

## 1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO la lezione precedente

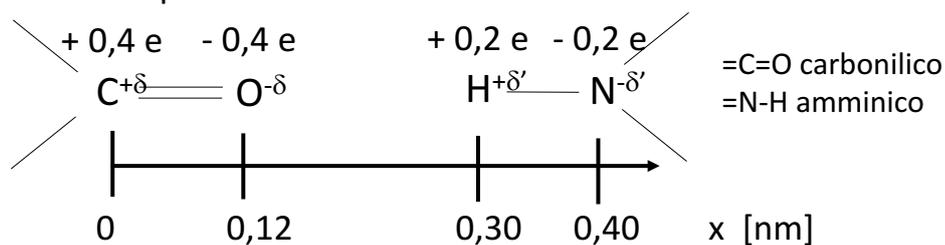
- forza elettrostatica fra cariche puntiformi ferme nel vuoto: legge di Coulomb
- la carica è quantizzata e la materia è macroscopicamente neutra
- si può trasferire localmente della carica (conduttori e isolanti) strofinio contatto induzione
- le forze si sommano vettorialmente: principio di sovrapposizione
- il campo elettrico **NON** è solo il rapporto fra la forza esercitata su una carica e la carica stessa...

LEZ 2

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

## 1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1q_2}{r^2} \hat{r}$ esercizio

CO e NH sono due gruppi funzionali ricorrenti nei legami proteici.  
 In CO c'è uno spostamento di carica del 40% verso l'ossigeno;  
 in NH c'è uno spostamento di carica del 20% verso l'azoto.



calcolare l'intensità del legame fra i due gruppi nell'esempio

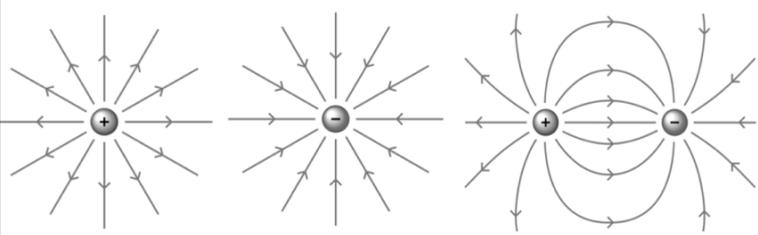
$$F_x = F(\text{CH}) + F(\text{ON}) - (\text{CN}) - F(\text{OH})$$

$$F_x = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \times (0,4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \times (0,2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \times \\ \times [1/0,30^2 + 1/0,28^2 - 1/0,40^2 - 1/0,18^2] / (10^{-9} \text{ m})^2 = -0,24 \cdot 10^{-9} \text{ N}$$

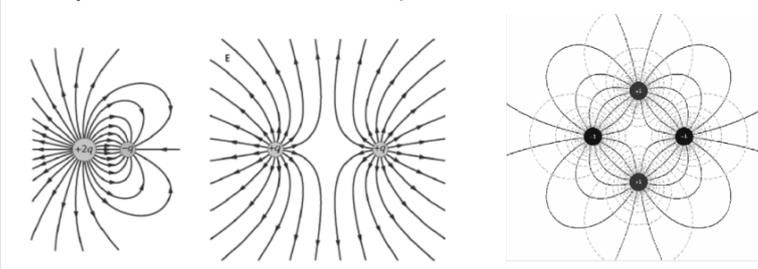
LEZ 2

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO** **linee di forza/campo**

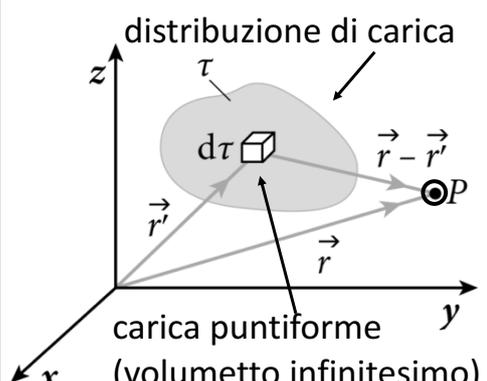


Faraday: + uscente; - entrante; densità = intensità  
 non sono traiettorie  
 non possono intersecarsi (due direzioni di E nello stesso punto)



