Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

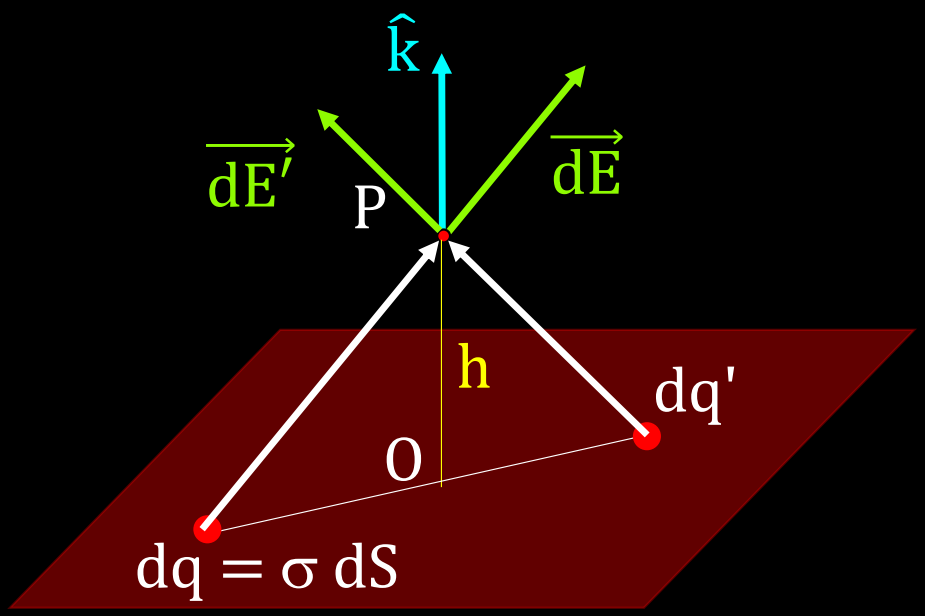
VENERDÌ 25 ORE 8:30-10

piano carico
spira
condensatore piano
solenoide rettilineo

CAMPO ELETTROSTATICO DA DISTRIBUZIONE PIANA INDEFINITA DI CARICA

determinare il valore campo elettrostatico generato in un punto P distante h
da una distribuzione piana indefinita con densità di carica σ $\sigma = dq/dS$

teorema di Gauss



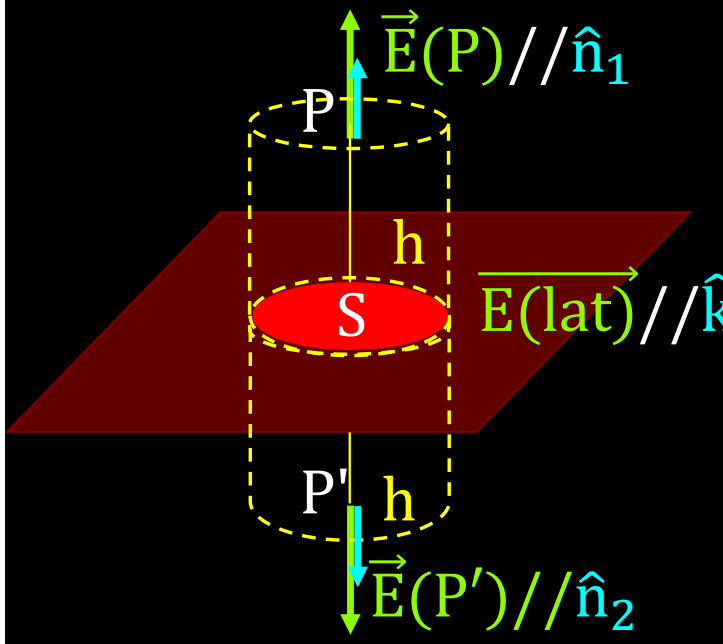
preso un elemento infinitesimo di carica dq ne esiste certamente un altro, dq', simmetrico rispetto a O per cui le componenti nel piano XY si annullano mentre restano solo quelle lungo Z (nel verso di $\hat{k}$)

$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = E(z)\hat{k}$$

CAMPO ELETTROSTATICO DA DISTRIBUZIONE PIANA INDEFINITA DI CARICA

determinare il valore campo elettrostatico generato in un punto P distante h
da una distribuzione piana indefinita con densità di carica σ

teorema di Gauss



$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = E(z)\hat{k}$$

Per sfruttare la simmetria del sistema si sceglie una superficie di Gauss cilindrica di sezione S con le basi distanti h dal piano.

L'unico contributo al flusso del campo è attraverso le superfici di base dato che la superficie laterale del cilindro è perpendicolare alla direzione del campo.

