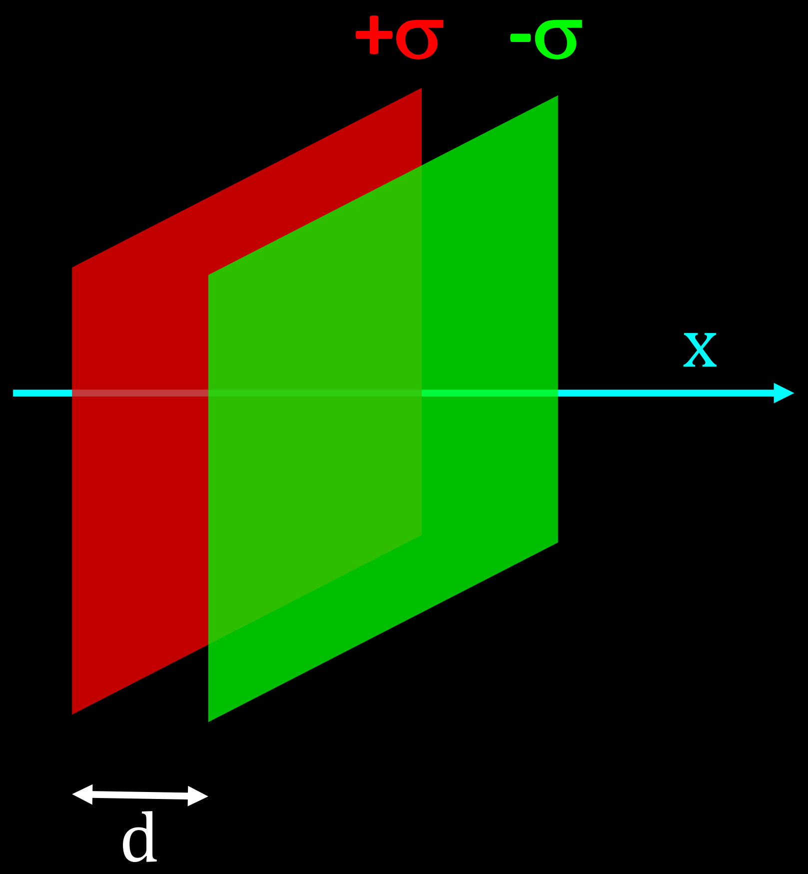


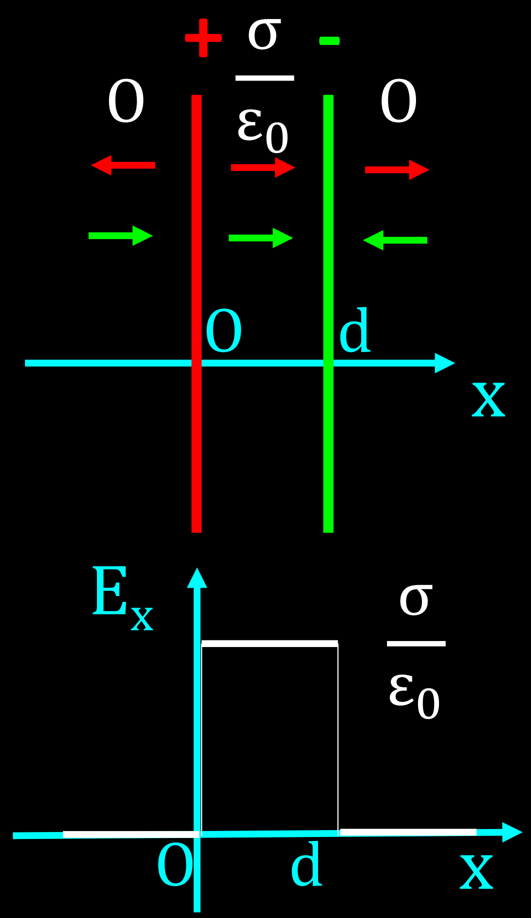
$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x}{|x|}$$