LEZ 2 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO** **cariche non puntiformi**



distribuzione di carica  
 $\tau$   
 $d\tau$   
 carica puntiforme (volumetto infinitesimo)  
 $\vec{r}$   
 $\vec{r}'$   
 $\vec{r} - \vec{r}'$   
 $P$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

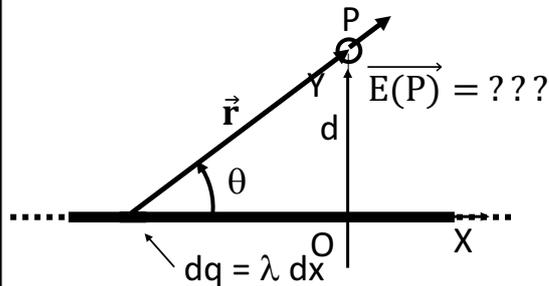
$$d\vec{E}(\vec{r}) = \frac{d\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

$$d\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(\vec{r}') d\tau}{(\vec{r} - \vec{r}')^2} \widehat{r_{\vec{r}-\vec{r}'}}$$

$\rho = dq/d\tau$  densità di carica di volume

LEZ 2 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

### 1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO esempio: filo indefinito carico



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2 + d^2}$$

$\lambda = dq/dl$  densità di carica lineare (uniforme)

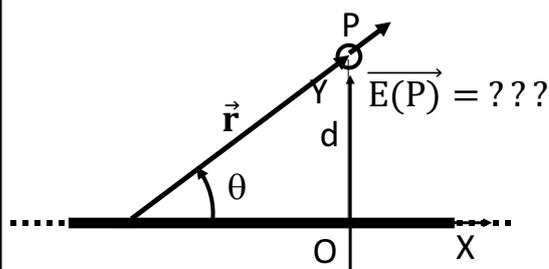
$$dE_x = dE \cos\theta = dE \frac{-x}{r} = -dE \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}}$$

$$dE_y = dE \sin\theta = dE \frac{d}{r} = dE \frac{d}{\sqrt{x^2 + d^2}}$$

LEZ 2

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

### 1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO esempio: filo indefinito carico



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2 + d^2}$$

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} dE \frac{-x}{\sqrt{x^2 + d^2}} = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} 0 = 0$$

$$E_y = \int_{-\infty}^{\infty} dE \frac{d}{\sqrt{x^2 + d^2}} = \frac{\lambda d}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\lambda d}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{d^2} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d}$$

LEZ 2

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO**

matematica

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{a^2} \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} + c$$

$$\int \frac{x dx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} + c$$

LEZ 2

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO**

ordini di grandezza

se la densità di carica del filo indefinito è  $\lambda = 10 \mu\text{C}/\text{m}$   
(1  $\mu\text{C}$  per strofinio di un pettine lungo 10 cm) a  $d = 5 \text{ cm}$

si ottiene  $E_Y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d} = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{d} = \frac{18 \cdot 10^9 \times 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-2}} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ V/m}$

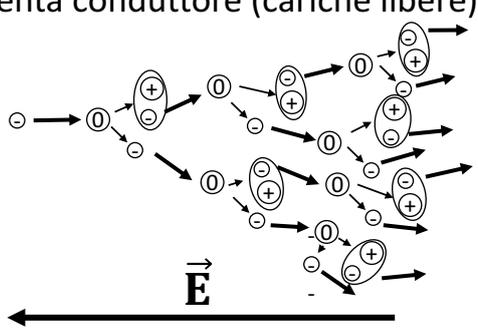
per campi superiori a **3 MV/m** l'aria non è più un isolante!!!

LEZ 2

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO** **rigidità dielettrica**

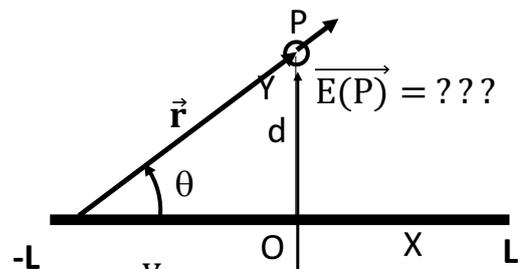
se il campo elettrico all'interno di un isolante è molto intenso, un elettrone può acquistare una velocità sufficiente per ionizzare, per urto, una molecola del materiale che, con meccanismo a cascata diventa conduttore (cariche libere)



