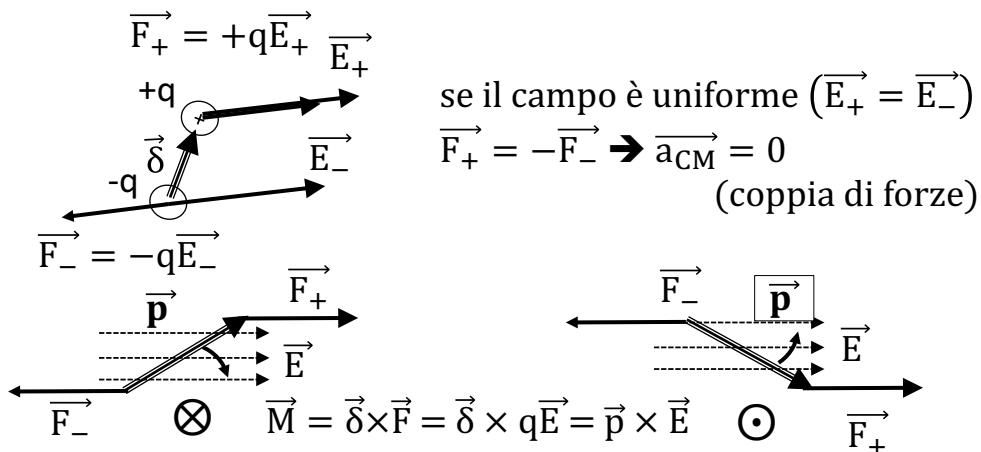


1) ELETROSTATICA NEL VUOTO azioni meccaniche su dipolo



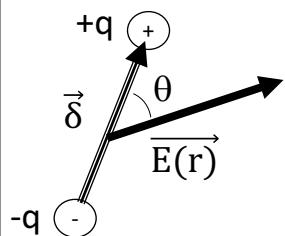
il momento meccanico (torcente) tende a far allineare il dipolo al campo

1) ELETROSTATICA NEL VUOTO azioni meccaniche su dipolo

$+q$ $V(\vec{r} + \vec{\delta})$ energia del dipolo in campo elettrico
 $\vec{\delta}$ θ
 $\vec{E}(r)$
 $-q$ $V(\vec{r})$
 $U = qV(\vec{r} + \vec{\delta}) - qV(\vec{r}) = q[V(\vec{r} + \vec{\delta}) - V(\vec{r})]$
 $V(\vec{r} + \vec{\delta}) = V(\vec{r}) + \frac{\partial V}{\partial x} \delta_x + \frac{\partial V}{\partial y} \delta_y + \frac{\partial V}{\partial z} \delta_z$
 $= V(\vec{r}) + \vec{\text{grad}}(V) \vec{\delta}$

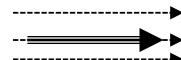
$$U = q[\vec{\text{grad}}(V) \vec{\delta}] = \vec{p} \vec{\text{grad}}(V) = -\vec{p} \vec{E} = -p E \cos\theta$$

1) ELETROSTATICA NEL VUOTO azioni meccaniche su dipolo



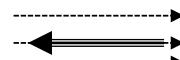
equilibrio del dipolo in campo elettrico
 $U = \vec{p} \cdot \vec{\text{grad}}(V) = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -p E \cos\theta$

c'è equilibrio rotazionale se il momento $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E} = 0$



$$\theta = 0 \quad \vec{M} = 0$$

$U < 0$ eq. stabile



$$\theta = \pi \quad \vec{M} = 0$$

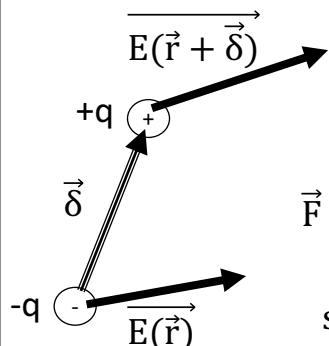
$U > 0$ eq. instabile



LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II – A. Sciubba 2017-18

1) ELETROSTATICA NEL VUOTO azioni meccaniche su dipolo



dipolo in campo elettrico non uniforme

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

$$\vec{F} = -\vec{\text{grad}}(U) = -\vec{\text{grad}}(-\vec{p} \cdot \vec{E}) = \vec{\text{grad}}(\vec{p} \cdot \vec{E})$$