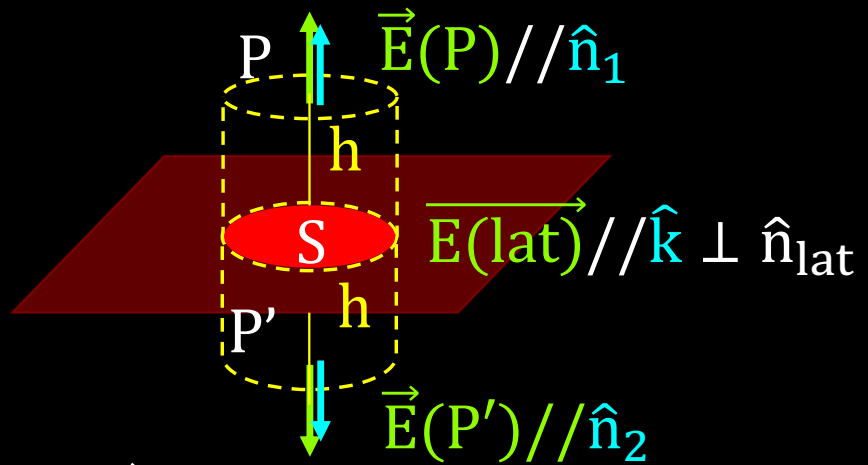
CAMPO ELETTROSTATICO DA DISTRIBUZIONE PIANA INDEFINITA DI CARICA

determinare il valore campo elettrostatico generato in un punto P da una distribuzione piana indefinita con densità di carica σ

teorema di Gauss

$$\phi(\vec{E}) = \int_{base1} \overrightarrow{E_1} \cdot \hat{n}_1 \, dS + \int_{base2} \overrightarrow{E_2} \cdot \hat{n}_2 \, dS + \int_{lat} \overrightarrow{E_{lat}} \cdot \hat{n}_{lat} \, dS =$$

$$= \left|\overrightarrow{E(h)}\right| S + \left|\overrightarrow{E(-h)}\right| S + 0 = 2\, E(h)\, S = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$



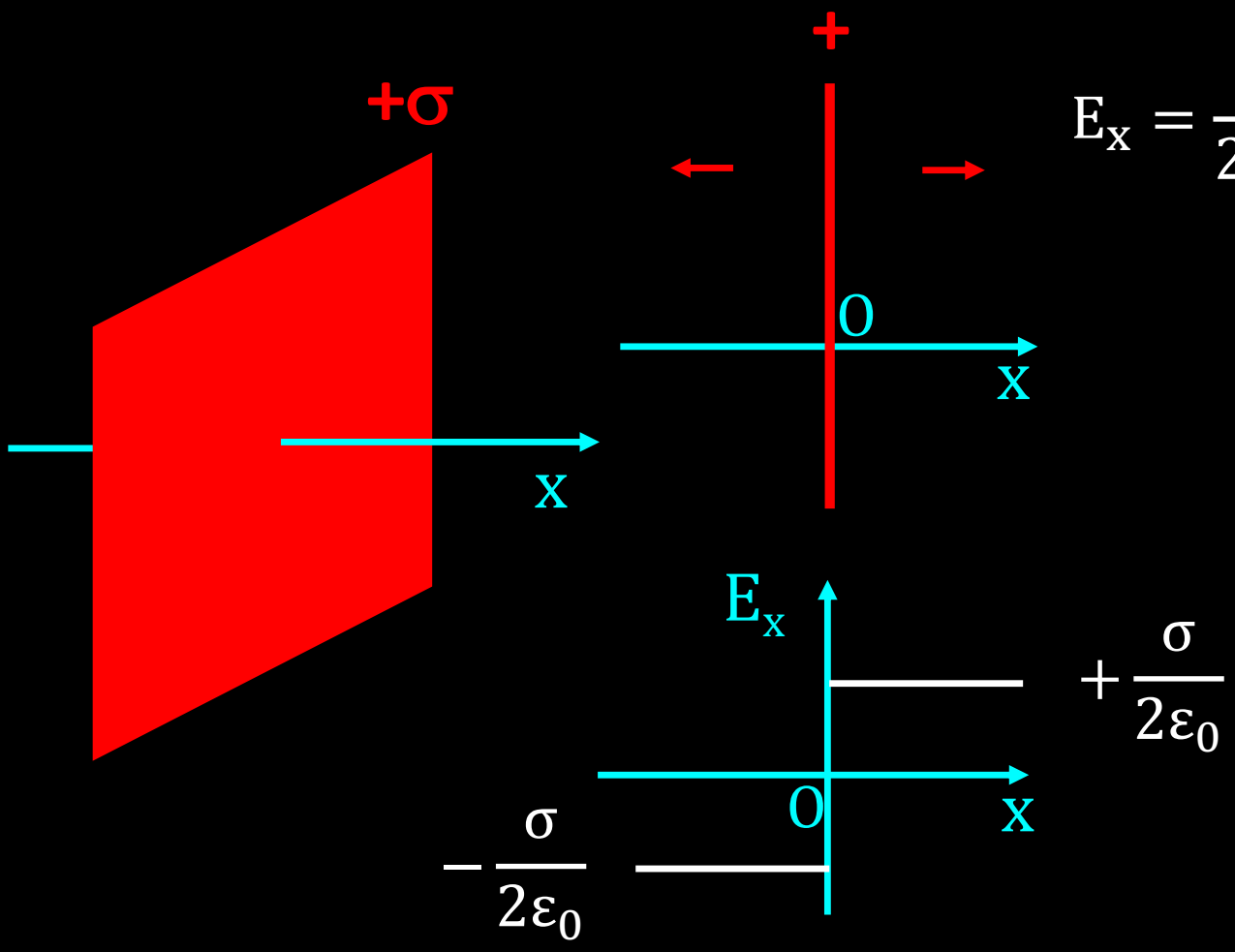
$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = E(z)\hat{k}$$

