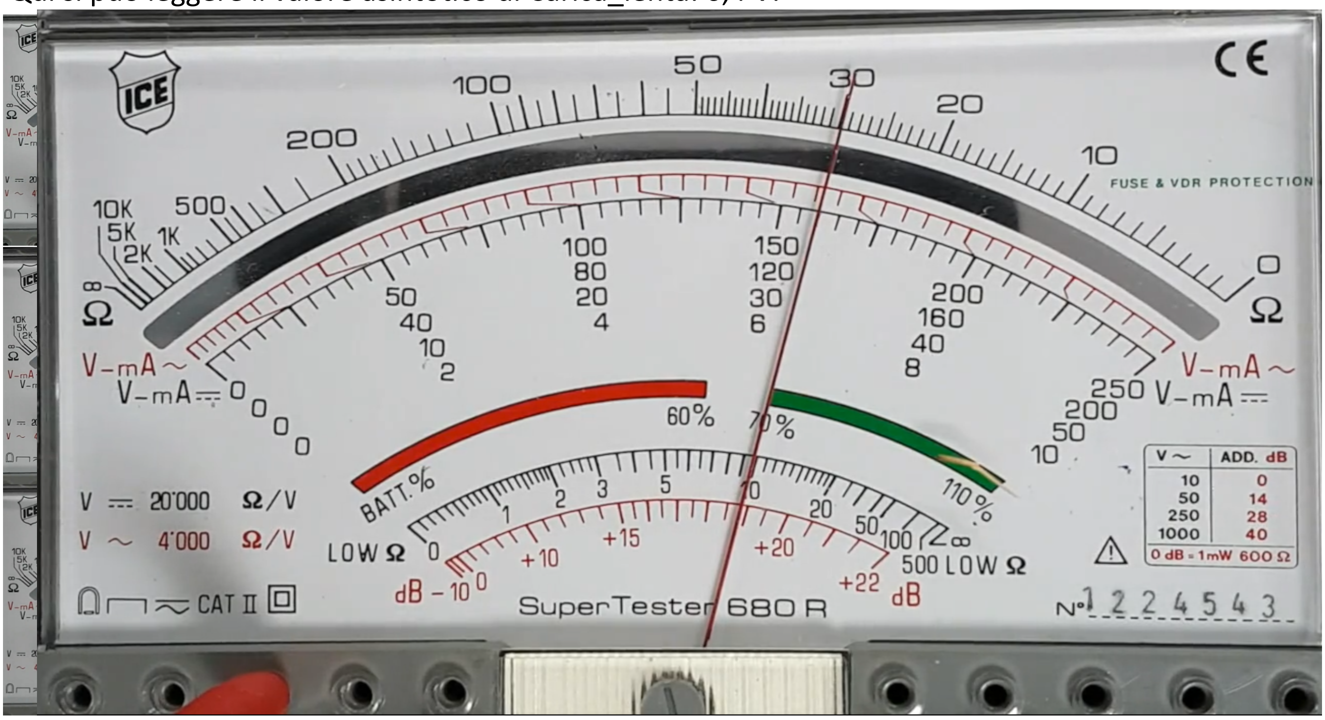
STUDIO DI ANDAMENTI ESPONENZIALI

Con una resistenza R e una capacità C è stato realizzato un circuito per studiare la carica e la scarica della capacità. Sono stati realizzati due filmati (Scarica_lenta e Carica_lenta) con lo stesso circuito e un ulteriore filmato (Scarica_rapida) sostituendo R con una resistenza molto inferiore.

Il fondo scala utilizzato nei tre filmati è di 10 V. La lettura va effettuata lungo l'arco evidenziato in rosa con le indicazioni 0 V, 2 V, 4V, 6 V, 8 V, 10 V.
In condizioni statiche si può utilizzare la scala evidenziata in verde che riporta divisioni da 0,2 V.
In questa foto è misurata la tensione 10 V.

Queste sono le posizioni dell'indice quando la tensione vale 1 ,2, 3, 4, 5, … 9 V

Qui si può leggere il valore asintotico di Carica_lenta: 6,4 V:



1) Studiare il file Scarica_lenta: riporta la tensione durante la scarica di una capacità:

$$V(t) = V_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove V_0 è la tensione della capacità all'inizio della scarica e τ (tau) è la costante di tempo del circuito che regola la rapidità con cui la tensione diminuisce esponenzialmente. Scopo di questa esercitazione è determinare il valore di τ.

Una volta avviato il file vanno cronometrati (p.es. col cellulare) i tempi in cui, dall'inizio del movimento dell'indice, vengono indicate le misure 9 V, 8 V, 7 V, 6 V, 5V, 4V, 3V, 2 V, 1V.

Dato che la funzione non è lineare va linearizzata calcolando i logaritmi (in base naturale):

$$\ln[V(t)] = \ln\left[V_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}\right] = \ln[V_0] + \ln\left[e^{-\frac{t}{\tau}}\right] = \ln[V_0] - \frac{t}{\tau}$$

cioè, graficando **ln [V(t)]** *vs* **t** si ottiene una retta con:
- intercetta q = ln[V_0]
- pendenza p = $-\frac{1}{\tau}$.

