

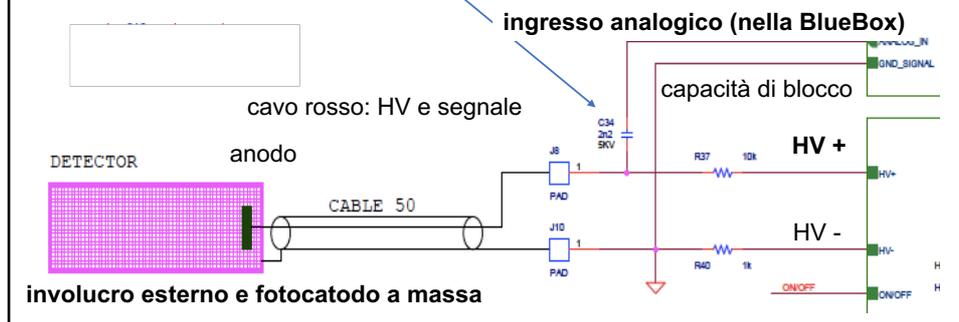
POLARITA' DELL'ALTA TENSIONE

I tubi fotomoltiplicatori possono lavorare con alta tensione sia **positiva**, sia **negativa** purché il potenziale dei dinodi e dell'anodo sia maggiore di quello del fotocatodo.

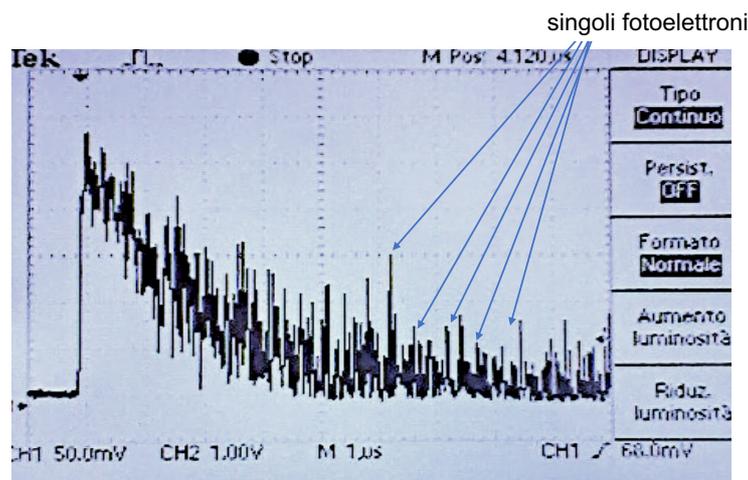
Il fotomoltiplicatore del nostro laboratorio utilizza una **tensione positiva**: il fotocatodo è mantenuto a massa per evitare scariche che possono verificarsi tra il fotocatodo e lo scintillatore o tra il fotocatodo e l'involucro esterno del rivelatore.

Questo vantaggio è però compensato dal fatto che l'anodo deve essere tenuto ad un potenziale positivo costante.

Pertanto è necessario disaccoppiare l'anodo attraverso una capacità di blocco che elimina la componente continua del segnale (con una perdita di informazione temporale: la **capacità di disaccoppiamento** forma, con la resistenza di ingresso del sistema di lettura, un filtro passa basso che taglia le armoniche del segnale a frequenze elevate).



Il contatore del laboratorio utilizza un fotomoltiplicatore ADIT B29B01 che ha $N = 11$ dinodi ed è alimentato a circa 660 V. Essendo δ (60 V) circa 3 si ha $G = 3^{11} = 1,8 \times 10^5$. Ogni p.e., quindi, produce una carica all'anodo $Q = 1,8 \times 10^5 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} = 30 \text{ fC}$.



RISPOSTA TEMPORALE Finora non abbiamo considerato il **tempo necessario** ai fotoelettroni per arrivare all'anodo. Se questo tempo fosse superiore o confrontabile con il tempo della diseccitazione del cristallo occorrerebbe tenerne conto nella scelta del PMT da usare.

