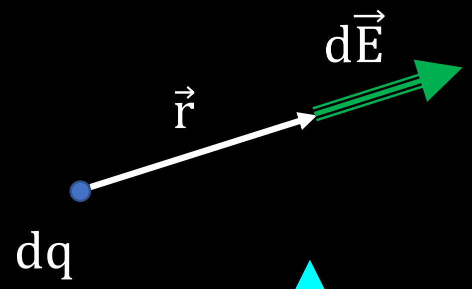
adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

esercitazione su:

- potenziale
- condensatori
- energia elettrica
- solenoidi

$$\overrightarrow{dE(\vec{r})} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\, dq\, \frac{\hat{r}}{r^2}$$

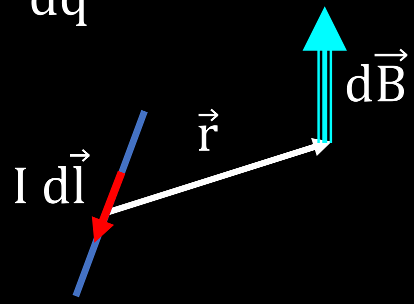


$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

$$\Delta V = \int_A^B \vec{E}\, \vec{dl}$$

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$$\overrightarrow{dB(\vec{r})} = \frac{\mu_0}{4\pi}\; I d\vec{l} \times \frac{\hat{r}}{r^2}$$



$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$C_{piano} = \frac{\epsilon_0\, S}{d}$$

$$\phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E}\,\hat{n}\, dS = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

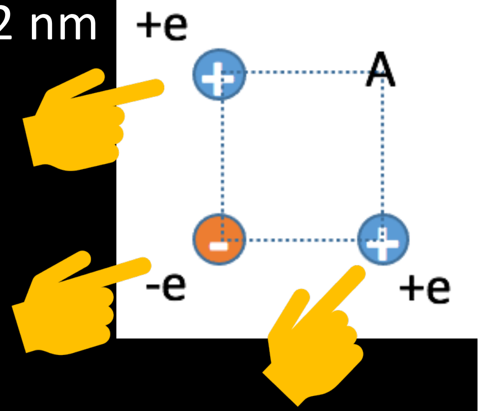
$$U = \frac{1}{2} C\, \Delta V^2$$

$$\oint_\gamma \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_o I_{conc}$$

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

$$B_{solenoide} = \mu_0\, n\, I$$

4) Determinare il valore del potenziale nel vertice A del quadrato di lato L = 2 nm riportato in figura.



$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$ scelto $r_B \rightarrow \infty$ e r_A = r distanza dalla carica

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$ potenziale elettrico: lavoro per unità di carica che occorre compiere per spostare una carica da infinito fino a un punto a distanza r da Q

questa carica (+e) dista L da A → $V = \frac{+e}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{L}$

anche questa carica (+e) dista L da A → $V = \frac{+e}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{L}$

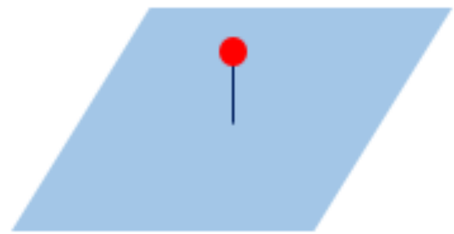
invece questa carica (-e) dista $\sqrt{2}$ L da A → $V = \frac{-e}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{2}L}$

il campo E in cui si sposta la carica per arrivare in A è la somma dei campi elettrici generati dalle tre cariche: il lavoro per unità di carica complessivo è la somma dei tre contributi

$$\Delta V = \int_A^B \vec{E}\,\vec{dl} = \int_A^B \vec{E_1}\,\vec{dl} + \int_A^B \vec{E_2}\,\vec{dl} + \int_A^B \vec{E_1}\,\vec{dl}$$

$$V_A = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{L}\left(1 + 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

6) Su una lastra metallica quadrata di lato 2 m è uniformemente distribuita una carica di 8,9 nC. Determinare il valore del campo elettrico in un punto al centro della lastra a distanza d = 1 cm da essa.



La carica è uniformemente distribuita sulla superficie → $\sigma = Q/S$.

Dato che il punto è al centro possiamo sicuramente trascurare effetti di bordo e considerare il piano infinitamente esteso $\rightarrow \overrightarrow{E(\vec{r})} = E(z)\hat{k}$

Come visto applicando Gauss $E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{z}{|z|}$

$$E_z = \frac{8{,}9 \cdot 10^{-9} C / 4 m^2}{2 \text{ x } 8{,}9 \cdot 10^{-12}\, F/m} = 125\, V/m$$

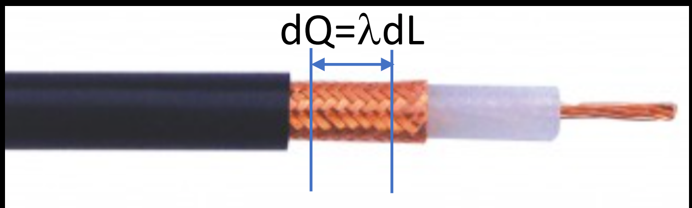
La distanza d = 1 cm è molto piccola rispetto al lato di 2 m... anche se il punto non fosse al centro ma a qualche centimetro dal bordo il risultato sarebbe lo stesso.

