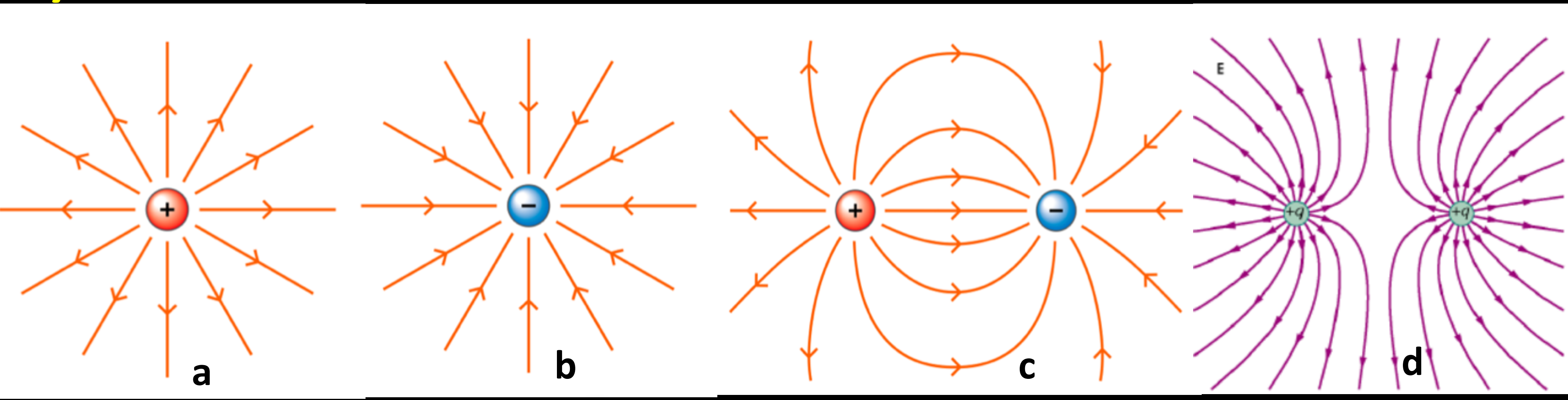
1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO

