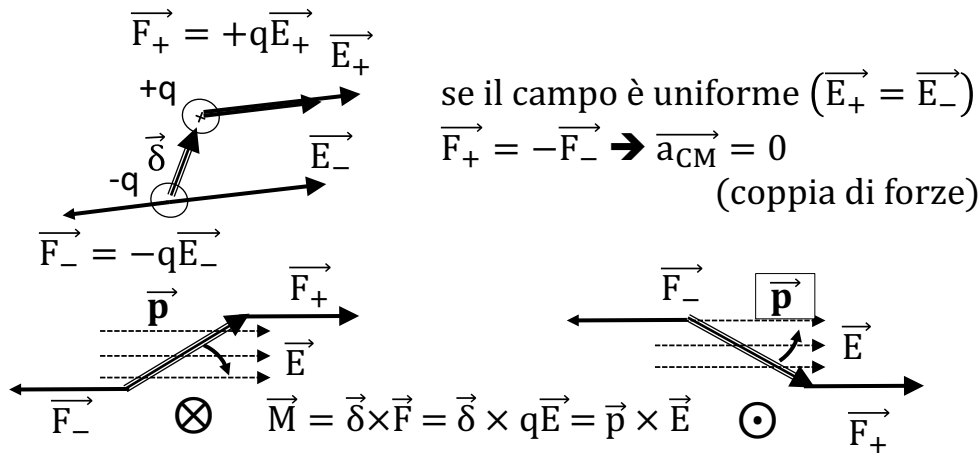


1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO azioni meccaniche su dipolo

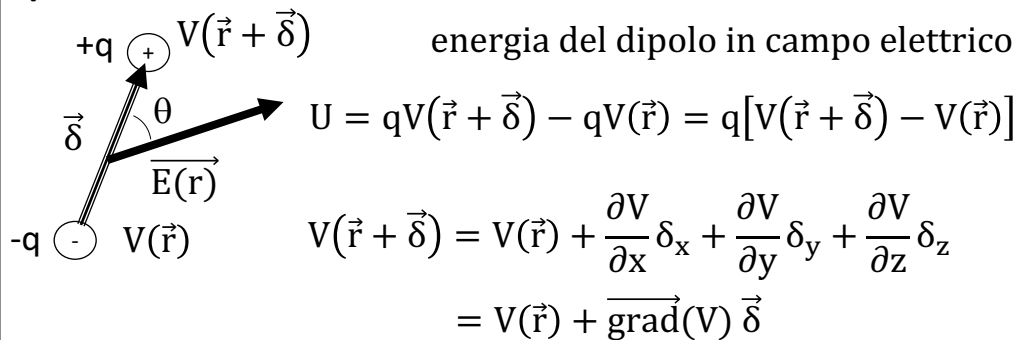


il momento meccanico (torcente) tende a far allineare il dipolo al campo

LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO azioni meccaniche su dipolo



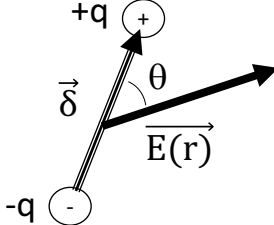
$$U = q[\overrightarrow{\text{grad}}(V) \vec{\delta}] = \vec{p} \overrightarrow{\text{grad}}(V) = -\vec{p} \vec{E} = -p E \cos\theta$$

LEZ 8

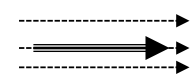
SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO azioni meccaniche su dipolo

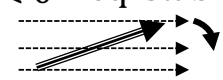
equilibrio del dipolo in campo elettrico

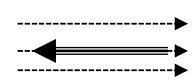
$$U = \vec{p} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(V) = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -p E \cos\theta$$


c'è equilibrio rotazionale se il momento $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E} = 0$




$\theta = 0 \quad \vec{M} = 0$
 $U < 0 \quad \text{eq. stabile}$





$\theta = \pi \quad \vec{M} = 0$
 $U > 0 \quad \text{eq. instabile}$



LEZ 8 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

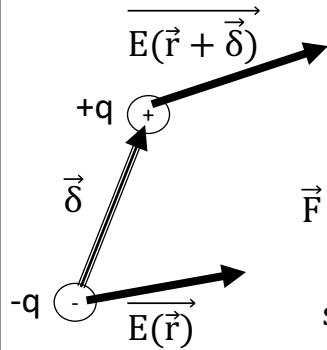
1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO azioni meccaniche su dipolo

dipolo in campo elettrico non uniforme

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}(U) = -\overrightarrow{\text{grad}}(-\vec{p} \cdot \vec{E}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{p} \cdot \vec{E})$$