Nei dispositivi (p.es. ToF-PET) in cui la **misura dei tempi** è critica occorre scegliere, oltre che cristalli veloci (p.es. LYSO), fotomoltiplicatori in cui le fluttuazioni del tempo di transito fotocatodo-anodo sono trascurabili. Questo richiede un'accurata progettazione del sistema elettroottico per rendere il tempo di arrivo degli elettroni sull'anodo quanto più possibile indipendente dal punto di impatto del fotone sul fotocatodo.

Calcoliamo la **velocità** con cui un elettrone, partendo da fermo da un dinodo con energia potenziale $U_i = 60 \text{ eV}$ arriva sul successivo con un'energia cinetica $K_f = 60 \text{ eV}$. La velocità non è relativistica ($K_e \ll m_e c^2$):

$$60 \text{ eV} = \frac{1}{2} m v^2 \text{ con } m = 511 \text{ keV}/c^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \times 60}{511 \times 10^3}} c = 0,015 c = 0,45 \text{ cm/ns.}$$

Nell'ipotesi di campo elettrico uniforme l'accelerazione è costante e quindi la velocità media è la metà di quella massima: per percorrere i circa 10 cm di lunghezza della traiettoria fotocatodo-anodo con una velocità media di circa 0,25 cm/ns occorrono 40 ns, tempo decisamente **trascurabile** rispetto ai tempi dell'emissione di scintillazione del CsI(Tl).

IL CONTATORE IN DOTAZIONE AL LABORATORIO

SCIONIX HOLLAND BV
Dedicated Scintillation Detectors

P.O. Box 143
3980 CC Bunnik
The Netherlands
Tel. 31 (0)30 657 0312
Fax. 31 (0)30 656 7563

E-mail: SCIONIX@wxs.nl
Web: <http://www.scionix.nl>

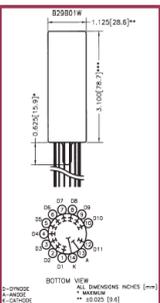
Specifications

Subject: 25.4 B 25.4 / 1.1 - E1 - Cs- X
Description: 1"x1 CsI(Tl) Scintillation detector with built-in High ohmic Voltage Divider

Scintillation crystal : CsI(Tl) 25.4 mm diameter, 25.4 mm high
Crystal read out : 30 mm dia. photomultiplier ADIT B29B01
Detector diameter : 35 mm
Detector length : 175 mm
Wall thickness : 1.5 mm aluminum
High Voltage requirements : Positive + 800 - 800 V.
Voltage Divider : Single connector, 100 MOhm
Electrical connections : Single MNV connector at backside for combined signal and High Voltage
High Voltage Polarity : Positive
Max High Voltage current needed : 10 microAmperes
Energy Resolution : < 10% FWHM @ 662 keV

B29B01W Photomultiplier

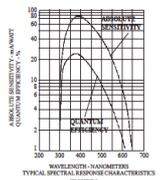
The B29B01W is a 1-1/8" diameter, 11-stage end-on photomultiplier designed for scintillation counting and other applications where high quantum efficiency, low dark current, good collection efficiency, and gas stability are of paramount importance.



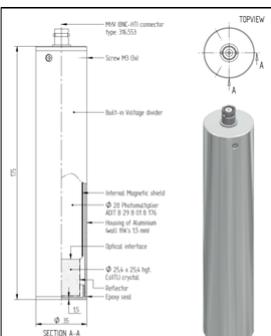
Electrical Operating Ratings

	MINIMUM	TYPICAL	MAXIMUM*	UNITS
Cathode to dynode No. 1 voltage	40	150	300	VDC
Cathode to anode voltage		700	1500	VDC
Voltage between consecutive dynodes			250	VDC
Ambient storage temperature		-23	60	°C
Anode current, average over 30 sec.		10	10.0	µA
Cathode current		0.2	0.3	µA
Cathode luminous sensitivity ⁽¹⁾ With 2854°K tungsten source With blue light source ⁽²⁾	50 5	70 10	90 13	µA/Im µA/Im(B)
Quantum efficiency @ 420 nm		25		%
Cathode radiant sensitivity @ 420 nm		80		mA/W
Anode luminous sensitivity 700 VDC: With 2854°K tungsten source of 1 x 10 ¹⁶ Im	10	20	40	A/Im
Current amplification @ 700 VDC ⁽³⁾		1 X 10 ⁶		
Anode dark current ⁽⁴⁾ @ 22° C	0.02	0.05	2.0	nA
Plateau width @ 40 nA V threshold (approx. 100 keV) with 10 ¹⁶ Cs source		180		Volts