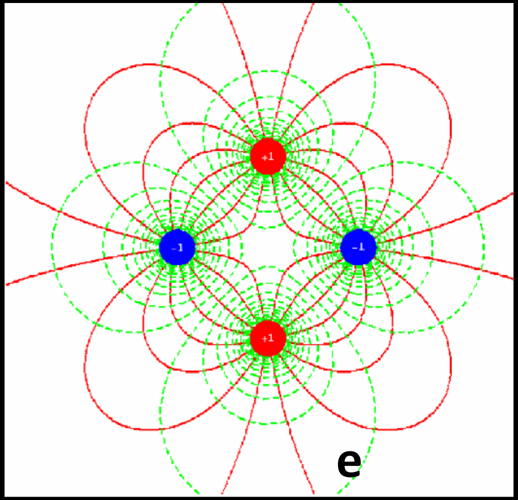
linee di forza/campo

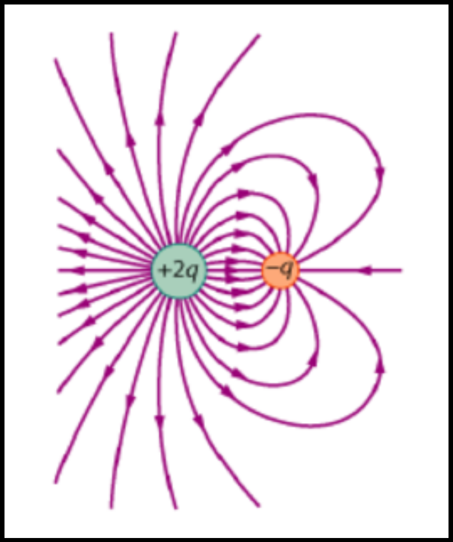


Faraday: + uscente; - entrante; densità = intensità

non sono traiettorie

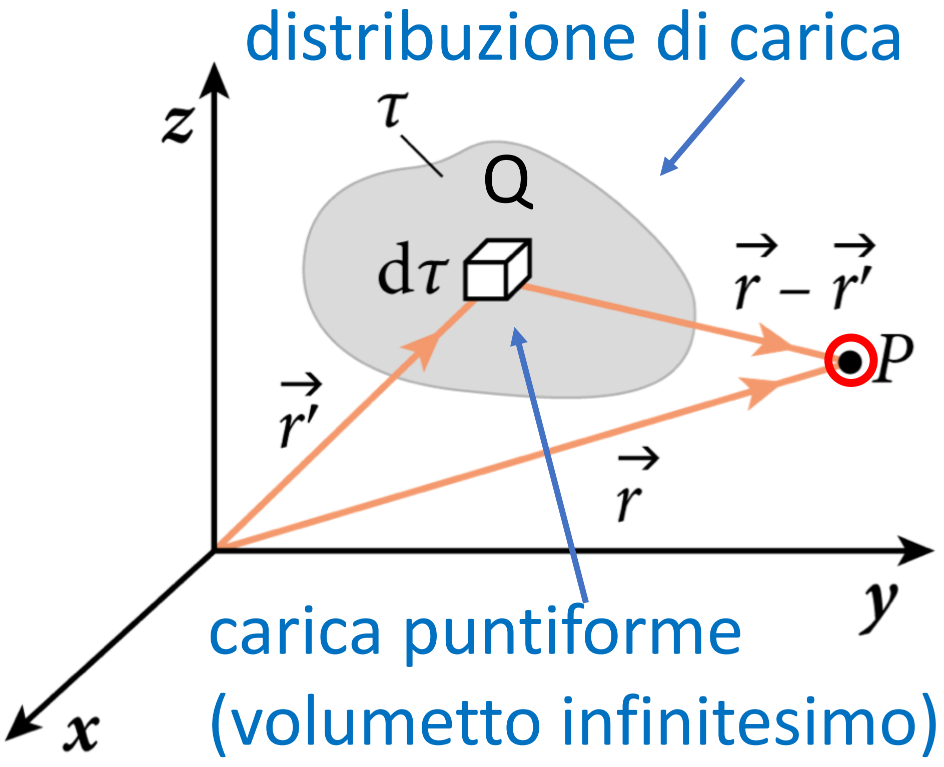
non possono intersecarsi (due direzioni di E nello stesso punto)





1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO

cariche non puntiformi



$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\,\hat{r}$$

$$\overrightarrow{dE(\vec{r})} = \frac{\overrightarrow{dF}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\,\hat{r}$$