2 REGIONI CON CAMPO ELETTRICO UNIFORME

CAMPO ELETTROSTATICO DEL DOPPIO STRATO DI CARICA

>>> $E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x}{|x|}$



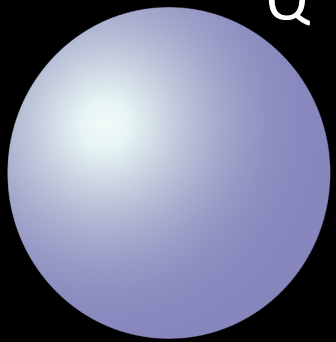


$$\boxed{\Delta V = \int_A^B \vec{E}\,\vec{dl}}$$

$$\Delta V = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}$$

CAMPO ELETTRICO UNIFORME ALL'INTERNO

CAPACITÀ ELETTRICA



sfera conduttrice
di raggio R

Q → sulla superficie

Gauss → $E(r \geq R) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$$>>> \Delta V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$V(\infty) = 0$ $V(R) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$\Delta V(R) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$$\frac{Q}{\Delta V} = 4\pi\varepsilon_0 R = C$$

geometria

materiale

capacità di contenere molta carica senza aumentare molto il potenziale

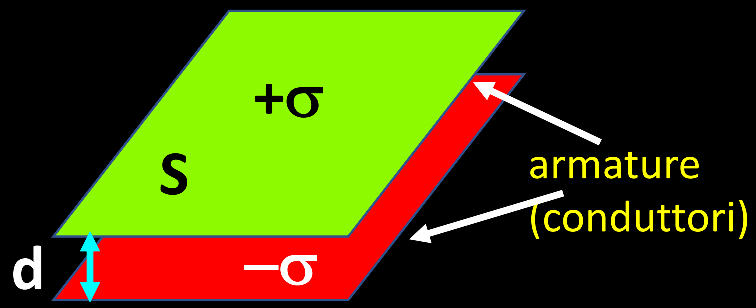
$$\frac{1\ \text{coulomb}}{1\ \text{volt}} = 1\ \text{farad} \qquad \frac{1\ \text{C}}{1\ \text{V}} = 1\ \text{F}$$

se $R = 6{,}4 \times 10^3$ km

$C_{Terra} = 6{,}4 \times 10^6 / 9 \times 10^9 = 0{,}7$ mF

il farad è un'unità di misura enorme!!!

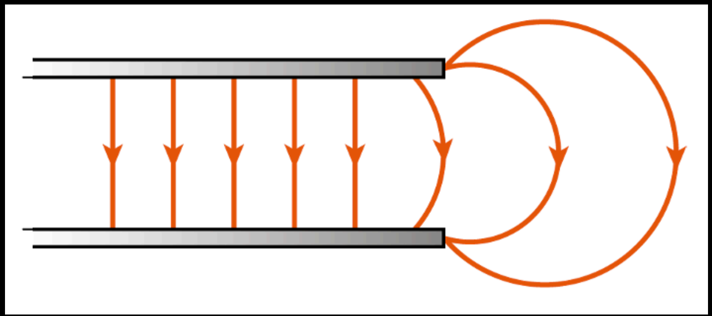
CONDENSATORE PIANO dispositivo con elevata capacità elettrica



$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma\ S}{\frac{\sigma}{\epsilon_0} d} = \frac{\epsilon_0\, S}{d}$$

se $d \simeq 0$ → capacità "grande"

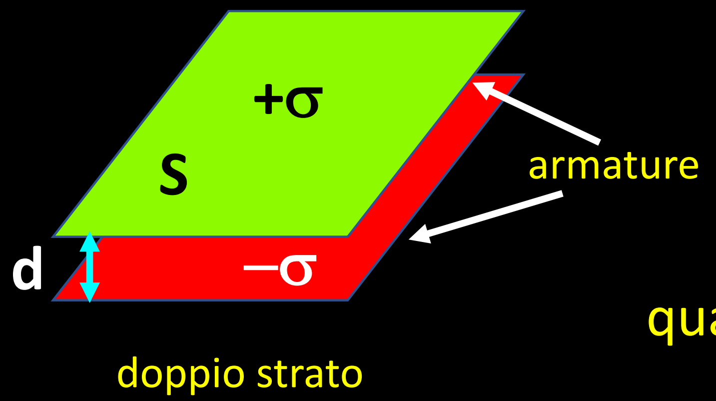
doppio strato



le linee di campo si incurvano verso i bordi delle armature (*effetto di bordo*) ma il campo diventa trascurabile a distanze dal bordo paragonabili alla separazione fra le armature

se $S >> d^2$ si può approssimare il campo del condensatore a quello di un doppio strato infinito