Typical Spectral Response Characteristics



Physical Dimensions



Notes:
* See Figures 1
1. Wavelength of maximum response: 400 ± 50 nm
2. Minimum diameter: 34 mm
3. Window shape: plano-convex circular
4. Dynodes: CsI₂ coated Bar & Grid
5. Capacitors (anode to all): Any
6. Operating position: Any
7. Weight: 90 grams
8. Rev: 01/04

SCIONIX HOLLAND BV
ASSEMBLY

Electrical Operating Ratings

	MINIMUM	TYPICAL	MAXIMUM*	UNITS
Cathode to dynode No. 1 voltage	40	150	300	VDC
Cathode to anode voltage		700	1500	VDC
Voltage between consecutive dynodes			250	VDC
Ambient storage temperature		-23	60	°C
Anode current, average over 30 sec.		10	10.0	µA
Cathode current		0.2	0.3	µA
Cathode luminous sensitivity ⁽¹⁾ With 2854°K tungsten source With blue light source ⁽²⁾	50 5	70 10	90 13	µA/Im µA/Im(B)
Quantum efficiency @ 420 nm		25		%
Cathode radiant sensitivity @ 420 nm		80		mA/W
Anode luminous sensitivity 700 VDC: With 2854°K tungsten source of 1 x 10 ¹⁶ Im	10	20	40	A/Im
Current amplification @ 700 VDC ⁽³⁾		1 X 10 ⁶		
Anode dark current ⁽⁴⁾ @ 22° C	0.02	0.05	2.0	nA
Plateau width @ 40 nA V threshold (approx. 100 keV) with 10 ¹⁶ Cs source		180		Volts

RISOLUZIONE ENERGETICA

Qualche conversione : **< 10 % FWHM @ 662 keV**

$n_{p.e.}/\Delta E = \epsilon_{lum} \times \epsilon_{racc} \times Q.E. = 50000 \text{ fotoni/MeV} \times 50\% \times 4\% \text{ p.e./fotoni} = 1000 \text{ p.e./MeV} = 1 \text{ p.e./keV}$

Per ogni keV rilasciato viene mediamente prodotto un p.e. $\rightarrow \Delta E = n_{p.e.} / [1/\text{keV}]$

662 keV $\rightarrow (662 \pm 26) \text{ p.e.} \rightarrow \sigma(n_{p.e.})/n_{p.e.} = 26/662 = 3,9\% \rightarrow \text{FWHM} = 2,35\sigma = 9\%$

Il PMT conta i p.e. : $Q = G n_{p.e.} e$ [$G = 2 \times 10^5$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$] $\rightarrow 30 \text{ fC/p.e.}$

La carica Q raccolta all'anodo è proporzionale a $n_{p.e.}$ che è proporzionale all'energia rilasciata ΔE :
 $Q = K n_{p.e.} = K' \Delta E$

$\sigma(\Delta E)/\Delta E = \sigma(Q)/Q = \sigma(n_{p.e.})/n_{p.e.} = 1/\sqrt{n_{p.e.}}$

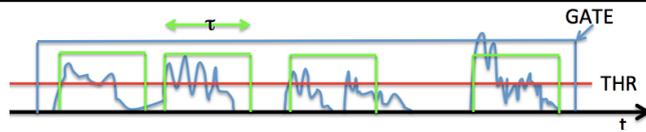
TEMPO MORTO

Quando il segnale di un rivelatore supera la soglia viene formato un impulso digitale di una durata prefissata, pari almeno al tempo necessario affinché il rivelatore sia nuovamente pronto per acquisire un altro evento.