$\rho = dq/d\tau$ densità di carica di volume

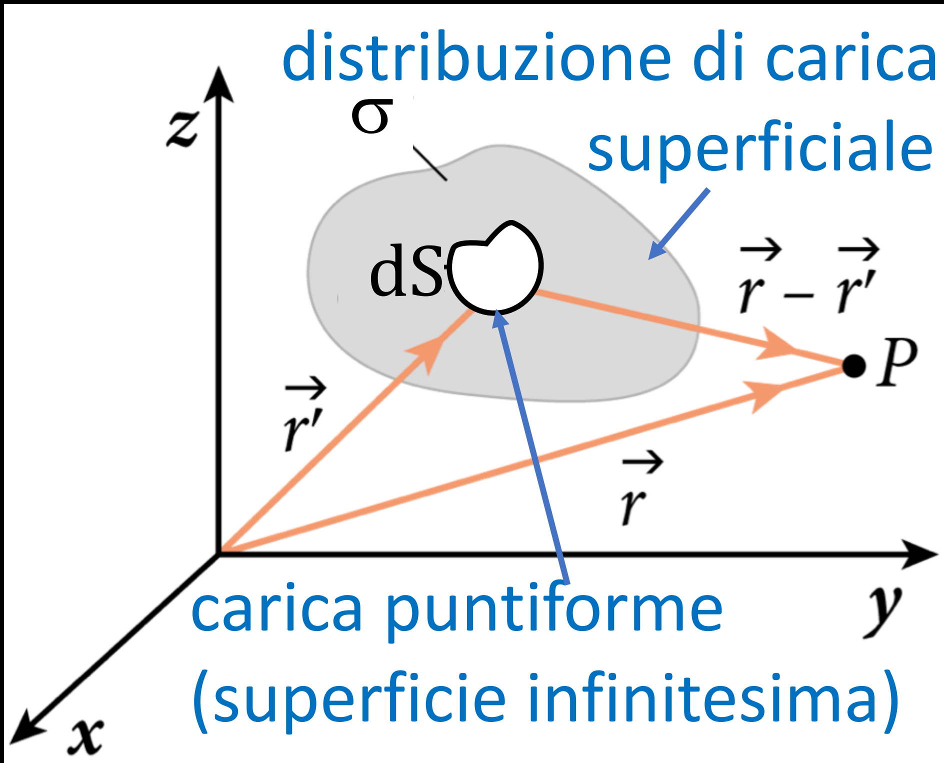
$dq = \rho\, d\tau$

$$\overrightarrow{dE(\vec{r})} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho(\overrightarrow{r'})d\tau}{\left(\vec{r}-\overrightarrow{r'}\right)^2}\,\widehat{r_{\vec{r}-\vec{r}'}}$$

$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = \int_\tau \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho(\overrightarrow{r'})\,\widehat{r_{\vec{r}-\vec{r}'}}}{\left(\vec{r}-\overrightarrow{r'}\right)^2}\,d\tau$$

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO

cariche non puntiformi



$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\,\hat{r}$$

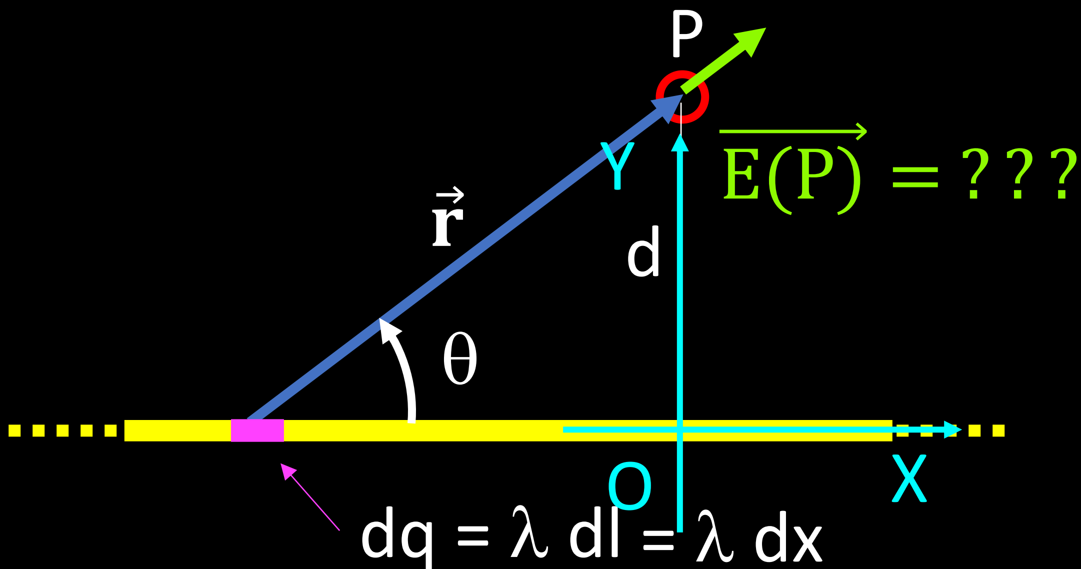
$$\overrightarrow{dE(\vec{r})} = \frac{\overrightarrow{dF}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\,\hat{r}$$

$\sigma = dq/dS$ densità di carica di superficie → $dq = \sigma\, dS$

$$\overrightarrow{dE(\vec{r})} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma(r')dS}{\left(\vec{r} - \overrightarrow{r'}\right)^2}\,\widehat{r_{\vec{r}-\vec{r}'}}$$

$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = \int_S \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma(\overrightarrow{r'})\,\widehat{r_{\vec{r}-\vec{r}'}}}{\left(\vec{r} - \overrightarrow{r'}\right)^2}\,dS$$

esempio: filo indefinito carico



$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{x^2 + d^2}$$

λ = dq/dl   densità di carica lineare (uniforme)

$$dE_X = dE\cos\theta = dE\,\frac{-x}{r} = -dE\,\frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}}$$