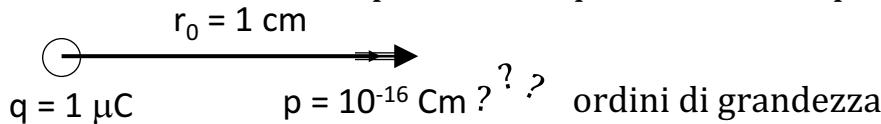
sul dipolo agisce una forza nella direzione
e verso in cui diminuisce l'energia

LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II – A. Sciubba 2017-18

1) ELETROSTATICA NEL VUOTO esempio carica+dipolo

dipolo nel campo di una carica puntiforme



Un cubo di H_2O ($p = 6 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$) di 0,1 mm di lato ha

una massa di $10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (10^{-4} \text{ m})^3 = 10^{-9} \text{ kg} = 10^{-6} \text{ g}$

$$\rightarrow \frac{10^{-6} \text{ g}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \times 6 \cdot 10^{23} \frac{\text{molecole}}{\text{mol}} \sim 3 \cdot 10^{16} \text{ molecole}$$

Se si allineassero tutte si avrebbe un momento di dipolo
 $p_{\text{tot}} = 3 \cdot 10^{16} \times 6 \cdot 10^{-30} = 1,8 \cdot 10^{-13} \text{ Cm}$.

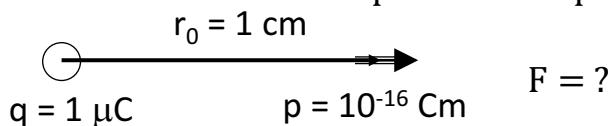
Se se ne allineasse solo lo 0,5% si avrebbe un momento
di dipolo $p_{\text{tot}} = 1,8 \cdot 10^{-13} \times 0,005 \sim 10^{-15} \text{ Cm}$

LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II – A. Sciubba 2017-18

1) ELETROSTATICA NEL VUOTO esempio carica+dipolo

dipolo nel campo di una carica puntiforme



$$\vec{F} = -\vec{\text{grad}}(U) = \vec{\text{grad}}(\vec{p} \cdot \vec{E}) = \vec{\text{grad}}\left(p \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}\right) = \frac{pq}{4\pi\epsilon_0} \vec{\text{grad}}\left(\frac{1}{r^2}\right)$$

$$\vec{\text{grad}}\left(\frac{1}{r^2}\right) = \hat{i}\left(-\frac{2x}{(x^2 + y^2 + z^2)^2}\right) + \hat{j}(\dots) + \hat{k}(\dots) = -2 \frac{\vec{r}}{r^4}$$

$$\vec{F} = -2 \frac{pq}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} \quad \text{attrattiva} \quad \oplus - \rightarrow +$$

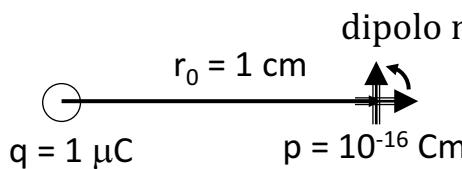
$$F(r_0) = -2 \frac{pq}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_0^3} = -2 \times 9 \times 10^9 \times 10^{-16} \times 10^{-6} / 10^{-6} = -1,8 \mu\text{N}$$

$$a = \frac{-1,8 \mu\text{N}}{10^{-9} \text{ kg}} = -1,8 \times 10^3 \text{ m/s}^2 !!!$$

LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II – A. Sciubba 2017-18

1) ELETROSTATICA NEL VUOTO esempio carica+dipolo

dipolo nel campo di una carica puntiforme

 quanto lavoro per ruotarlo di 90°?

$$L = \Delta U = U_f - U_i = (-\vec{p}_f \vec{E}) - (-\vec{p}_i \vec{E}) = 0 + pE =$$

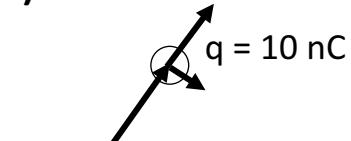
$$= p \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} = 10^{-16} \times 9 \times 10^9 \times 10^{-6} / 10^{-4} = 9 \times 10^{-9} \text{ J} = 9 \text{ nJ}$$

LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II – A. Sciubba 2017-18

1) ELETROSTATICA NEL VUOTO esempio dipolo + carica

carica nel campo di un dipolo


 quanta forza agisce sulla carica?