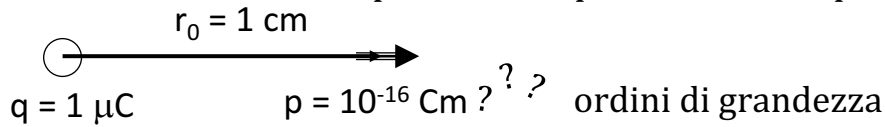
sul dipolo agisce una forza nella direzione e verso in cui diminuisce l'energia



LEZ 8 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO esempio carica+dipolo

dipolo nel campo di una carica puntiforme



Un cubo di H_2O ($p = 6 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$) di 0,1 mm di lato ha una massa di $10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (10^{-4} \text{ m})^3 = 10^{-9} \text{ kg} = 10^{-6} \text{ g}$

$$\rightarrow \frac{10^{-6} \text{ g}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \times 6 \cdot 10^{23} \frac{\text{molecole}}{\text{mol}} \sim 3 \cdot 10^{16} \text{ molecole}$$

Se si allineassero tutte si avrebbe un momento di dipolo

$$p_{\text{tot}} = 3 \cdot 10^{16} \times 6 \cdot 10^{-30} = 1,8 \cdot 10^{-13} \text{ Cm.}$$

Se se ne allineasse solo lo 0,5% si avrebbe un momento

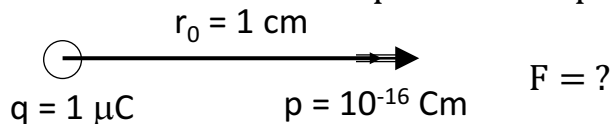
$$\text{di dipolo } p_{\text{tot}} = 1,8 \cdot 10^{-13} \times 0,005 \sim 10^{-15} \text{ Cm}$$

LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO esempio carica+dipolo

dipolo nel campo di una carica puntiforme



$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}(U) = \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{p} \cdot \vec{E}) = \overrightarrow{\text{grad}}\left(p \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\right) = \frac{pq}{4\pi\epsilon_0} \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{1}{r^2}\right)$$

$$\overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{1}{r^2}\right) = \hat{i}\left(-\frac{2x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}\right) + \hat{j}(\dots) + \hat{k}(\dots) = -2 \frac{\vec{r}}{r^4}$$

$$\vec{F} = -2 \frac{pq}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}}{r^3} \quad \text{attrattiva} \quad \oplus \quad - \implies +$$

$$F(r_0) = -2 \frac{pq}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_0^3} = -2 \times 9 \cdot 10^9 \times 10^{-16} \times 10^{-6} / 10^{-6} = -1,8 \mu\text{N}$$

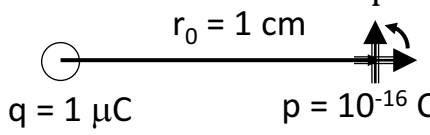
$$a = \frac{-1,8 \mu\text{N}}{10^{-9} \text{ kg}} = -1,8 \times 10^3 \text{ m/s}^2 !!!$$

LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO esempio carica+dipolo

dipolo nel campo di una carica puntiforme



quanto lavoro per ruotarlo di 90°?

$q = 1 \mu\text{C}$ $p = 10^{-16} \text{ Cm}$

$r_0 = 1 \text{ cm}$

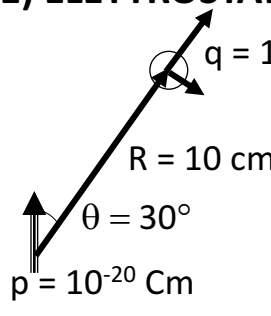
$$L = \Delta U = U_f - U_i = (-\vec{p}_f \cdot \vec{E}) - (-\vec{p}_i \cdot \vec{E}) = 0 + pE =$$

$$= p \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} = 10^{-16} \times 9 \times 10^9 \times 10^{-6} / 10^{-4} = 9 \times 10^{-9} \text{ J} = 9 \text{ nJ}$$

LEZ 8 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO esempio dipolo + carica

carica nel campo di un dipolo



quanta forza agisce sulla carica?