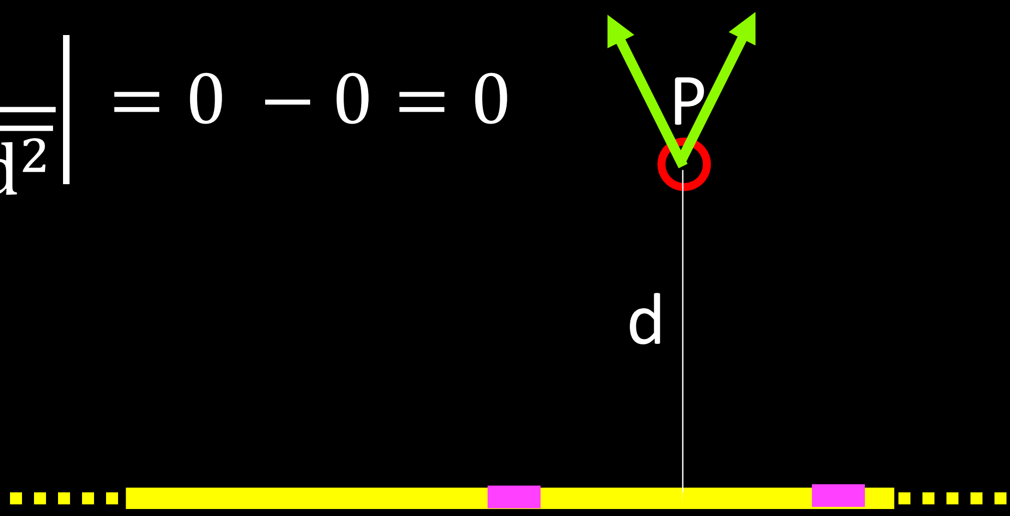
$$E_X = \int_{-\infty}^{\infty} dE\,\frac{-x}{\sqrt{x^2 + d^2}} = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\ dx}{(x^2+d^2)^{\frac{3}{2}}} =$$

matematica

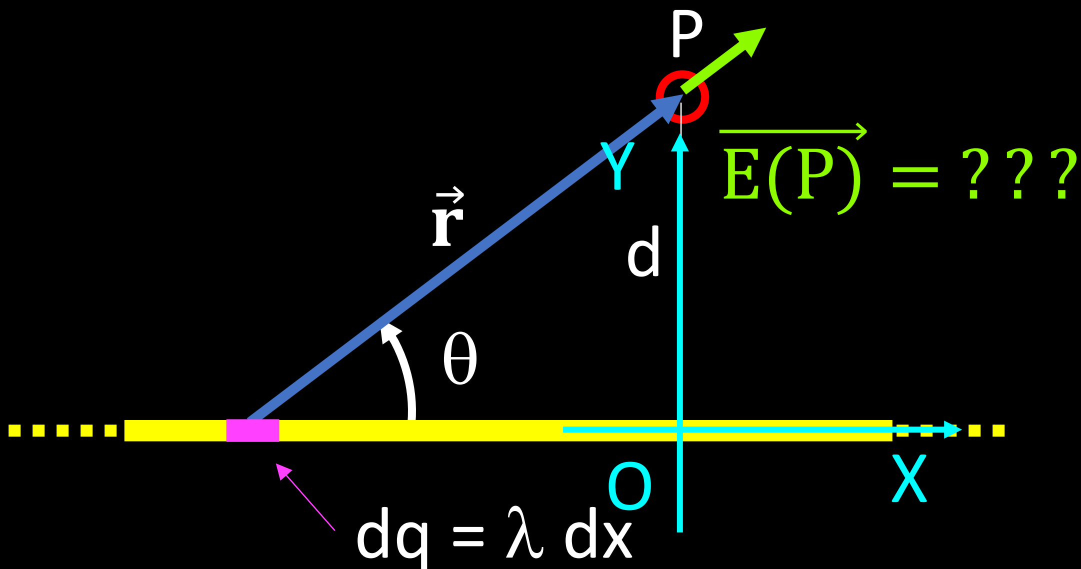
$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} dE \frac{-x}{\sqrt{x^2+d^2}} = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x\ dx}{(x^2+d^2)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$\int \frac{x\ dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} + c$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{x^2+d^2}}\Bigg| = 0 - 0 = 0$$



1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO esempio: filo indefinito carico