Durante questo intervallo di tempo, che per quanto si possa minimizzare non sarà mai nullo, il rivelatore non è in grado di avvertire il passaggio di un'altra particella: è "morto".

Si definisce TEMPO MORTO l'intervallo τ durante il quale il rivelatore è insensibile mentre il TEMPO VIVO è quello durante il quale è possibile segnalare il passaggio di una particella.

Dato che l'effetto non è eliminabile occorre tenerne conto correggendo opportunamente la frequenza di conteggi misurata.

TEMPO MORTO

Supponiamo di aprire un GATE per un tempo Δt e che il tempo morto di ogni evento sia pari a τ (WIDTH del segnale digitale).

Durante l'apertura del GATE avremo un numero di conteggi pari a $N \rightarrow r = N/\Delta T$

ma ΔT non è tutto il tempo vivo: gli va sottratto, per ognuno degli N eventi registrati, un tempo (morto) pari a τ : $\Delta t_{VIVO} = \Delta t - N\tau$.

Indichiamo con r^* la frequenza (rate) che misurerebbe un rivelatore ideale senza tempo morto: $r^* = N / \Delta t_{VIVO}$

$N = r^* \Delta t_{VIVO} = r^* (\Delta t - N\tau)$

dividendo per Δt si ottiene: $N/\Delta t = r^* (1 - N/\Delta t \tau)$

cioè $r = r^* (1 - r \tau)$

da cui si ricava: $r^* = r / (1 - r \tau)$

Definendo inoltre con Δ la frazione (o percentuale) di tempo morto $\Delta = r \tau$, si ottiene la formula correttiva: $r^* = r / (1 - \Delta)$.

Δ è una quantità nota perché dipende dalle caratteristiche del rivelatore e dalla frequenza effettivamente misurata.

TEMPO MORTO

$$r^* = r / (1 - \Delta) \quad \Delta = r \tau$$

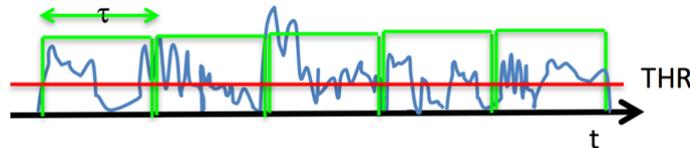
Per r molto inferiore a $1/\tau$, cioè $r \tau \ll 1$, r misurata coincide con la frequenza teorica r^* .

Apparentemente $\Delta = r \tau$ potrebbe raggiungere o superare il 100% nel caso di frequenze r o tempi morti τ elevati.

In realtà ciò non accade: da $r = r^* (1 - r \tau)$ si ricava che $r = r^* / (1 + r^* \tau)$.

Se r^* crescesse indefinitamente si avrebbe $\lim_{r^* \rightarrow \infty} \frac{r^*}{1 + r^* \tau} = \frac{1}{\tau}$

cioè la frequenza misurata r vale al massimo $1/\tau$: solo in questo caso la percentuale di tempo morto è $\Delta = 100\%$.



In queste condizioni il numero massimo di eventi acquisibili durante il tempo di osservazione ΔT sarebbe $N = \Delta T / \tau$: appena termina il tempo morto di un evento arriva l'evento successivo.

FLUENZA RAGGI COSMICI

Quanti? → selezionare gli N cosmici sull'istogramma
 In quanto tempo? → $t_{TOT} = \#GATEs \times \Delta T_{GATE}$
 Frequenza? N / t_{TOT}
 Fluenza? → $\phi = N/S$ $S = \dots$
 Intensità di fluenza? → $\dot{\phi} = d\phi/dt \sim 100 \text{ Hz/m}^2$

$d = h = 2,54 \text{ cm}$

CsI(Tl) 25.4 mm diameter, 25.4 mm high

²²Na

$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ $Q > 0$

$p \rightarrow n + e^+ + \nu$ $Q < 0$

decadimento β^+ : ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + e^+ + \nu_e$

cattura elettronica: ${}^A_Z X + e^- \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + \nu_e$

