adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

autoflusso e induttanza

energia magnetica

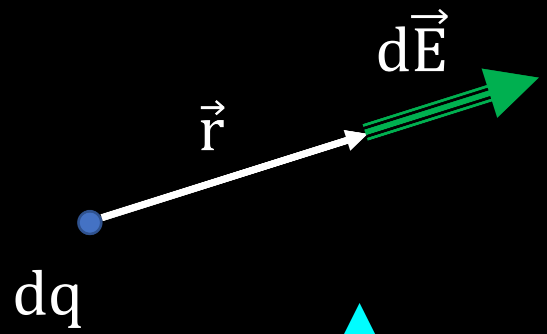
induzione elettromagnetica (Faraday-Neumann-Lenz)

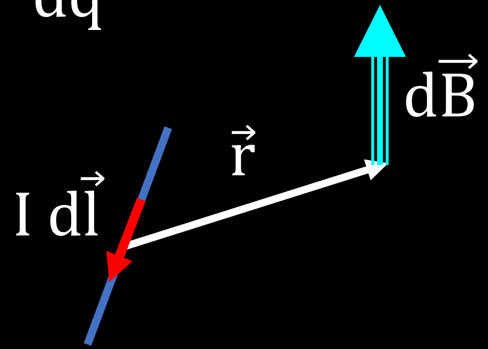
$$\overrightarrow{dE(\vec{r})} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\, dq\, \frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$\overrightarrow{dB(\vec{r})} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, I d\vec{l} \times \frac{\hat{r}}{r^2}$$

$$\phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E}\,\hat{n}\, dS = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_\gamma \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_o I_{conc}$$





$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\Delta V = \int_A^B \vec{E}\, \overrightarrow{dl}$$

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$C_{piano} = \frac{\epsilon_0\, S}{d}$$

$$U = \frac{1}{2} C\, \Delta V^2$$

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

$$B_{solenoide} = \mu_0\, n\, I$$

AUTOFLUSSO E INDUTTANZA

1) un circuito percorso da corrente (quindi chiuso)
genera un campo magnetico in tutto lo spazio

$$\overrightarrow{B(\vec{r})} = \oint_\gamma \frac{\mu_0}{4\pi}\, I\, d\vec{l} \times \frac{\hat{r}}{r^2}$$

2) una linea chiusa γ racchiude una superficie S (aperta)

3) il flusso di B attraverso una superficie aperta è dato da

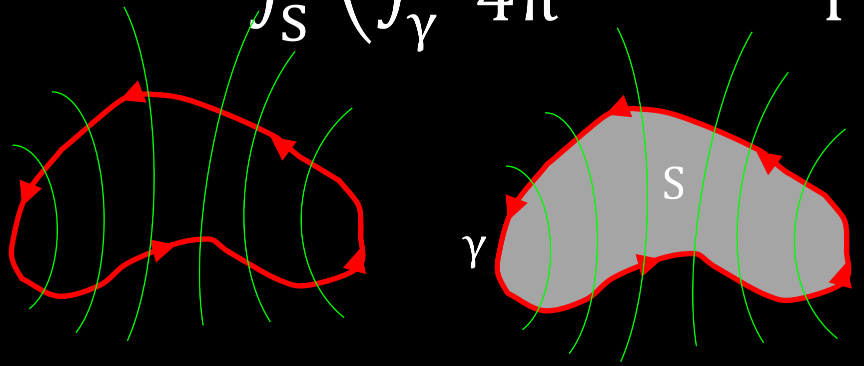
$$\phi_S(\vec{B}) = \int_S \vec{B}\,\hat{n}\,dS$$

4) attraverso la superficie di ogni circuito percorso da corrente
c'è un flusso del campo B generato dal circuito stesso (autoflusso)

materiale

$$\phi_S(\vec{B}) = \int_S \left(\oint_\gamma \frac{\mu_0}{4\pi}\, I\, d\vec{l} \times \frac{\hat{r}}{r^2}\right)\hat{n}\,dS = \left[\int_S \left(\oint_\gamma \frac{\mu_0}{4\pi}\, d\vec{l} \times \frac{\hat{r}}{r^2}\right)\hat{n}\,dS\right] I = L\,I$$