$$\rightarrow E(h) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{z}{|z|}$$

non dipende dalla distanza !!!

CAMPO ELETTROSTATICO DA DISTRIBUZIONE PIANA INDEFINITA DI CARICA

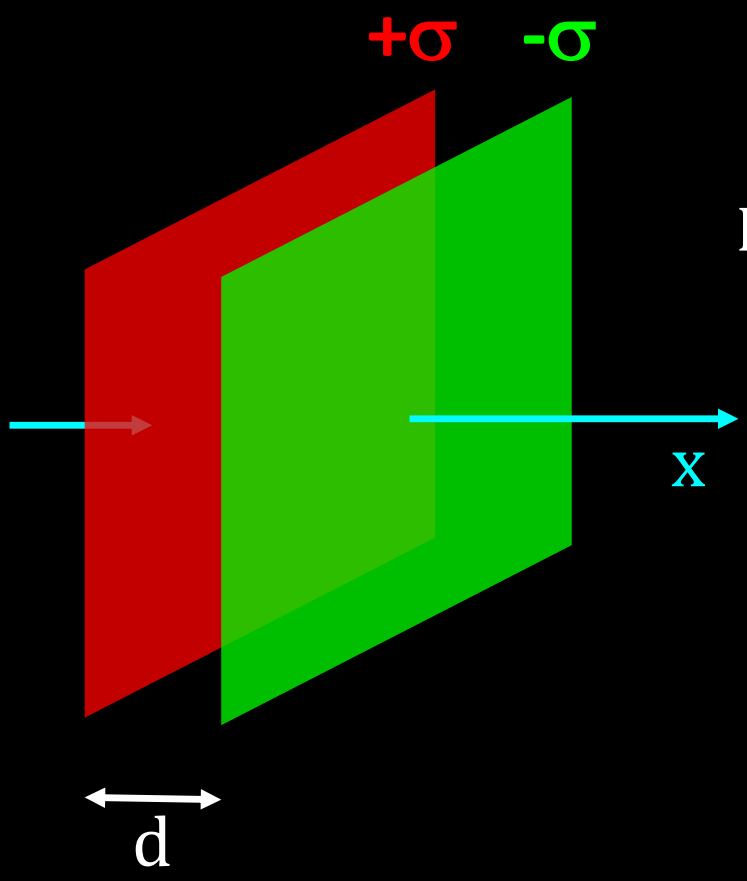


$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x}{|x|}$$

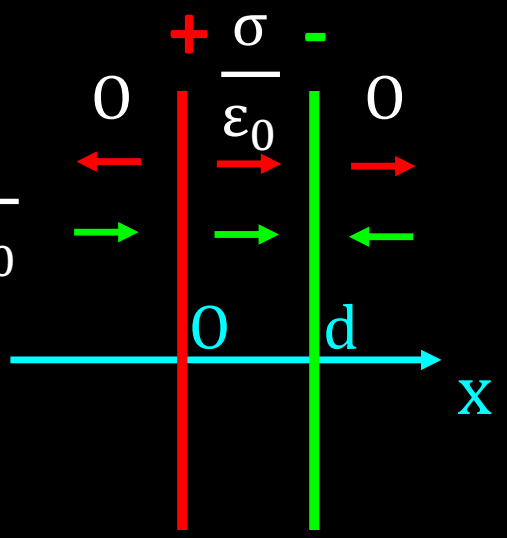
2 REGIONI CON CAMPO ELETTRICO UNIFORME

CAMPO ELETTROSTATICO DEL DOPPIO STRATO DI CARICA

$$>>> \quad E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x}{|x|}$$



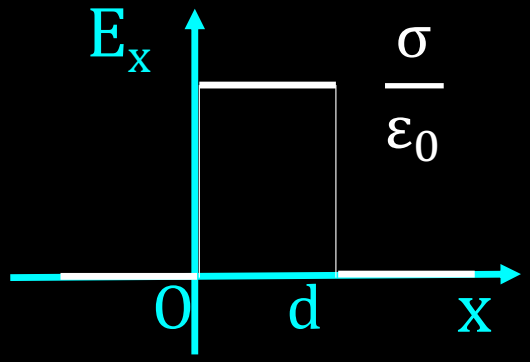
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