$q = 10 \text{ nC}$

$R = 10 \text{ cm}$

$\theta = 30^\circ$

$p = 10^{-20} \text{ Cm}$

$$E_r(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p \cos\theta}{r^3}$$

$$E_n(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sin\theta}{r^3}$$

$$E_r(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sqrt{3}}{R^3}$$

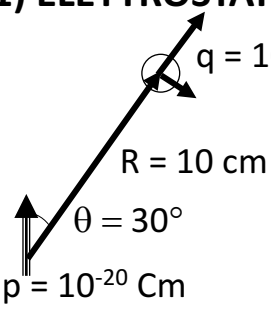
$$E_n(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p/2}{R^3}$$

$$E(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p\sqrt{13}/2}{R^3}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp \sqrt{13}/2}{R^3} = 1,6 \text{ fN}$$

LEZ 8 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO esempio dipolo + carica
 carica nel campo di un dipolo



$q = 10 \text{ nC}$
 $R = 10 \text{ cm}$
 $\theta = 30^\circ$
 $p = 10^{-20} \text{ Cm}$

quanta forza agisce sulla carica
 parallelamente e perpendicolarmente
 all'asse del dipolo?

$$E_r(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sqrt{3}}{R^3}$$

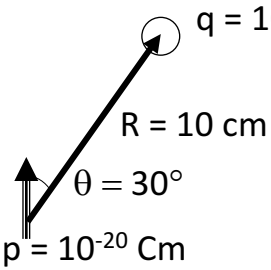
$$E_n(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p/2}{R^3}$$

$$E_{//} = E_r \cos 30^\circ - E_n \sin 30^\circ \quad F_{//} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp}{R^3} (\sqrt{3}\sqrt{3}/2 - 1/2 \cdot 1/2)$$

$$E_{\perp} = E_r \sin 30^\circ + E_n \cos 30^\circ \quad F_{\perp} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp}{R^3} (\sqrt{3}/2 + 1/2 \sqrt{3}/2)$$

LEZ 8 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO esempio dipolo + carica
 carica nel campo di un dipolo



$q = 10 \text{ nC}$
 $R = 10 \text{ cm}$
 $\theta = 30^\circ$
 $p = 10^{-20} \text{ Cm}$

quanto lavoro occorre per
 allontanarla indefinitamente?

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos\theta}{r^2}$$

LEZ 8 SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO applicazioni forno a microonde

in un forno a microonde un campo elettrico oscillante mette in rotazione le molecole di acqua che producendo calore per attrito provocano un aumento della temperatura

H₂O in campo elettrico (10kV/m) oscillante a 2,5 GHz ...
se una molecola ($p = 6 \cdot 10^{-30}$ Cm) si allineasse completamente al campo quanta potenza assorbirebbe?

$$P = L v = 2 p E v = 2 \times 6 \cdot 10^{-30} \text{ Cm} \times 10^4 \text{ V/m} \times 2,5 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1} = 30 \cdot 10^{-17} \text{ W}$$

LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO applicazioni dielettroforesi

per separare micro-particelle biologiche neutre si applicano campi elettrici non uniformi in grado di indurre un momento di dipolo elettrico e quindi di generare forze in grado di spostare il materiale biologico (dielettroforesi)

L'intensità del momento di dipolo indotto dipende sia dal campo applicato ($\vec{p} = \alpha \vec{E}$) che dal tipo di particella. In questo modo si riescono a separare miscele di proteine o cellule differenti.

Determinare la forza prodotta in una cellula sottoposta a un campo $\vec{E} = \hat{i} c \sqrt{x}$.

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}(U) = \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{p} \cdot \vec{E}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\alpha E^2) = \overrightarrow{\text{grad}}(\alpha c^2 x) = + \hat{i} \alpha c^2$$

LEZ 8

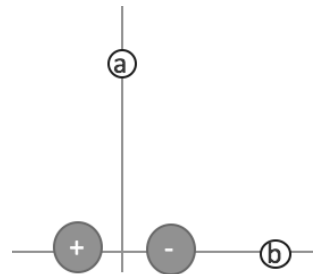
SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO**esercizio**

6) Date due distribuzioni rettilinee indefinite con densità di carica $\lambda_1 = +4 \mu\text{C}/\text{m}$ e $\lambda_2 = -4 \mu\text{C}/\text{m}$ poste parallelamente a distanza $d = 2 \text{ cm}$, determinare l'intensità del campo elettrico:

a) in un punto posto a distanza $h = 6 \text{ cm}$ dal piano contenente le due cariche filiformi situato simmetricamente rispetto ad esse

b) in un punto del piano contenente le due cariche filiformi posto a $h = 6 \text{ cm}$ da λ_1 (e 4 cm da λ_2).