geometria



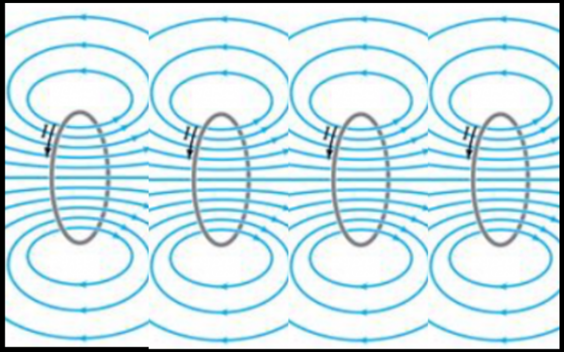
$$\boxed{\phi_S(\vec{B}) = L\,I}$$

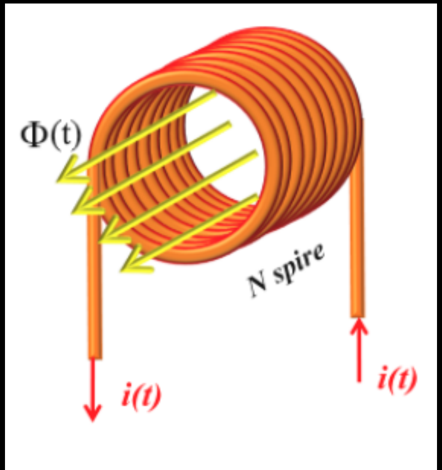
coefficiente di auto induzione
INDUTTANZA (henry H)

AUTOFLUSSO E INDUTTANZA

$$\phi_S(\vec{B}) = L\,I$$

se ci sono N spire il campo B è dato dalla somma vettoriale dei contributi delle N correnti

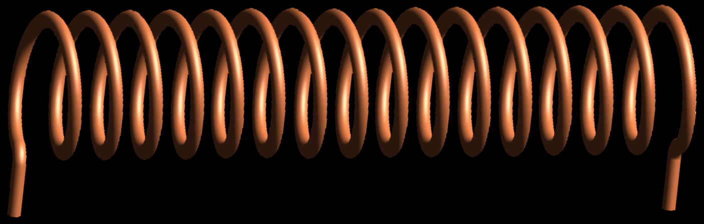


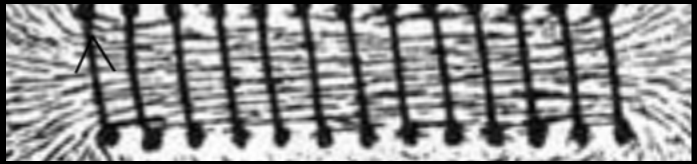


se le spire sono realizzate mediante un avvolgimento la superficie del circuito attraverso il quale c'è flusso è N volte quella di una singola spira

nel caso di solenoide lungo l con N spire di sezione S

$$L = \frac{\Phi_S(\vec{B})}{I} = \frac{NS\,B}{I} = \frac{NS\,\mu_0 n\,I}{I} = \mu_0 nNS = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S = \mu_0 n^2 \ell\, S$$





per ottenere valori di induttanza elevati gli avvolgimenti hanno un'alta densità di spire n

ENERGIA MAGNETICA

$\phi_S(\vec{B}) = L\,I$

ELETTROSTATICA

per spostare una carica Q fra due punti fra cui c'è una d.d.p. ΔV occorre compiere del lavoro che viene immagazzinato come energia potenziale elettrica $U = Q\,\Delta V$.

Considerando che ΔV è originato da tutte le cariche, anche da Q, l'energia elettrica è pari a ½ Q ΔV ($U = \frac{1}{2} C\,\Delta V^2$ per un condensatore)

MAGNETOSTATICA

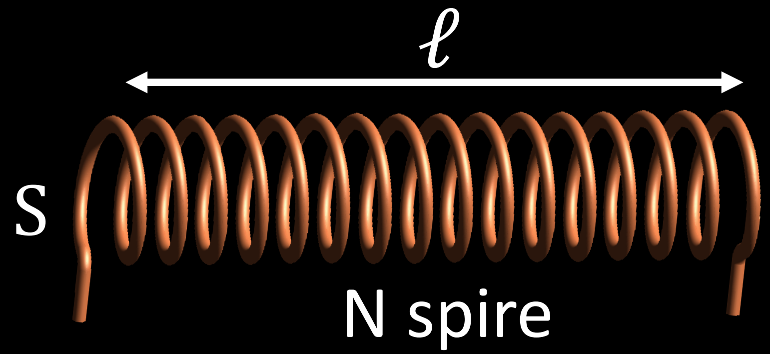
per far circolare una corrente I in un circuito attraverso il quale c'è un flusso $\Phi(B)$ occorre compiere del lavoro che viene immagazzinato come energia potenziale magnetica $U = I\,\Phi(B)$.