$$\Delta V = \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

$$= \int_0^d E\, dx$$

$$\Delta V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$$



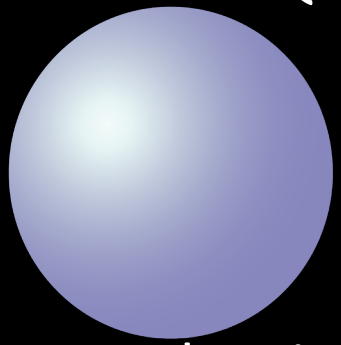
CAMPO ELETTRICO UNIFORME ALL'INTERNO

CAPACITÀ ELETTRICA

$Q \rightarrow \vec{E} \rightarrow \Delta V$

Q → sulla superficie

Gauss → $E(r \geq R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$



sfera conduttrice
di raggio R

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$V(\infty) = 0$ $V(R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$\Delta V(R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$$\frac{Q}{\Delta V} = 4\pi\varepsilon_0 R = C$$

geometria

materiale

$\Delta V = \frac{Q}{C}$ capacità di contenere molta carica senza aumentare molto il potenziale

$C = \frac{Q}{\Delta V}$ $\frac{1 \text{ coulomb}}{1 \text{ volt}} = 1 \text{ farad}$

$\frac{1 \text{ C}}{1 \text{ V}} = 1 \text{ F}$

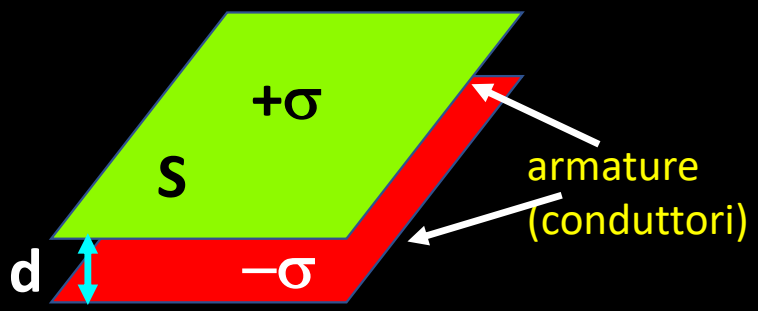
se $R = 6{,}4 \times 10^3$ km

$C_{Terra} = 1/9 \times 10^9 \times 6{,}4 \times 10^6 = 0{,}7$ mF

il farad è un'unità di misura enorme!!!

?

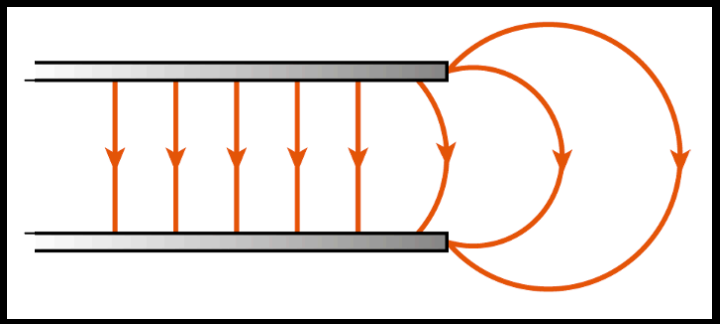
CONDENSATORE PIANO dispositivo con elevata capacità elettrica



$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma\ S}{\frac{\sigma}{\epsilon_0} d} = \frac{\epsilon_0\ S}{d}$$

se $d \simeq 0$ → capacità "grande"

doppio strato

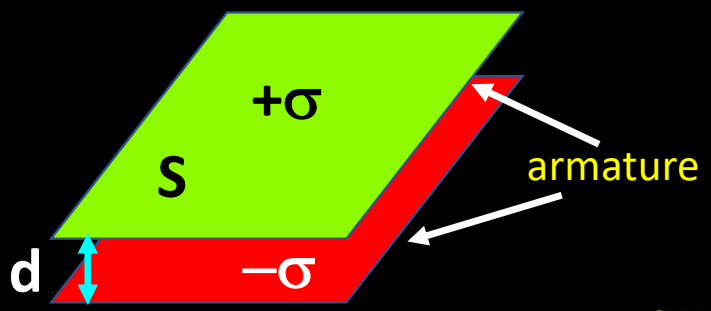


le linee di campo si incurvano verso i bordi delle armature (*effetto di bordo*) ma il campo diventa trascurabile a distanze dal bordo paragonabili alla separazione fra le armature

se $S >> d^2$ si può approssimare il campo del condensatore a quello di un doppio strato infinito $\rightarrow C = \frac{\epsilon_0\ S}{d}$

?