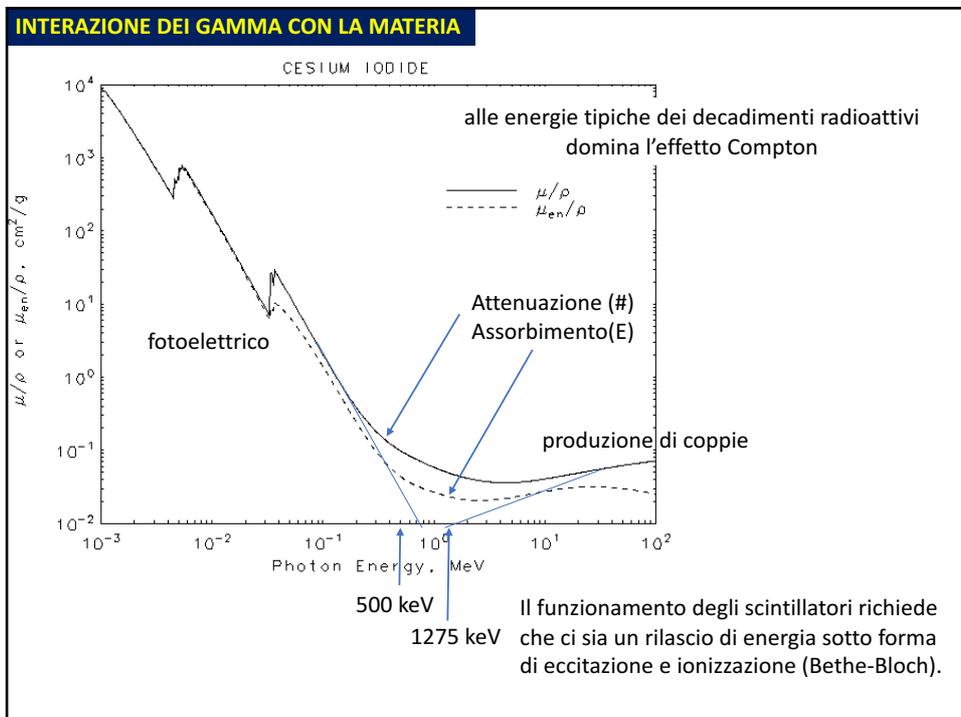
$T_{1/2} = 2,6 \text{ y}$
 90% e+ $Q = 0,54 \text{ MeV}$
 100% γ $E = 1,275 \text{ MeV}$

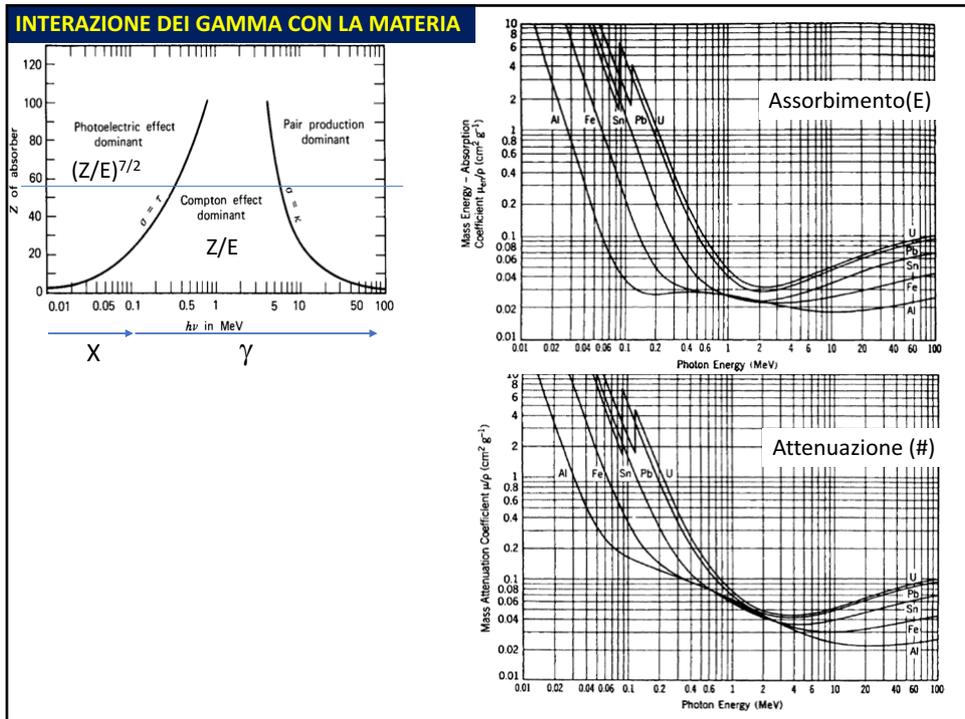
ANNICILAZIONE DEL POSITRONE (da quasi fermo)