Considerando che $\Phi(B)$ è originato da tutte le correnti, anche da I, l'energia magnetica è pari a ½ $\Phi(B)$ I ($U = \frac{1}{2} L\,I^2$ per un induttore)

DENSITA' DI ENERGIA MAGNETICA

dove c'è campo c'è energia

$$U = \frac{1}{2}\,\Phi_S(\vec{B})\,I$$



$$\Phi_S(\vec{B}) = N\,S\,B = n\ell\,S\,B$$

$$B = \mu_0\,n\,I \rightarrow I = \frac{B}{\mu_0\,n}$$

$$U = \frac{1}{2}\,\Phi_S(\vec{B})\,I = \frac{1}{2} n\ell\,S\,B\,\frac{B}{\mu_0\,n} = \frac{1}{2}\ell\,S\,\frac{B^2}{\mu_0}$$

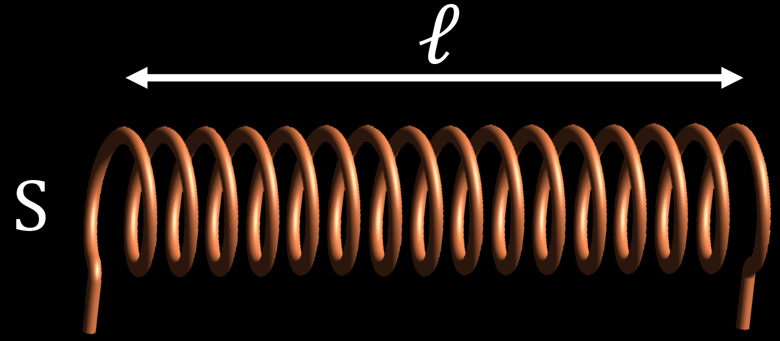
nel solenoide c'è quindi una densità di energia per unità di volume (uniforme)

$$u = \frac{U}{\ell\,S} = \frac{1}{2}\,\frac{B^2}{\mu_0}$$

espressione valida qualunque sia l'origine del campo magnetico B

ESEMPIO

un solenoide lungo l = 31,4 cm con 500 spire di sezione S = 3 cm² è percorso da una corrente I = 2 A.



Trascurando gli effetti di bordo si ha:

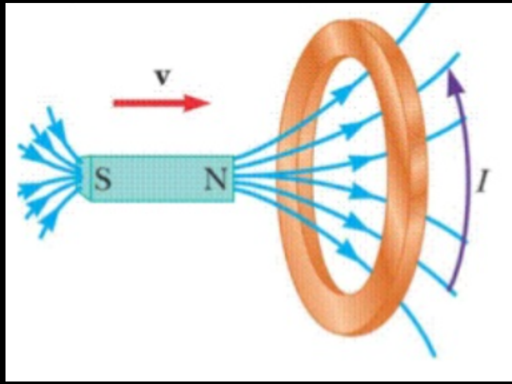
$$B = \mu_0\, n\, I = 4\pi \cdot 10^{-7} x\, \frac{500}{0{,}314}\, x\, 2 = 4 \cdot 10^{-3} = 4\ \text{mT}$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S = 4\pi \cdot 10^{-7} x\, \frac{500^2}{0{,}314}\, x\, 3 \cdot 10^{-4} = 3 \cdot 10^{-4} = 0{,}3\ \text{mH}$$

$$U = \frac{1}{2} L\, I^2 = \frac{1}{2}\, x\, 3 \cdot 10^{-4}\, x\, 2^2 = 6 \cdot 10^{-4} = 0{,}6\ \text{mJ}$$

$$U = \int_\tau u\, d\tau = \int_\tau \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} d\tau = \frac{1}{2} \frac{(\mu_0\, n\, I)^2}{\mu_0} S\ell = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S\, I^2$$