CONDENSATORE PIANO dispositivo con elevata capacità elettrica



doppio strato

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

quanta energia è contenuta nel condensatore?

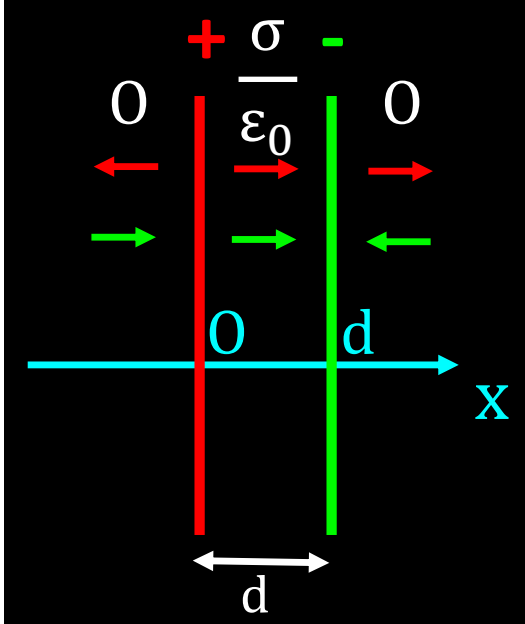
l'energia potenziale è pari al prodotto carica x potenziale

$\Delta V = L_{CONS}/q \rightarrow L_{CONS} = \Delta U = q\,\Delta V$

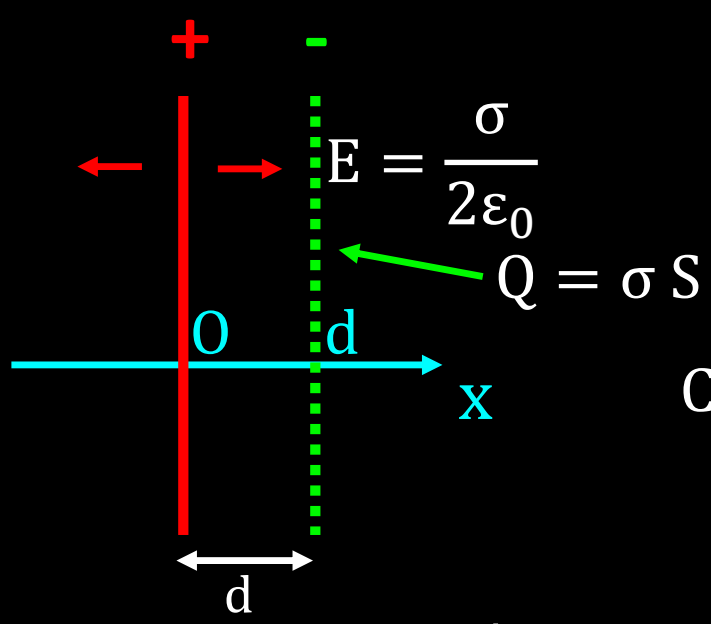
per semplicità di notazione utilizzo il simbolo U
che è di uso più frequente che non EP_E:
$EP_E = q\,V$ diventa $U = q\,V$
$\Delta EP_E = q\,\Delta V$ diventa $\Delta U = q\,\Delta V$

?

CONDENSATORE PIANO



$$\Delta V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$$



$$\Delta V' = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} d = \frac{\Delta V}{2}$$

energia contenuta nel condensatore

$$U = Q\,\Delta V' = Q\frac{\Delta V}{2} = \frac{1}{2} Q\,\Delta V$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \Delta V = \frac{Q}{C} \quad Q = C\,\Delta V$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$U = \frac{1}{2} C\,\Delta V^2$$

valide per qualsiasi tipo di condensatore, anche non piano

?

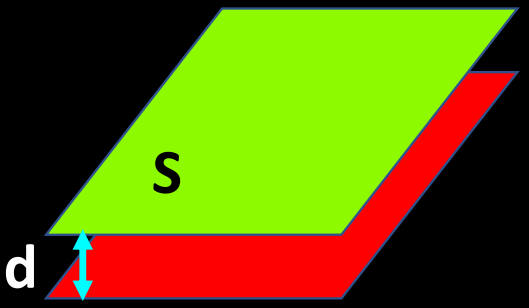
DENSITA' DI ENERGIA ELETTRICA

campo -> forza -> lavoro -> energia

dove c'è campo c'è energia

$$U = \frac{1}{2} Q \Delta V$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{S\varepsilon_0} \rightarrow Q = \varepsilon_0 E S$$



$$\Delta V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d = E d$$

$$U = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E S E d = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 Sd$$