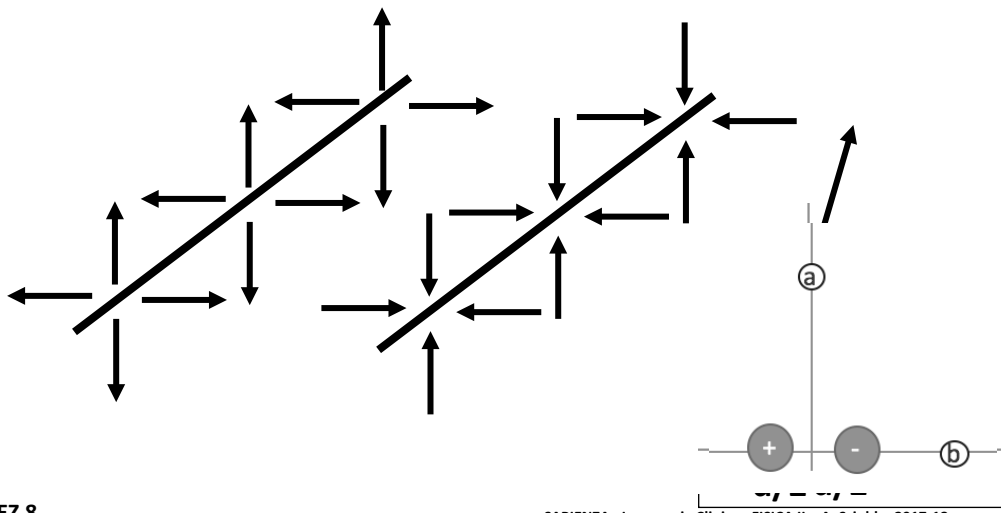


LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO**esercizio**

due distribuzioni rettilinee indefinite con densità di carica $\lambda_1 = +4 \mu\text{C}/\text{m}$ e $\lambda_2 = -4 \mu\text{C}/\text{m}$ poste parallelamente a distanza $d = 2 \text{ cm}$...



LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO**esercizio**

campo elettrico:

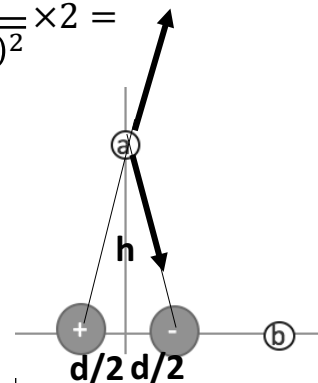
a) in un punto posto a distanza $h = 6$ cm dal piano contenente le due cariche filiformi situato simmetricamente rispetto ad esse

$$E_r(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$E(a) = \frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0 \sqrt{h^2 + (d/2)^2}} \times \frac{d/2}{\sqrt{h^2 + (d/2)^2}} \times 2 =$$

$$= \frac{\lambda_1 d}{4\pi\epsilon_0 (h^2 + (d/2)^2)} \times 2 =$$

$$9 \cdot 10^9 \times 4 \cdot 10^{-6} \times 2 \cdot 10^{-2} \times 2 / (37 \cdot 10^{-4}) = 0,4 \text{ MV/m}$$



LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO**esercizio**

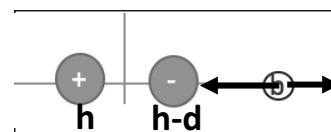
campo elettrico:

b) in un punto del piano contenente le due cariche filiformi posto a $h = 6$ cm da λ_1 (e 4 cm da λ_2).

$$E_r(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$E(b) = \frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0 h} - \frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0 (h - d)} = \frac{-\lambda_1 d}{2\pi\epsilon_0 h(h - d)} =$$

$$-2 \times 9 \cdot 10^9 \times 4 \cdot 10^{-6} \times 2 \cdot 10^{-2} / (30 \cdot 10^{-4}) = 0,48 \text{ MV/m}$$



LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

2) ELETTROSTATICA NELLA MATERIA**conduttori**

nei conduttori le cariche (elettroni o la loro mancanza) sono libere di muoversi:

- 1) all'equilibrio le cariche sono disposte quanto più lontano possibile fra loro (superficie) per via della repulsione coulombiana
- 2) il campo elettrostatico in un conduttore è nullo (\leftarrow equilibrio)
- 3) presa una qualsiasi superficie di Gauss interna il flusso di E è nullo \rightarrow non c'è carica libera interna: $\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
- 4) la superficie di un conduttore è equipotenziale altrimenti ci sarebbe una componente tangenziale (\rightarrow non equilibrio)
- 5) il campo elettrico sulla superficie deve essere quindi normale alla superficie

LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18