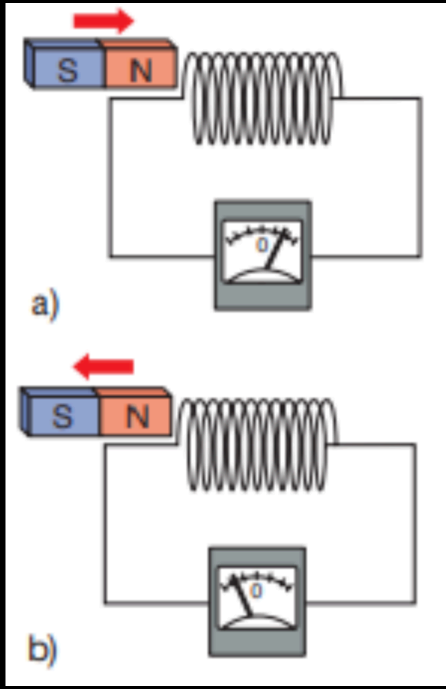
INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (Faraday-Neumann-Lenz)



$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

se il flusso attraverso la superficie di un circuito varia si induce nel circuito una forza elettromotrice dovuta un campo elettrico non conservativo

$$\oint_\gamma \vec{E}\,\vec{dl} = -\frac{d\left(\int_{S_\gamma} \vec{B}\,\hat{n}\,dS\right)}{dt}$$



Lenz: la corrente che viene indotta circola in verso tale da creare un campo magnetico indotto che si oppone alla variazione di flusso

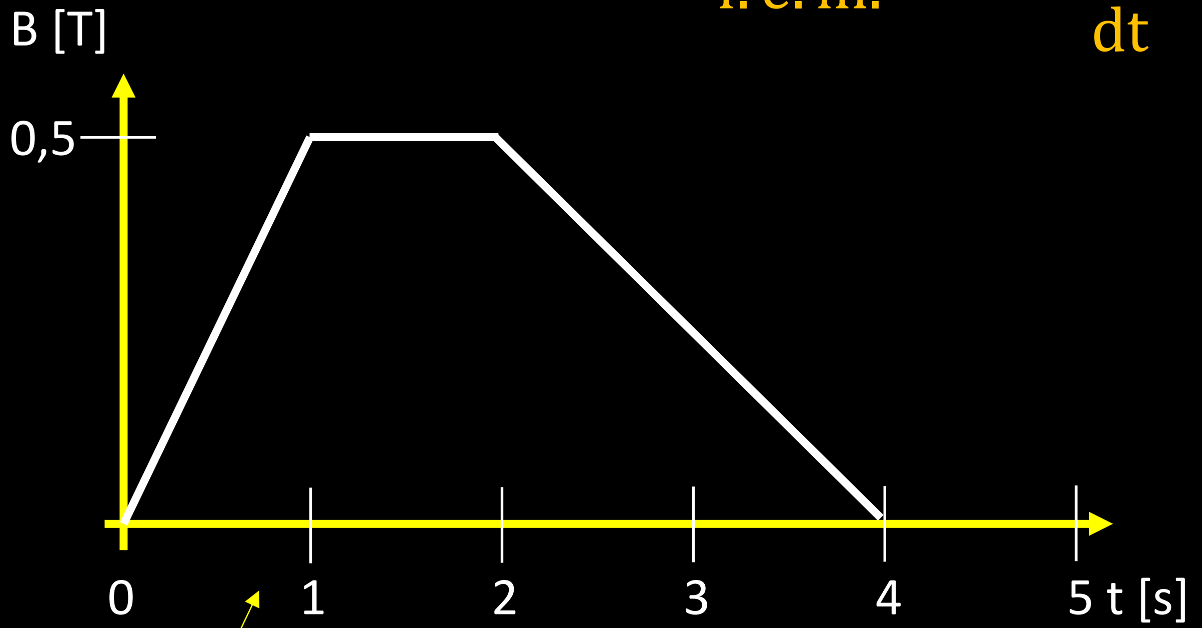
$$\int_{S_\gamma} \vec{B}\,\hat{n}\,dS$$

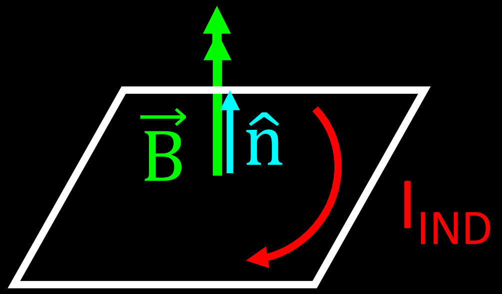
il flusso può variare perché varia l'intensità di B
o la direzione di B rispetto al circuito
o la forma o le dimensioni del circuito