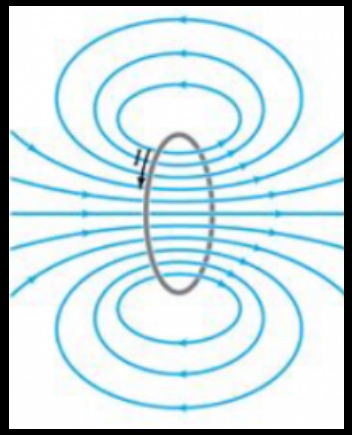
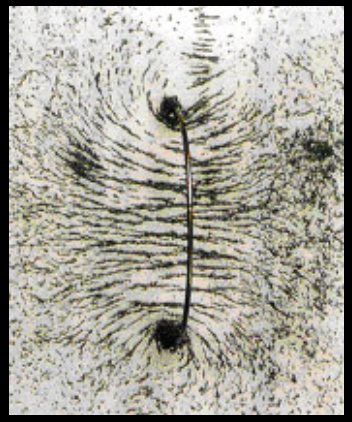
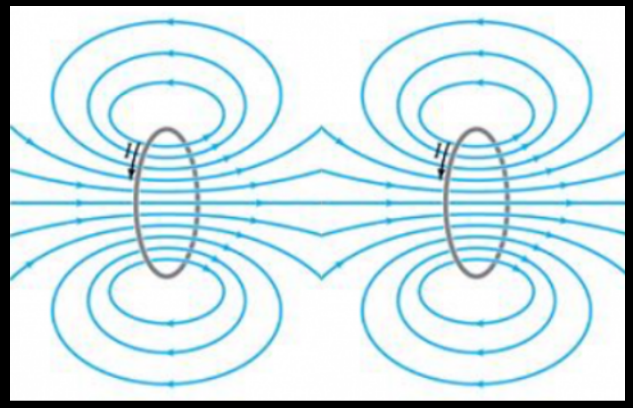
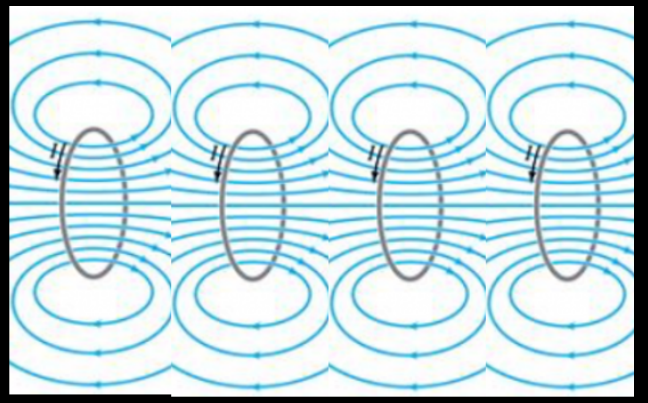
nel condensatore c'è quindi una densità di energia per unità di volume

$$u = \frac{U}{Sd} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

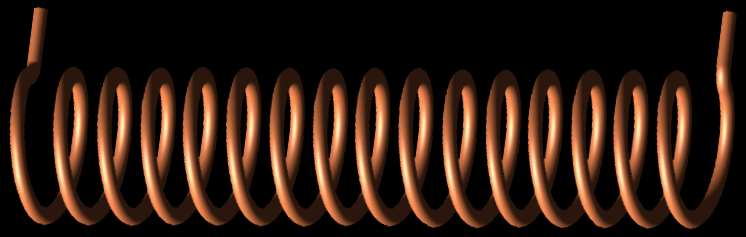
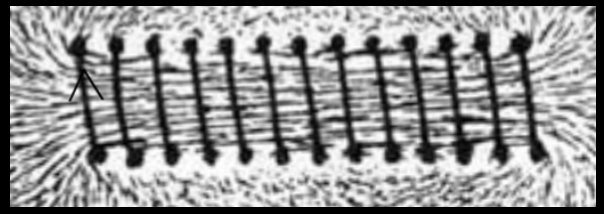
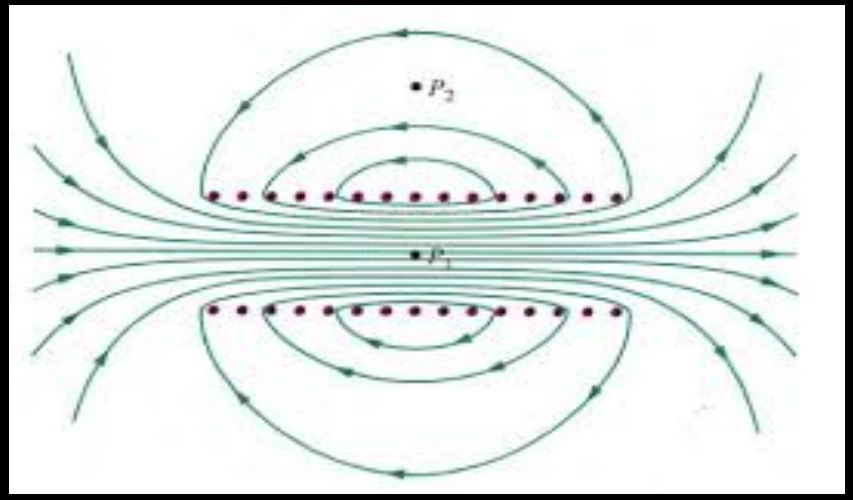
espressione valida qualunque sia l'origine del campo elettrico E (anche non elettrostatico)

?