<p>elettrone accelerato (parabola) molecola del gas (ferma) molecola ionizzata (~ferma)</p>	<p>rigidità dielettrica [MV/m]</p> <table border="0"> <tr><td>aria</td><td>3</td></tr> <tr><td>carta</td><td>6</td></tr> <tr><td>olio</td><td>15</td></tr> <tr><td>polietilene</td><td>50</td></tr> <tr><td>vetro</td><td>60</td></tr> </table> <p>[kV/mm]</p> <p>fulmine accendigas piezoelettrico scintilla candele motore a scoppio</p>	aria	3	carta	6	olio	15	polietilene	50	vetro	60
aria	3										
carta	6										
olio	15										
polietilene	50										
vetro	60										

LEZ 2 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO** esempio: filo corto (su asse)



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2 + d^2}$$

$E_x = 0$  SIMMETRIA  
21/09/17

$$\frac{y}{-x} = \operatorname{tg} \theta \quad x = -d \operatorname{cotg} \theta \quad dx = d \frac{1}{\sin^2 \theta} d\theta$$

$$E_y = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} dE \sin \theta = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \frac{1}{\sin^2 \theta} d\theta}{d^2 \operatorname{cotg}^2 \theta + d^2} \sin \theta =$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\cos \theta_{\min} - \cos \theta_{\max}) \gg \gg$$

e... se il filo fosse indefinito?  $E_y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d} ?$

LEZ 2 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO** esempio: filo corto (su asse)

$E_x = 0$

**SIMMETRIA**  
**2D/3D**

se indefinito  $\theta_{\min} = 0; \theta_{\max} = \pi$

$$\gg \gg E_y = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} dE \sin\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\cos\theta_{\min} - \cos\theta_{\max}) =$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} [1 - (-1)] = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d}$$

LEZ 2 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO** esempio: anello carico (su asse)

$dE_z = dE \cos\theta$

$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda R d\phi}{z^2 + R^2}$

$dq = \lambda R d\phi$

$\lambda = \frac{q}{2\pi R}$

$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda R d\phi}{z^2 + R^2} \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}$

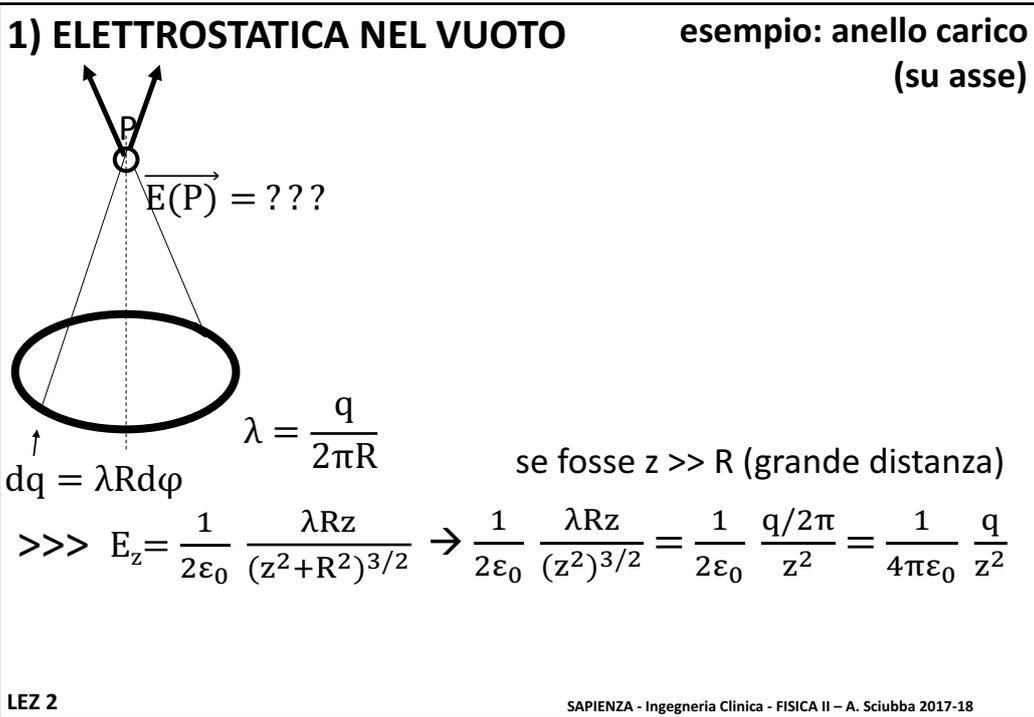
$$E_z = \int_0^{2\pi} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda R z d\phi}{(z^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{\lambda R z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \gg \gg$$

e... se fosse  $z \gg R$ ?