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (Faraday-Neumann-Lenz)

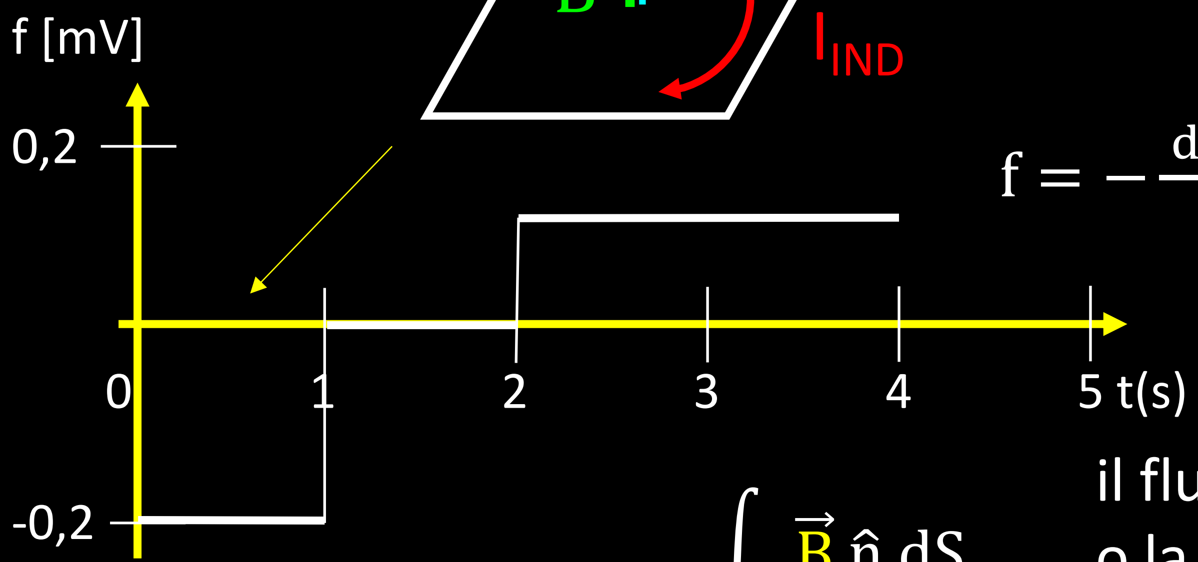
$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

una spira quadrata di lato L = 2 cm è immersa in un campo magnetico uniforme, perpendicolare alla superficie, di intensità variabile.
Determinare l'intensità della f.e.m. indotta nei tre intervalli temporali (0-1 s; 1-2s; 2-4 s)





$$f = -\frac{d(BL^2)}{dt} = -L^2\frac{dB}{dt} = -\,4\cdot 10^{-4} \times 0{,}5 = -\,0{,}2\ \text{mV}$$