DALLA SPIRA AL SOLENOIDE σωλην tubo CAMPO MAGNETICO

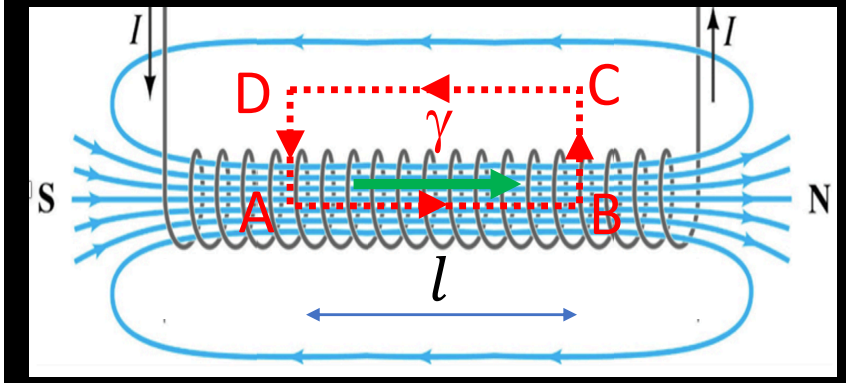





all'aumentare del numero di spire le linee del campo all'interno diventano parallele all'asse e il campo all'esterno diminuisce di intensità (le linee si chiudono lontano dall'avvolgimento

SOLENOIDE INDEFINITO

$\vec{B}$



in un tratto di solenoide lungo l ci sono N spire e quindi un densità di spire per unità di lunghezza n = N/l

$$\oint_\gamma \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 I_{conc}$$

$$\int_A^B \vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_B^C \vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_C^D \vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_D^A \vec{B}\cdot\vec{dl}$$

$\vec{B} // \overrightarrow{l_{AB}}$

$$\oint_\gamma \vec{B}\cdot\vec{dl} = \int_A^B B\,dl\cos(0) + \int_B^C B\,dl\cos(\frac{\pi}{2}) + \int_C^D 0\,\vec{dl} + \int_D^A B\,dl\cos(\frac{\pi}{2})$$

$$= B\,l + 0 + 0 + 0 = B\,l = \mu_0 I_{conc} \qquad I_{conc} = N\,I = n\,l\,I$$

$$B\,l = \mu_0\,n\,l\,I \longrightarrow B = \mu_0\,n\,I$$

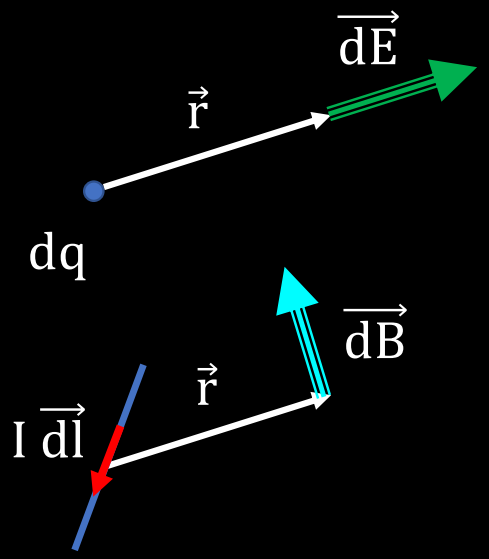
?

$$\overrightarrow{dE(\vec{r})} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\, dq\, \frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$\overrightarrow{dB(\vec{r})} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, I\, \overrightarrow{dl} \times \frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$\Phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_\gamma \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 I_{conc}$$



$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\overrightarrow{dF} = I\,\overrightarrow{dl} \times \vec{B}$$

$$\Delta V = L_{CONS}/q = \int_A^B \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl}$$

$$\Delta V_{A\to B} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$$\text{f.e.m.} = L_{NON\ CONS}/q = \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$C_{piano} = \frac{\epsilon_0\, S}{d}$$

$$U = \frac{1}{2} C\, \Delta V^2$$

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

$$B_{solenoide} = \mu_0\, n\, I$$

AUTOFLUSSO E INDUTTANZA

1) un circuito percorso da corrente (quindi chiuso) genera un campo magnetico in tutto lo spazio

$$\overrightarrow{B(\vec{r})} = \oint_\gamma \frac{\mu_0}{4\pi} \, I \, \vec{dl} \times \frac{\hat{r}}{r^2}$$