**SIMMETRIA**  
**2D/3D**

LEZ 2 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO** **esempio: anello carico (su asse)**



$E(P) = ???$

$dq = \lambda R d\phi$        $\lambda = \frac{q}{2\pi R}$

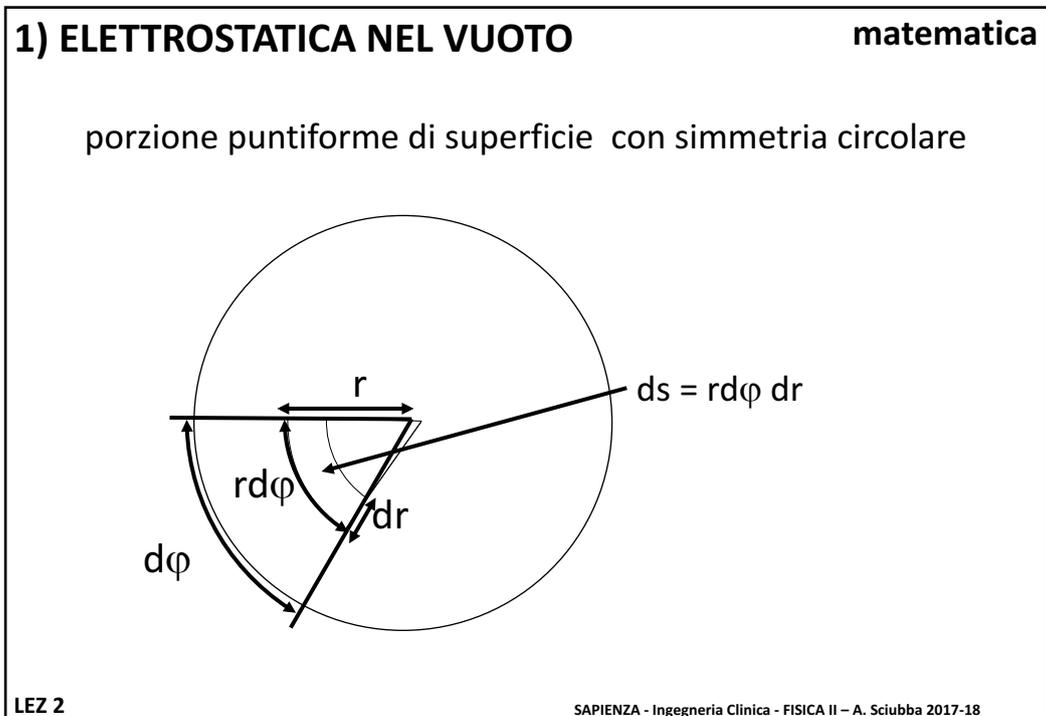
se fosse  $z \gg R$  (grande distanza)

$\gg \gg E_z = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{\lambda R z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \rightarrow \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{\lambda R z}{(z^2)^{3/2}} = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{q/2\pi}{z^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2}$

LEZ 2 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO** **matematica**

porzione puntiforme di superficie con simmetria circolare



$ds = r d\phi dr$

LEZ 2 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO** **esempio: disco carico (su asse)**

$E(P) = ???$

$dE_z = dE \cos\theta$

$d^2E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma r d\varphi dr}{z^2 + r^2}$

**SIMMETRIA**

$\sigma = \frac{q}{\pi R^2}$

$dq = \sigma r d\varphi dr$

$d^2E_z(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma r d\varphi dr}{z^2 + r^2} \frac{z}{\sqrt{z^2 + r^2}} \ggg$

LEZ 2 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO** **esempio: disco carico (su asse)**

$\ggg d^2E_z(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma r d\varphi dr}{z^2 + r^2} \frac{z}{\sqrt{z^2 + r^2}}$

$E_z(z) = \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma r d\varphi dr z}{(z^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma z}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{(z^2 + R^2)^{3/2}} =$