Conservazione energia $m_{e^+}c^2 + m_{e^-}c^2 = E_\gamma + E_{\gamma'}$ $\rightarrow E_\gamma + E_{\gamma'} = 1,022 \text{ MeV}$

Conservazione quantità di moto $0 = \vec{p}_\gamma + \vec{p}_{\gamma'} \rightarrow \vec{p}_{\gamma'} = -\vec{p}_\gamma \rightarrow 180^\circ$

$E^2 = (\vec{p}c)^2 + (mc^2)^2 \rightarrow E_\gamma = |\vec{p}_\gamma| c \rightarrow E_\gamma/c = E_{\gamma'}/c \rightarrow E_\gamma = E_{\gamma'} = 511 \text{ keV}$





EFFETTO COMPTON

$\vec{p}_\gamma = \vec{p}_{\gamma'} + \vec{p}_e$

$\vec{p}_\gamma - \vec{p}_{\gamma'} = \vec{p}_e$

$p_\gamma^2 + p_{\gamma'}^2 - 2\vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_{\gamma'} = p_e^2$

$E_\gamma + mc^2 = E_{\gamma'} + E_e$

$p_\gamma c + mc^2 = p_{\gamma'} c + \sqrt{(p_e c)^2 + (mc^2)^2}$

$p_\gamma + mc - p_{\gamma'} = \sqrt{p_e^2 + (mc)^2}$

$(p_\gamma + mc - p_{\gamma'})^2 = p_e^2 + (mc)^2$

$p_\gamma^2 + p_{\gamma'}^2 + 2mcp_\gamma - 2p_\gamma p_{\gamma'} - 2mcp_{\gamma'} = p_e^2$

~~$p_\gamma^2 + p_{\gamma'}^2 - 2p_\gamma p_{\gamma'} \cos\theta = p_\gamma^2 + p_{\gamma'}^2 + 2mcp_\gamma - 2p_\gamma p_{\gamma'} - 2mcp_{\gamma'}$~~

$mc(p_\gamma - p_{\gamma'}) = p_\gamma p_{\gamma'} - p_\gamma p_{\gamma'} \cos\theta$

$mc\left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'}\right) = \frac{h^2}{\lambda\lambda'} - \frac{h^2}{\lambda\lambda'} \cos\theta$

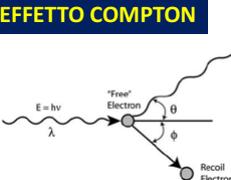
$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$

$\lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos\theta)$

$p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

$\lambda_c = \frac{h}{mc} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{Js}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg} \times 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m}$

EFFETTO COMPTON



$\lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos\theta)$ $\lambda_c = \frac{h}{mc} = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m}$

In funzione dell'angolo di diffusione θ la lunghezza d'onda λ' varia da $\lambda'_{\text{min}} = \lambda$ ($\cos\theta = 1 \rightarrow \theta = 0$) a $\lambda'_{\text{MAX}} = \lambda + 2 \lambda_c$ ($\cos\theta = -1 \rightarrow \theta = \pi$).