2) una linea chiusa γ racchiude una superficie S (aperta)

3) il flusso di B attraverso una superficie aperta è dato da

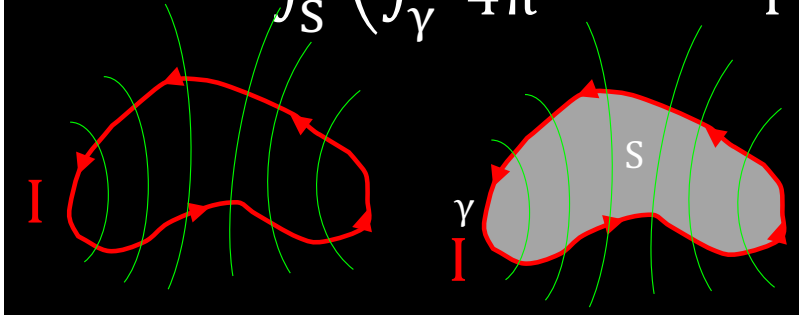
$$\phi_S(\vec{B}) = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} \, dS$$

4) attraverso la superficie di ogni circuito percorso da corrente c'è un flusso del campo B generato dal circuito stesso (autoflusso)

$$\phi_S(\vec{B}) = \int_S \left(\oint_\gamma \frac{\mu_0}{4\pi} \, I \, \vec{dl} \times \frac{\hat{r}}{r^2} \right) \cdot \hat{n} \, dS = \left[\int_S \left(\oint_\gamma \frac{\mu_0}{4\pi} \, \vec{dl} \times \frac{\hat{r}}{r^2} \right) \cdot \hat{n} \, dS \right] I = L \, I$$

materiale

geometria



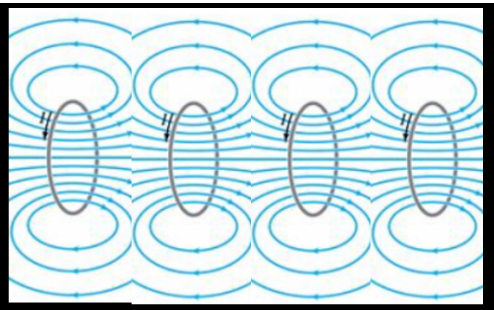
$$\boxed{\phi_S(\vec{B}) = L \, I}$$

coefficiente di auto induzione
INDUTTANZA (henry H)

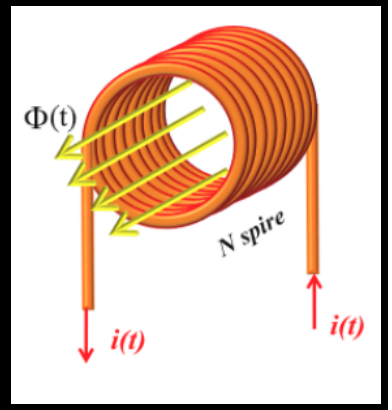
AUTOFLUSSO E INDUTTANZA

$$\phi_S(\vec{B}) = L\,I$$

se ci sono N spire il campo B è dato dalla somma vettoriale dei contributi delle N correnti

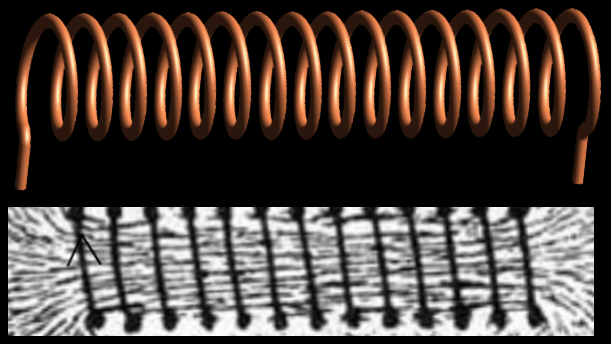


se le spire sono realizzate mediante un avvolgimento la superficie del circuito attraverso il quale c'è flusso è N volte quella di una singola spira



nel caso di solenoide lungo *l* con N spire di sezione S

$$L = \frac{\Phi_S(\vec{B})}{I} = \frac{NS\,B}{I} = \frac{NS\,\mu_0 n\,I}{I} = \mu_0 nNS = \mu_0 \frac{N^2}{\ell}\,S = \mu_0 n^2 \ell\,S$$



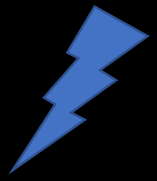
per ottenere valori di induttanza elevati gli avvolgimenti hanno un'alta densità di spire n

Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

LUNEDÌ 28 ORE 10-11

esercitazione su:

condensatori
energia elettrica
solenoidi