$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{x^2 + d^2}$$

λ = dq/dl densità di carica lineare (uniforme)

$$dE_Y = dE \sin\theta = dE\,\frac{d}{r} = dE\,\frac{d}{\sqrt{x^2 + d^2}}$$

$$E_Y = \int_{-\infty}^{\infty} dE\,\frac{d}{\sqrt{x^2 + d^2}} = \frac{\lambda\, d}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{(x^2+d^2)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$E_Y = \int_{-\infty}^{\infty} dE \frac{d}{\sqrt{x^2 + d^2}} = \frac{\lambda\, d}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+d^2)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2} \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} + c$$

$$= \frac{\lambda\, d}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2}{d^2} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 d}$$

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO

ordini di grandezza

se la densità di carica del filo indefinito è $\lambda = 10\ \mu C/m$
($1\ \mu C$ per strofinio di un pettine lungo 10 cm) a $d = 5\ cm$

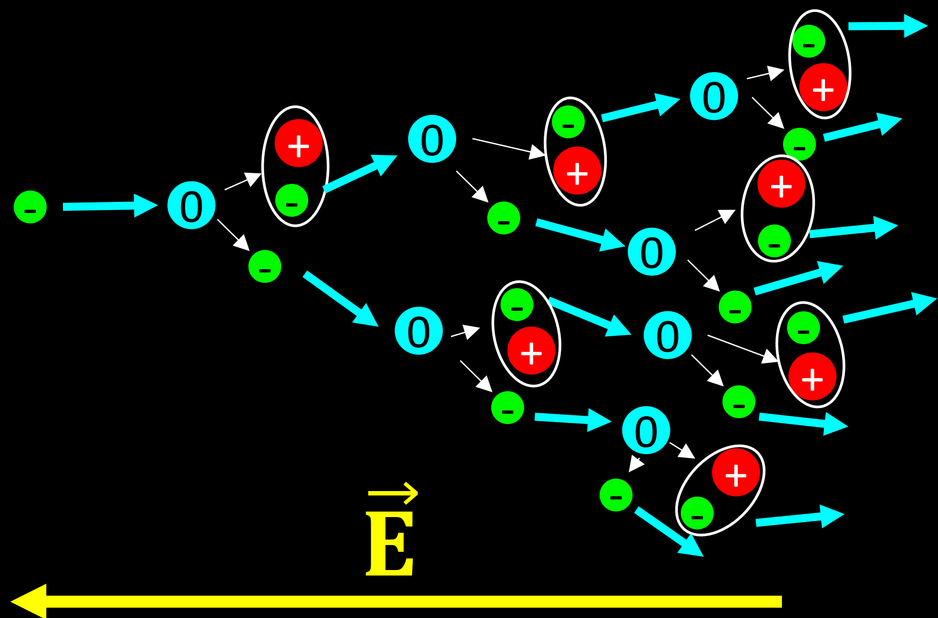
si ottiene $E_Y = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 d} = \dfrac{2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\lambda}{d} = \dfrac{18 \cdot 10^9 \times 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-2}} = 3{,}6\ 10^6\ V/m$

per campi superiori a **3 MV/m** l'aria non è più un isolante!!!

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO

rigidità dielettrica

se il campo elettrico all'interno di un isolante è molto intenso, un elettrone può acquistare una velocità sufficiente per ionizzare, per urto, una molecola del materiale che, con meccanismo a cascata diventa conduttore (cariche libere)



rigidità dielettrica [MV/m]	
aria	3
carta	6
olio	15
polietilene	50
vetro	60

[kV/mm]

elettrone accelerato (parabola)

molecola del gas (ferma)

molecola ionizzata (~ferma)