CONDENSATORE PIANO dispositivo con elevata capacità elettrica



$C = Q/\Delta V = \sigma S/(\sigma d/\varepsilon_0) = \varepsilon_0 S/d$

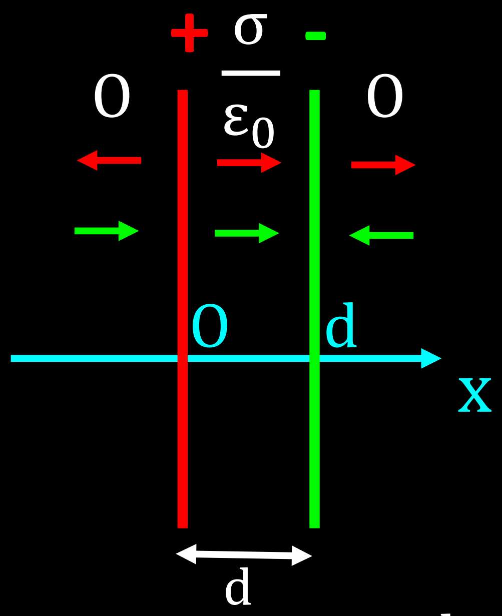
quanta energia è contenuta nel condensatore?

l'energia potenziale è pari al prodotto carica x potenziale

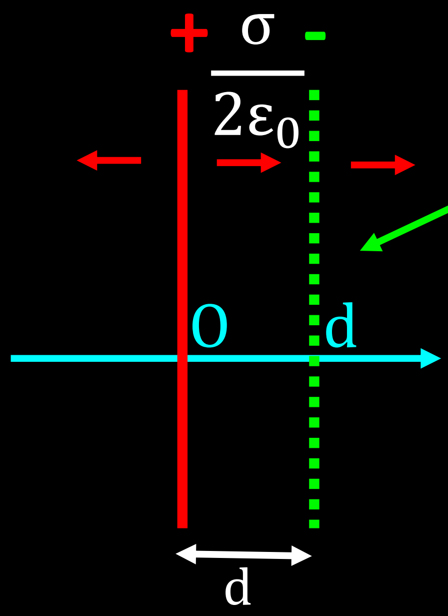
per semplicità di notazione utilizzerò il simbolo U che è di uso più frequente che non EP_E:
$\Delta EP_E = q\,\Delta V$ diventa $\Delta U = q\,\Delta V$ e $EP_E = q\,V$ diventa $U = q\,V$)

CONDENSATORE PIANO

energia contenuta nel condensatore



$$\Delta V = \frac{\sigma\, d}{\varepsilon_0}$$



$$\frac{\Delta V}{2} = \frac{\sigma\, d}{2\varepsilon_0}$$

$$Q = \sigma\, S$$

$$EP_E = U = \frac{\Delta V}{2} Q = \frac{1}{2}\, Q\, \Delta V$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C} \qquad U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$Q = C\, \Delta V \qquad \boxed{U = \frac{1}{2} C\, \Delta V^2}$$

valide per qualsiasi tipo di condensatore, anche non piano

DENSITA' DI ENERGIA ELETTRICA

campo -> forza -> lavoro -> energia

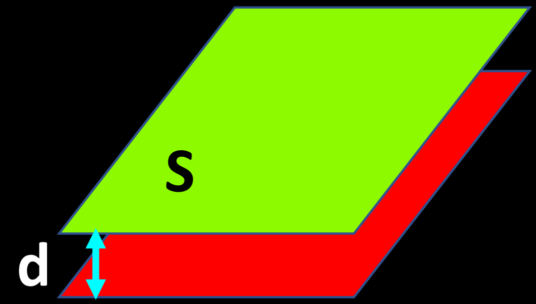
dove c'è campo c'è energia

$$EP_E = U = \frac{\Delta V}{2} Q = \frac{1}{2}\, Q\, \Delta V$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{S\varepsilon_0} \rightarrow Q = \varepsilon_0\, E\, S$$

$$\Delta V = \frac{\sigma\, d}{\varepsilon_0} = E\, d$$

$$U = \frac{1}{2}\, Q\, \Delta V = \frac{1}{2}\, \varepsilon_0\, E\, S\;\, E\, d = \frac{1}{2}\, \varepsilon_0 E^2\, Sd$$