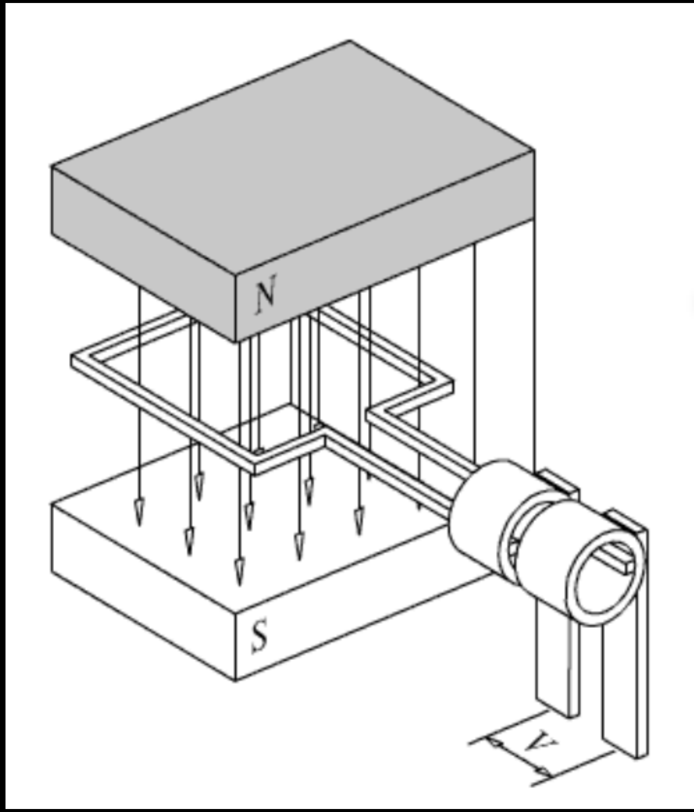


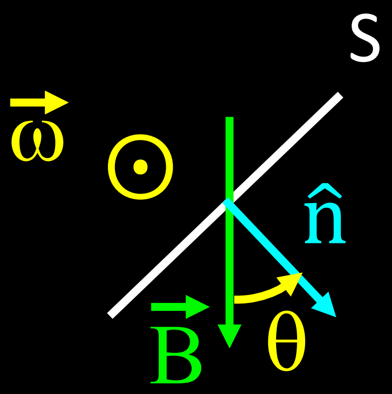
$$\int_{S_\gamma} \vec{B}\,\hat{n}\,dS$$

il flusso può variare perché varia l'intensità di B
o la direzione di B rispetto al circuito
o la forma o le dimensioni del circuito

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (Faraday-Neumann-Lenz)

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

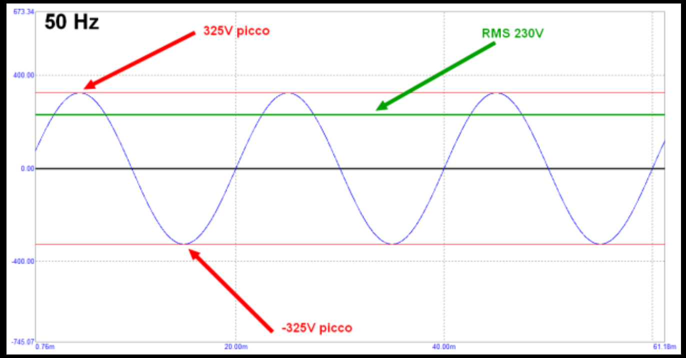




se ω è costante $\theta = \omega\, t \rightarrow \cos\theta = \cos(\omega\, t)$

$$\Phi_S(\vec{B}) = \int_{S_\gamma} \vec{B}\,\hat{n}\, dS = \int_S B\cos\theta\, dS = BS\cos(\omega t)$$

$$f = -\frac{d\big(BS\cos(\omega t)\big)}{dt} = BS\omega\sin(\omega t)$$



$$\int_{S_\gamma} \vec{B}\,\hat{n}\, dS$$

il flusso può variare perché varia l'intensità di B
o la direzione di B rispetto al circuito
o la forma o le dimensioni del circuito

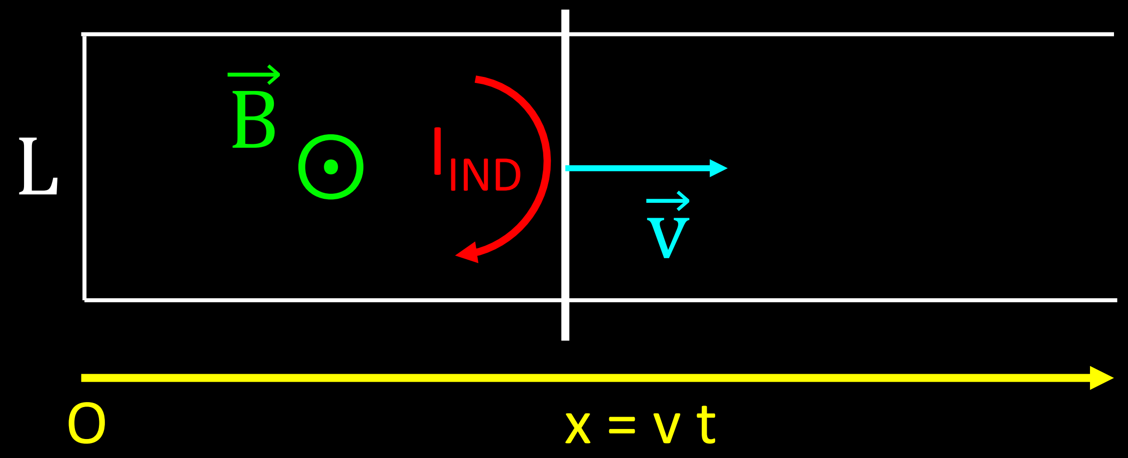
INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (Faraday-Neumann-Lenz)

$$\mathrm{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

Una sbarra metallica mobile scorre a velocità costante v = 50 cm/s lungo due binari metallici collegati elettricamente e distanti L = 20 cm.