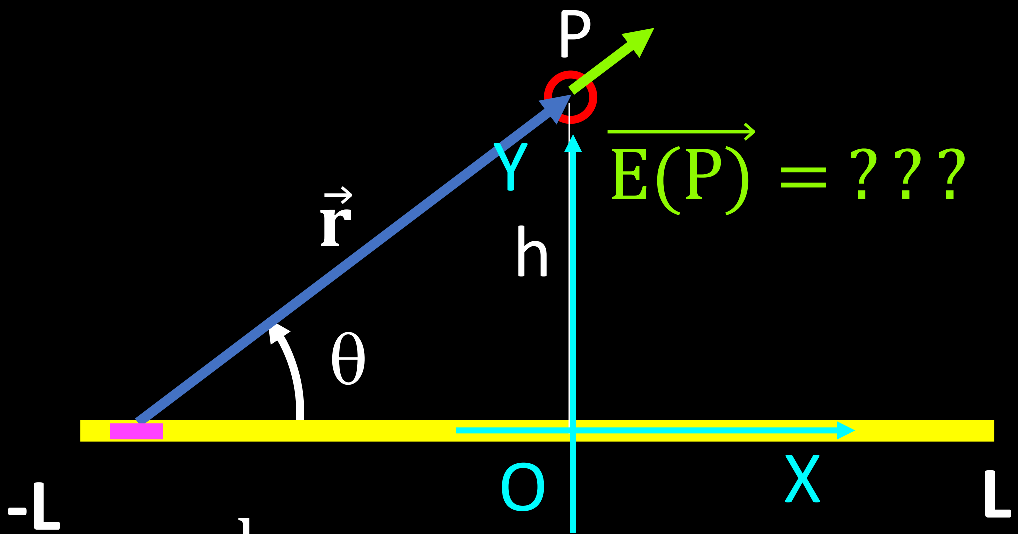
fulmine

accendigas piezoelettrico

scintilla candele motore a scoppio

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO

esempio: filo corto (su asse)



$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{x^2 + h^2}$$

$$E_X = 0$$

SIMMETRIA

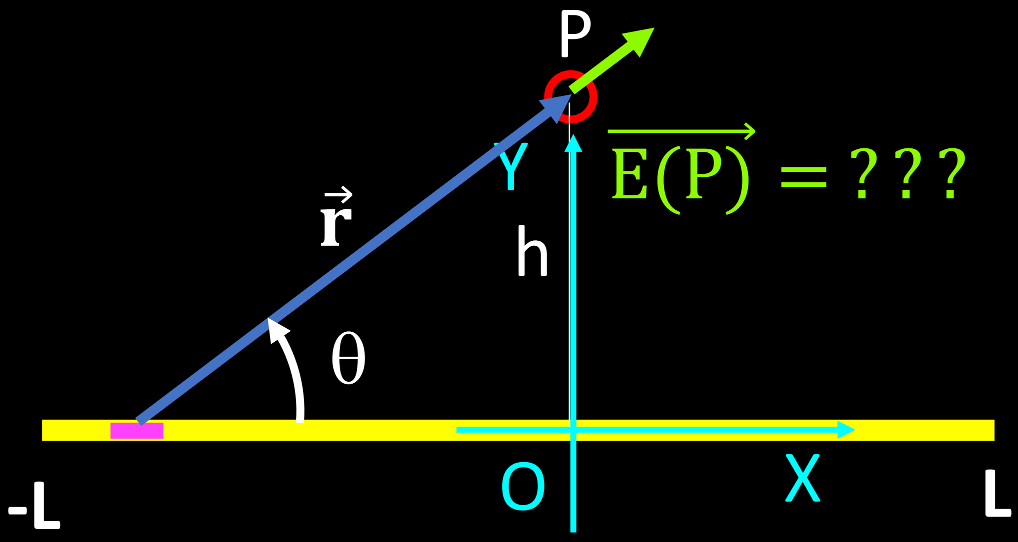
$$\frac{h}{-x} = \text{tg}\,\theta \qquad x = -h\,\text{cotg}\,\theta \qquad dx = h\,\frac{1}{\sin^2\theta}\,d\theta$$

$$E_Y = \int_{\theta_{min}}^{\theta_{MAX}} dE\,\sin\theta = \int_{\theta_{min}}^{\theta_{MAX}} \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{h\,\frac{1}{\sin^2\theta}\,d\theta}{h^2\,\text{cotg}^2\theta + h^2}\sin\theta =$$

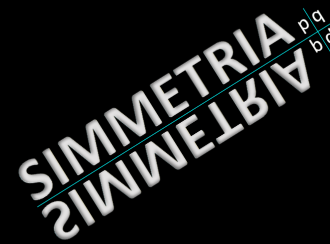
$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 h}\left(\cos\theta_{min} - \cos\theta_{MAX}\right) >>>$$

e... se il filo fosse indefinito? $E_y = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 h}$?

esempio: filo corto (su asse)



$$E_X = 0$$



se indefinito $\theta_{min} = 0$; $\theta_{MAX} = \pi$

$$>>> \quad E_Y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 h}\left(\cos\theta_{min} - \cos\theta_{MAX}\right) =$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 h}[1-(-1)] = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 h}$$