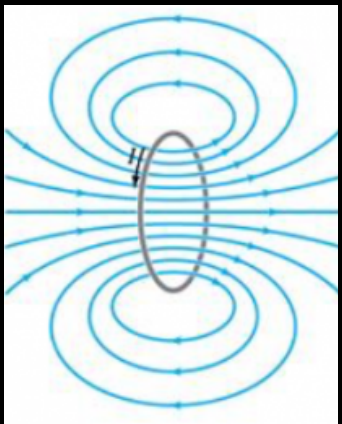
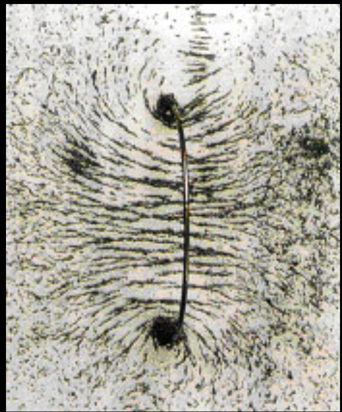
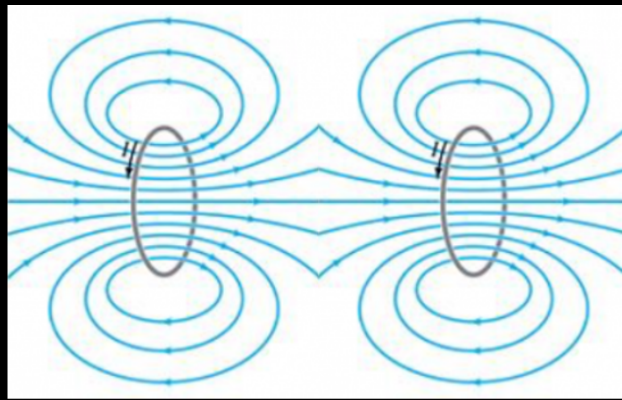
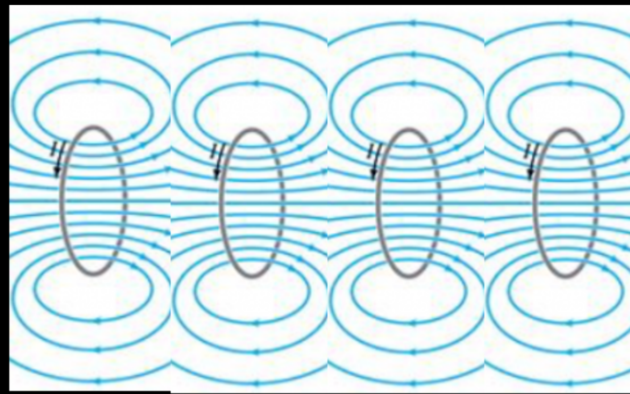