In termini energetici:

$$\frac{hc}{E_{\gamma'}} - \frac{hc}{E_{\gamma}} = \frac{hc}{mc^2} (1 - \cos\theta)$$

$$\frac{1}{E_{\gamma'}} - \frac{1}{E_{\gamma}} = \frac{1}{mc^2} (1 - \cos\theta)$$

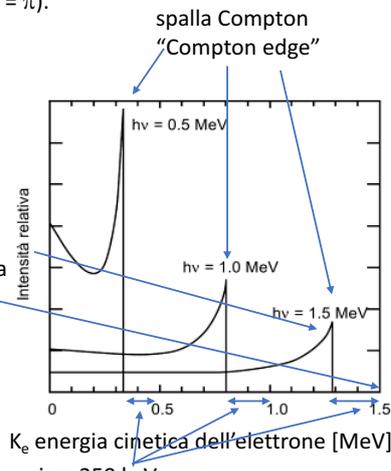
$$\frac{1}{E_{\gamma' \text{ min}}} - \frac{1}{E_{\gamma}} = \frac{2}{mc^2}$$

La massima energia acquistata dall'elettrone non è pari a quella del gamma incidente: il gamma uscente a π ha comunque un'energia $E_{\gamma' \text{ min}}$

$$E_{\gamma} + mc^2 = E_{\gamma'} + E_e = E_{\gamma'} + K_e + mc^2$$

$$E_{\gamma} - K_e = E_{\gamma'}$$

La distanza fra E_{γ} e $K_{e \text{ MAX}}$ per $E_{\gamma} \gg mc^2$ è $\frac{1}{E_{\gamma' \text{ min}}} = \frac{2}{mc^2}$ circa 250 keV



spalla Compton "Compton edge"

Intensità relativa

$h\nu = 0.5 \text{ MeV}$

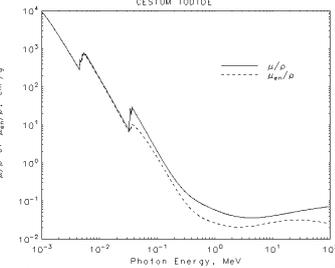
$h\nu = 1.0 \text{ MeV}$

$h\nu = 1.5 \text{ MeV}$

K_e energia cinetica dell'elettrone [MeV]

FOTOPICCO

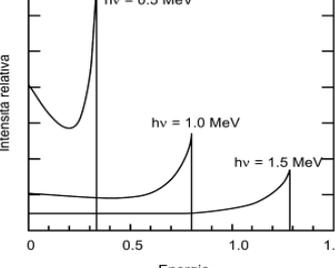
La probabilità che un gamma attraversando lo scintillatore subisca un effetto fotoelettrico è bassa e nel caso di un urto Compton solo una parte dell'energia viene convertita in energia cinetica dell'elettrone.



CESIUM IODIDE

μ/ρ or μ_{en}/ρ cm^2/g

Photon Energy, MeV



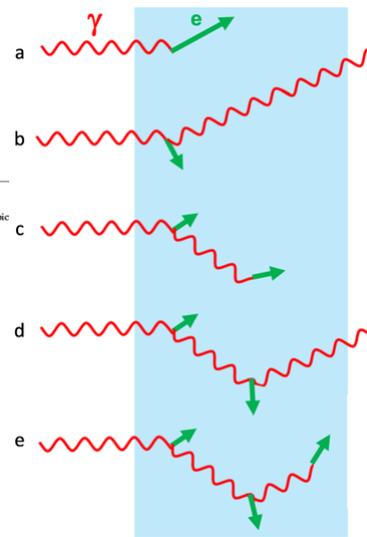
Intensità relativa

$h\nu = 0.5 \text{ MeV}$

$h\nu = 1.0 \text{ MeV}$

$h\nu = 1.5 \text{ MeV}$

Energia



a γ e

b

c

d

e

Eventi Compton

Eventi Compton multipli

Fotopico