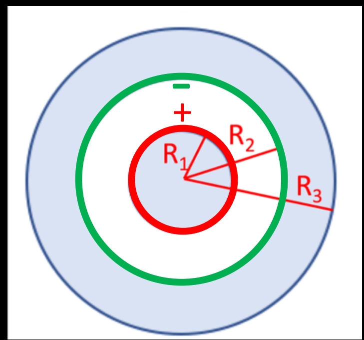
11) Un condensatore cilindrico è costituito da un tratto lungo L di cavo coassiale che ha come armatura interna la superficie di un conduttore di raggio R_1 e come armatura esterna una guaina conduttrice di raggio R_2.

La carica +Q si distribuisce lungo L con densità $\lambda = Q/L$ sull'armatura di raggio R_1; la stessa carica ma di segno opposto -Q si distribuisce lungo L con densità $\lambda = -Q/L$ sull'armatura di raggio R_2.

Il campo elettrico fra le armature ha un andamento radiale: $E(r) = \lambda/(2\pi\varepsilon_0\ r)$ [verificare utilizzando Gauss] e la differenza di potenziale fra le armature è $DV = \lambda/(2\pi\varepsilon_0) \ln (R_2/R_1)$ [verificare integrando E fra R_1 e R_2].

Calcolare l'energia contenuta nel condensatore, sia a partire dal valore della capacità e della differenza di potenziale, sia integrando la densità di energia $u = ½\ e_0\ E^2$ sul volume fra le armature.

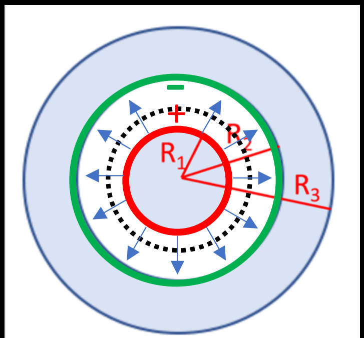


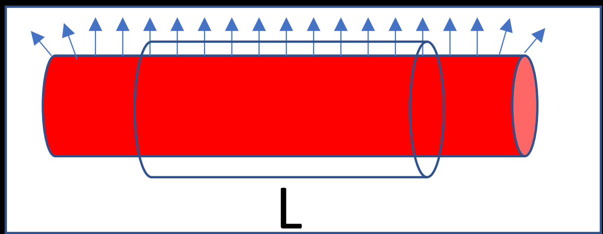


11) ...

Il campo elettrico fra le armature ha un andamento radiale: $E(r) = \lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)$ [verificare utilizzando Gauss] e la differenza di potenziale fra le armature è $\Delta V = \lambda/(2\pi\varepsilon_0)\ \ln(R_2/R_1)$ [verificare integrando E fra R_1 e R_2].

Calcolare l'energia contenuta nel condensatore, sia a partire dal valore della capacità e della differenza di potenziale, sia integrando la densità di energia $u = ½\ e_0\ E^2$ sul volume fra le armature.





$$\Delta V = \int_A^B \vec{E}\,\vec{dl}$$

$$\Delta V = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

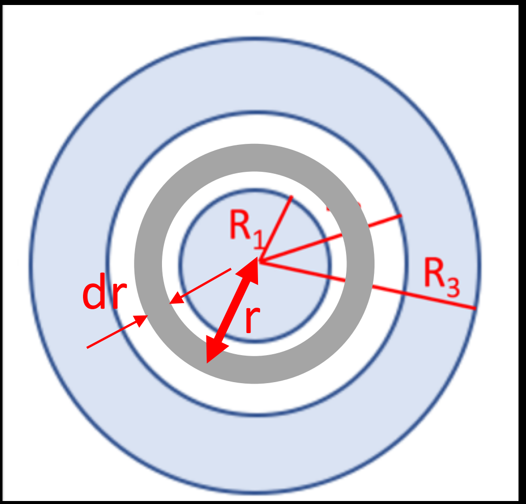
$2\pi r\ L\ \ E(r) = \lambda\ L/\varepsilon_0 \rightarrow E(r) = \lambda/(2\pi\varepsilon_0\ r)$

11) ...