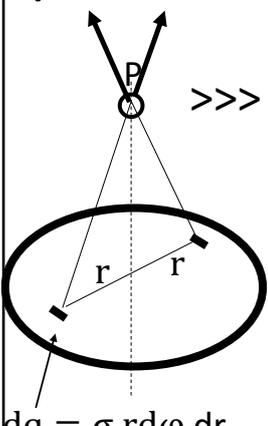
$= \frac{\sigma z}{2\epsilon_0} \left( -\frac{1}{\sqrt{z^2 + R^2}} + \frac{1}{\sqrt{z^2 + 0^2}} \right) =$

$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (R/z)^2}} \right) \ggg$

$dq = \sigma r d\varphi dr$

LEZ 2 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO** **esempio: disco carico (su asse)**



$\gg \gg \gg E_z(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (R/z)^2}} \right)$

se fosse  $z \ll R$   $\rightarrow E_z(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|}$   
vicinissimo al disco

se fosse  $R \gg z$   $\rightarrow E_z(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|}$   
piano infinito

$dq = \sigma r d\phi dr$

e... se fosse  $z \gg R$ ?  
lontanissimo al disco

LEZ 2 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO** **matematica**

sviluppo in serie di Maclaurin

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{1}{2}f''(0)x^2 + \frac{1}{3!}f'''(0)x^3 + \dots$$

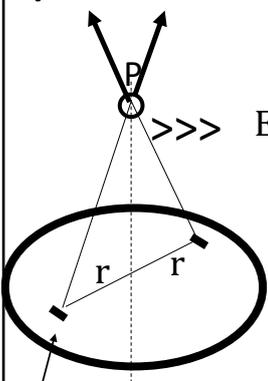
$$1 - \frac{1}{\sqrt{1+x}} = \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1+0}} \right) + \left( 0 + \frac{1}{2}(1+0)^{-\frac{3}{2}} \right)x + \dots$$

$$\sim \frac{1}{2}x \quad \text{al meglio del \% se } x < 0,1$$

LEZ 2 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO** **esempio: disco carico**  
**(su asse)**

se fosse  $z \gg R...$



$$E_z(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (R/z)^2}} \right)$$

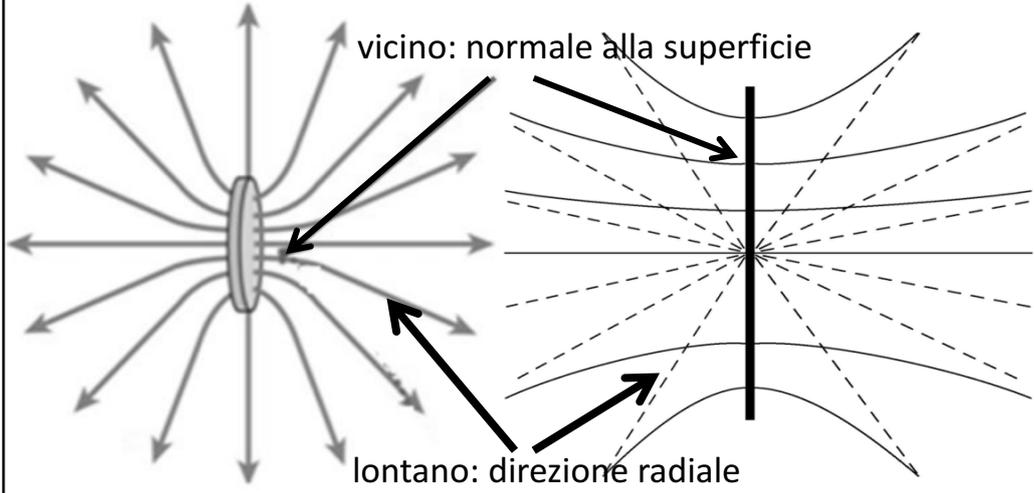
$$\sim \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|} \frac{1}{2} (R/z)^2$$

ma  $\frac{\sigma}{4\epsilon_0} \frac{z}{|z|} \frac{R^2}{z^2} \frac{\pi}{\pi} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2} \frac{z}{|z|}$

distante dal disco  $\sim$  carica puntiforme

LEZ 2 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

**1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO** **esempio: disco carico**



vicino: normale alla superficie

lontano: direzione radiale

LEZ 2 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18