nel condensatore c'è quindi una densità di energia per unità di volume

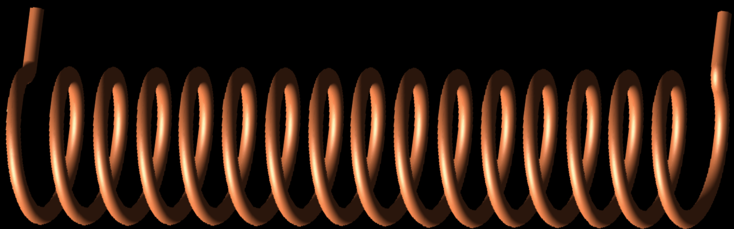
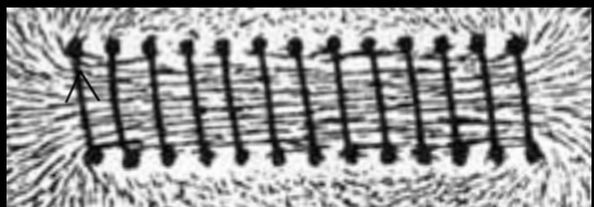
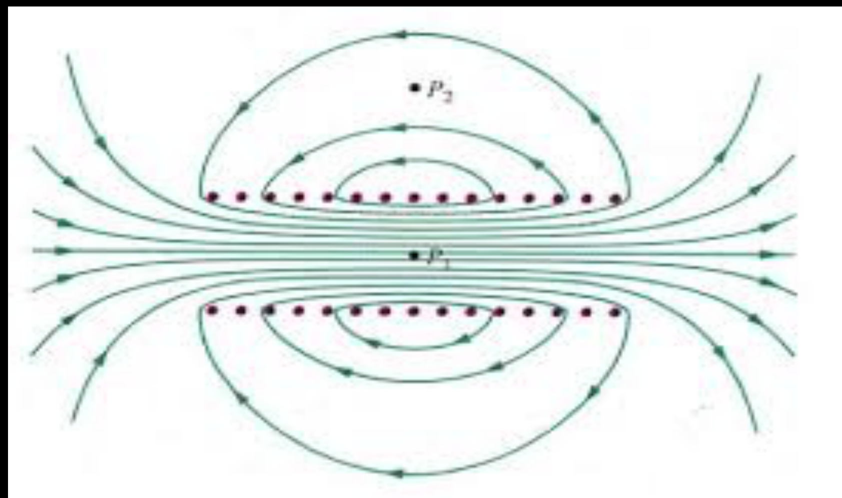
$$u = \frac{U}{S\, d} = \frac{1}{2}\, \varepsilon_0 E^2$$

espressione valida qualunque sia l'origine del campo elettrico E

DALLA SPIRA AL SOLENOIDE σωλην tubo

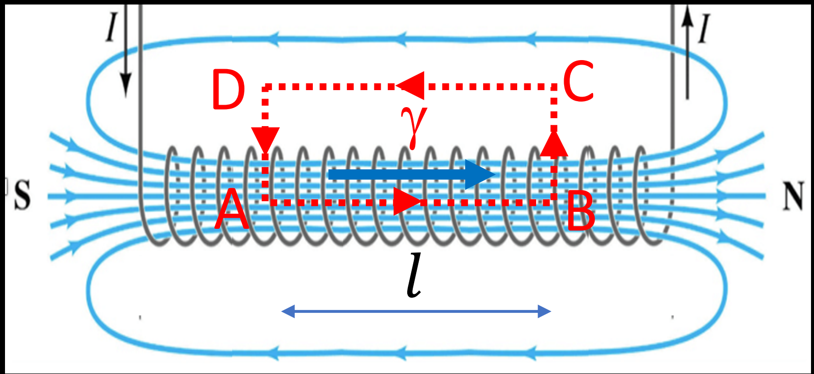





all'aumentare del numero di spire le linee del campo all'interno diventano parallele all'asse e il campo all'esterno diminuisce di intensità (le linee si chiudono lontano dall'avvolgimento

SOLENOIDE INDEFINITO

in un tratto di solenoide lungo l ci sono N spire e quindi un densità di spire per unità di lunghezza n = N/l



$$\oint_\gamma \vec{B}\,\vec{dl} = \mu_0\, I_{conc}$$

$$\oint_\gamma \vec{B}\,\vec{dl} = \int_A^B \vec{B}\,\vec{dl} + \int_B^C \vec{B}\,\vec{dl} + \int_C^D \vec{B}\,\vec{dl} + \int_D^A \vec{B}\,\vec{dl}$$

$$= \int_A^B B\,dl + \int_B^C B\,dl\cos(\frac{\pi}{2}) + \int_C^D 0\,\vec{dl} + \int_D^A B\,dl\cos(\frac{\pi}{2})$$

$$= B\,l + 0 + 0 + 0 = B\,l \;\; = \mu_0\, I_{conc} \qquad B\,l = \mu_0\, n\, l\, I \longrightarrow B = \mu_0\, n\;\; I$$

$\vec{B} // \vec{dl}$ $\qquad I_{conc} = N\,I = n\,l\,I$

Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

ESERCIZI **LUNEDÌ 22 ORE 10-11**

LEZIONE **VENERDÌ 26**

INTRODUZIONE
ELEMENTI CIRCUITALI **LUNEDÌ 29**

VACANZE PASQUALI
[giovedì 1/4 - martedì 6/4]

GIOVEDÌ 1
ESONERO

VENERDÌ 9