Calcolare l'energia contenuta nel condensatore, sia a partire dal valore della capacità e della differenza di potenziale, sia integrando la densità di energia u = ½ e_0 E^2 sul volume fra le armature.

$$\Delta V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \qquad C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\lambda L}{\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

$d\tau = L\,dS$

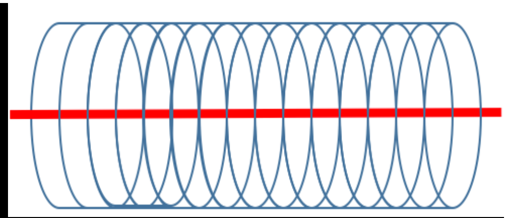


$$U = \frac{1}{2}C\Delta V^2 = \frac{1}{2}\,\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}\left(\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)\right)^2 = \frac{1}{2}\,\frac{\lambda^2 L}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$u = \frac{U}{vol} = \frac{U}{\tau} \quad \text{ma } u(r) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E(r)^2 \rightarrow dU = u(r)\,d\tau \rightarrow u(r) = \frac{dU}{d\tau}$$

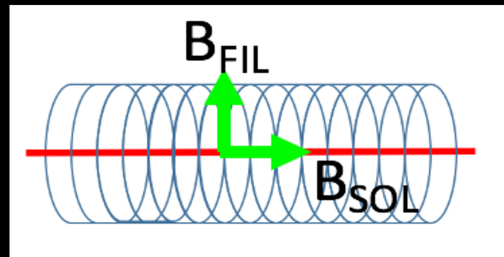
$$U = \int_{R_1}^{R_2} u(r)\,\underbrace{2\pi r L dr}_{d\tau} = \int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{2}\,\varepsilon_0\left(\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\right)^2 2\pi r L dr = \int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{2}\,\frac{\lambda^2 L}{2\pi\varepsilon_0 r}dr = \frac{1}{2}\,\frac{\lambda^2 L}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

14) Un lungo solenoide rettilineo di raggio R = 1 cm è costituito da n = 500 spire/m di filo nelle quali scorre la corrente I_0 = 100 mA. Lungo l'asse del solenoide è posto un filo conduttore percorso dalla corrente I.



Determinare il valore di I per cui il campo B sulla superficie interna del solenoide forma un angolo di 45° rispetto all'asse.

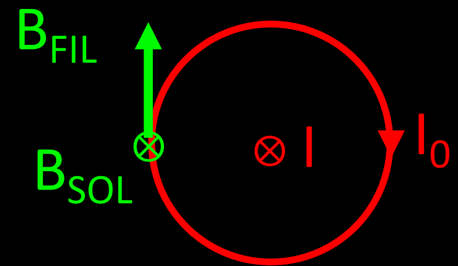
se l'angolo è di 45° i due campi hanno la stessa intensità



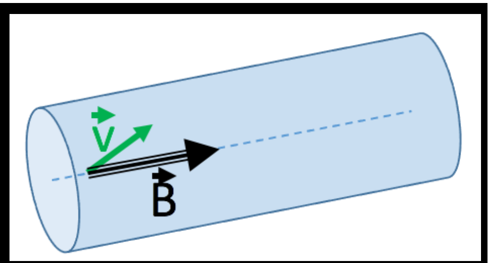
$$B_{SOL} = \mu_0 \, n \, I_0$$

$$B_{FIL} = \mu_0 \, I/(2\pi R)$$

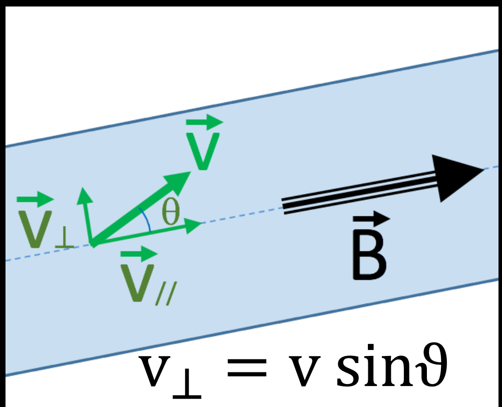
$$I = n \, I_0 \, (2\pi R)$$



15) Una particella di carica q e massa m, posta sull'asse di un lungo solenoide di raggio R e n spire per unità di lunghezza, viene emessa con velocità v in una direzione inclinata di 30° rispetto all'asse. Determinare il valore minimo della corrente che impedisce alla particella di raggiungere l'avvolgimento del solenoide.



$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

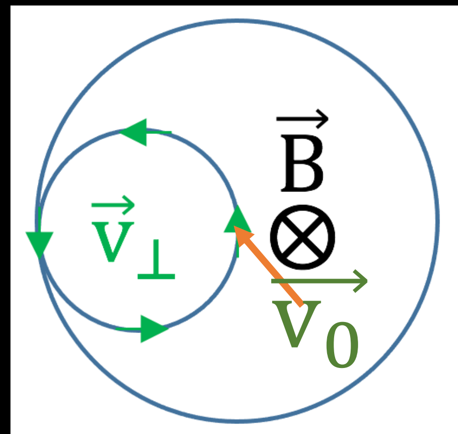


$$F_L = q\,v_\perp\,B = m\,a_n = m\,v_\perp^2/r$$

$$q\;B = m\,v_\perp/r$$

$$q\;B_{min} = m\,(v/2)/(R/2)$$

30°



$$B_{min} = mv/(qR) = \mu_0\,n\,I_{min}$$

$$\rightarrow I_{min} = mv/(qR\mu_0 n)$$

Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

VENERDÌ 26 ORE 8:30-10

autoflusso e induttanza

energia magnetica

induzione elettromagnetica (Faraday-Neumann-Lenz)

ESONERO

MARTEDÌ 6 ORE 9:30