Verificato con un grafico di excel che l'andamento **ln [V(t)]** *vs* **t** sia lineare, vanno ottenuti i parametri p e q con LabCalc.
La costante di tempo si ricava dalla pendenza ($\tau = -\frac{1}{p}$) mentre il valore V_0 si ottiene invertendo la relazione q = ln[V_0]: $V_0 = e^q$.
Calcolare lo scarto relativo fra questa determinazione di V_0 e quella misurata direttamente prima dell'inizio della scarica.

2) Studiare il file Carica_lenta che riporta la tensione durante la carica di una capacità:

$$V(t) = V_\infty(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

dove V_∞ è la tensione dopo un tempo estremamente lungo dall'inizio della scarica e τ (tau) è la costante di tempo del circuito che regola la rapidità con cui la tensione della capacità aumenta esponenzialmente arrivando asintoticamente V_∞. Scopo di questa esercitazione è determinare il valore di τ.

Una volta avviato il file vanno cronometrati (p.es. col cellulare) i tempi in cui, dall'inizio del movimento dell'indice, vengono indicate le misure 1 V, 2 V, 3 V, 4 V, 5V, 6V.

Dato che la funzione non è lineare va linearizzata calcolando i logaritmi (in base naturale):

$$V_\infty - V(t) = V_\infty e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\ln[V_\infty - V(t)] = \ln\left[V_\infty\, e^{-\frac{t}{\tau}}\right] = \ln[V_\infty] + \ln\left[e^{-\frac{t}{\tau}}\right] = \ln[V_\infty] - \frac{t}{\tau}$$

cioè, graficando **ln [V_∞ -V(t)]** *vs* **t** si ottiene una retta con:

- pendenza p = $-\frac{1}{\tau}$.

Verificato con un grafico di excel che l'andamento **ln [V∞ -V(t)]** *vs* **t** sia lineare, vanno ottenuti i parametri p e q con LabCalc.

La costante di tempo si ricava dalla pendenza ($\tau = -\frac{1}{p}$).

Calcolare lo scarto relativo fra questa determinazione di τ e la costante di tempo misurata precedentemente durante la fase di scarica.

Per distinguere le due modalità di determinazione indichiamo con τ_s la costante di tempo misurata durante la scarica e con τ_c quello misurato durante la carica del condensatore.

I due valori dovrebbero coincidere perché τ = R C con R valore della resistenza e C valore della capacità, R e C che costituiscono lo stesso circuito utilizzato per la carica e la scarica.

3) Studiare il file Scarica_rapida che riporta la tensione durante la scarica di una capacità:

$$V(t) = V_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove V_0 è la tensione della capacità all'inizio della scarica e τ (tau) è la costante di tempo del circuito che regola la rapidità con cui la tensione diminuisce esponenzialmente. In questo caso, però, R è molto più piccola e quindi lo è anche la costante di tempo: non sarà possibile cronometrare con precisione i tempi durante l'evoluzione della tensione. In questi casi (evoluzione rapida) un metodo alternativo è il seguente: considerate le tensioni raggiunte agli istanti t_A e t_B si ha

$V(t_A) = V_0\, e^{-\frac{t_A}{\tau}}$ $\quad V(t_B) = V_0\, e^{-\frac{t_B}{\tau}}$ dal cui rapporto si ottiene $\frac{V(t_B)}{V(t_A)} = e^{-\frac{t_B - t_A}{\tau}}$

e, linearizzando, $\ln\left[\frac{V(t_B)}{V(t_A)}\right] = -\frac{t_B - t_A}{\tau}$ da cui $\tau = -\frac{t_B - t_A}{\ln\left[\frac{V(t_B)}{V(t_A)}\right]} = \frac{\Delta t}{\ln\left[\frac{V(t_A)}{V(t_B)}\right]}$

L'esperienza consiste nel cronometrare l'intervallo temporale Δt che intercorre fra l'istante in cui l'indice segna V_A e l'istante in cui indica V_B.

Una scelta possibile è V_A = 6 V e V_B = 2 V per cui $\tau = \frac{\Delta t}{\ln[3]}$.

Data l'imprecisione della misura Δt va misurato 10 volte e dalla media aritmetica $\overline{\Delta t}$ delle 10 misure si ottiene $\tau = \frac{\overline{\Delta t}}{\ln[3]}$.

Indicando con τ_R questa costante di tempo "rapida" calcolare il rapporto fra τ_s misurato durante la scarica e τ_R.

OGNI COMPONENTE DEL GRUPPO CHE OPERA A DISTANZA DEVE
- eseguire le misure indicate
- elaborarle
- inviare, **entro venerdì 14**, un messaggio a me e agli altri componenti del gruppo (per confronto). Nel messaggio vanno riportati:
- i parametri ottenuti con LabCalc (con le deviazioni standard),
- il valore di τ_r
- le tre quantità evidenziate in giallo