Il tutto è immerso in un campo magnetico uniforme B = 0,5 T perpendicolare al piano.

Determinare la f.e.m. indotta nel circuto e il verso della corrente indotta.



$$\int_{S_\gamma} \vec{B}\,\hat{n}\,dS = \int_S B\,dS = B\,L\,x$$

$$\mathrm{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt} = -B\,L\,\frac{dx}{dt} = -B\,L\,v$$

f.e.m. = - 0,5 T x 0,5 m x 0,2 m/s = - 50 mV

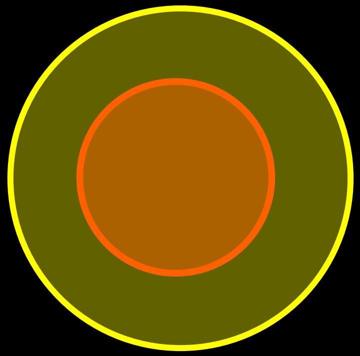
$$\int_{S_\gamma} \vec{B}\,\hat{n}\,dS$$

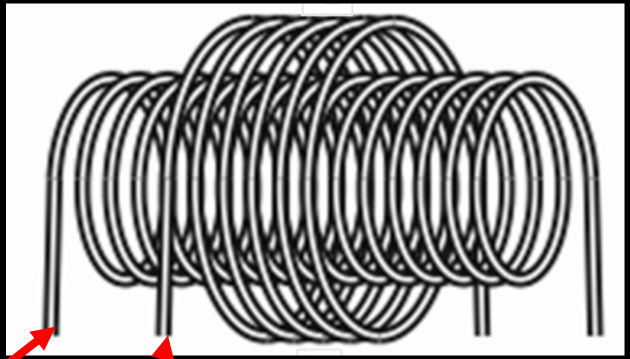
il flusso può variare perché varia l'intensità di B
o la direzione di B rispetto al circuito
o la forma o le dimensioni del circuito

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA (principio del trasformatore)

$$\mathrm{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

Una bobina di N = 100 spire di raggio R = 2 cm è coassiale a un lungo solenoide con n = 2000 spire/m di sezione S = 5 cm^2.
Determinare la fem indotta nella bobina quando la corrente nel solenoide varia con dI/dt = - 50 A/s





$$\Phi_{bob}\left(\vec{B}_{sol}\right) = N\, S\, \mu_0\, n\, I$$

$$\mathrm{f.e.m.} = -\frac{d(N\, S\, \mu_0\, n\, I)}{dt} = -\, N\, S\, \mu_0\, n \frac{dI}{dt} =$$

$$= -100 \times 5\; 10^{-4} \times 4\,\pi\; 10^{-7} \times 2000 \times (-50) = 6{,}23\ \mathrm{mV}$$

la corrente variabile nel primario produce una variazione di flusso che genera una corrente indotta nel secondario (accoppiamento magnetico)

$$\mathrm{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt} = -\frac{d(L\,I)}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

$$\mathrm{f.e.m.} = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$$

$$\phi_S(\vec{B}) = L\,I$$

la f.e.m. indotta fa circolare una corrente I_{IND} che si oppone alla variazione della corrente I che provoca la variazione di flusso:

se I cresce I_{IND} va nel verso contrario rallentando la crescita

se I decresce I_{IND} va nel verso contrario rallentando la decrescita

→ funzione di volano (sono permesse solo variazioni "lente" della corrente)

Complementi di fisica generale

adalberto.sciubba@uniroma1.it

sorgenti, campi e loro interazioni

LUNEDÌ 29 ORE 10-11

esercitazione su:

autoflusso e induttanza

energia magnetica

induzione elettromagnetica (Faraday-Neumann-Lenz)

ESONERO

MARTEDÌ 6 ORE 9:30