$$E_r(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p \cos\theta}{r^3}$$

$$E_n(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sin\theta}{r^3}$$

$$E_r(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sqrt{3}}{R^3}$$

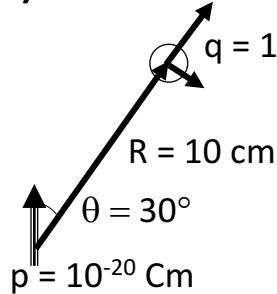
$$E_n(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p/2}{R^3}$$

$$E(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p\sqrt{13}/2}{R^3}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp\sqrt{13}/2}{R^3} = 1,6 \text{ fN}$$

LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II – A. Sciubba 2017-18

1) ELETROSTATICA NEL VUOTO esempio dipolo + carica

carica nel campo di un dipolo

quanta forza agisce sulla carica
parallelamente e perpendicolarmente
all'asse del dipolo?

$$E_r(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p\sqrt{3}}{R^3}$$

$$E_n(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p/2}{R^3}$$

$$E_{//} = E_r \cos 30^\circ - E_n \sin 30^\circ$$

$$F_{//} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp}{R^3} (\sqrt{3}\sqrt{3}/2 - \frac{1}{2}\frac{1}{2})$$

$$E_{\perp} = E_r \sin 30^\circ + E_n \cos 30^\circ$$

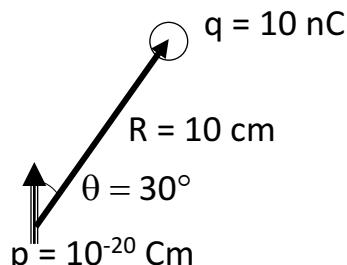
$$F_{\perp} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp}{R^3} (\sqrt{3}/2 + \frac{1}{2}\sqrt{3}/2)$$

LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II – A. Sciubba 2017-18

1) ELETROSTATICA NEL VUOTO esempio dipolo + carica

carica nel campo di un dipolo

quanto lavoro occorre per
allontanarla indefinitivamente?

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos\theta}{r^2}$$

LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II – A. Sciubba 2017-18

1) ELETROSTATICA NEL VUOTO applicazioni forno a microonde

in un forno a microonde un campo elettrico oscillante mette in rotazione le molecole di acqua che producendo calore per attrito provocano un aumento della temperatura

H_2O in campo elettrico (10kV/m) oscillante a 2,5 GHz ...
se una molecola ($p = 6 \cdot 10^{-30}$ Cm) si allineasse completamente al campo quanta potenza assorbirebbe?

$$P = L \nu = 2 p E \nu = 2 \times 6 \cdot 10^{-30} \text{ Cm} \times 10^4 \text{ V/m} \times 2,5 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1} = 30 \cdot 10^{-17} \text{ W}$$

LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II – A. Sciubba 2017-18

1) ELETROSTATICA NEL VUOTO dielettroforesi **applicazioni**

per separare micro-particelle biologiche neutre si applicano campi elettrici non uniformi in grado di indurre un momento di dipolo elettrico e quindi di generare forze in grado di spostare il materiale biologico (dielettroforesi)

L'intensità del momento di dipolo indotto dipende sia dal campo applicato ($\vec{p} = \alpha \vec{E}$) che dal tipo di particella. In questo modo si riescono a separare miscele di proteine o cellule differenti.

Determinare la forza prodotta in una cellula sottoposta a un campo $\vec{E} = \hat{i} c \sqrt{x}$.

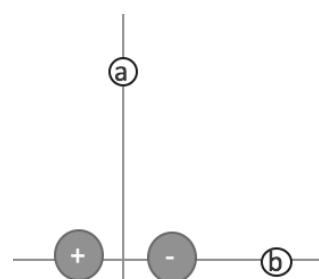
$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}(U) = \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{p} \cdot \vec{E}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\alpha E^2) = \overrightarrow{\text{grad}}(\alpha c^2 x) = + \hat{i} \alpha c^2$$

LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II – A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO**esercizio**

- 6) Date due distribuzioni rettilinee indefinite con densità di carica $\lambda_1 = +4 \mu\text{C}/\text{m}$ e $\lambda_2 = -4 \mu\text{C}/\text{m}$ poste parallelamente a distanza $d = 2 \text{ cm}$, determinare l'intensità del campo elettrico:
- in un punto posto a distanza $h = 6 \text{ cm}$ dal piano contenente le due cariche filiformi situato simmetricamente rispetto ad esse
 - in un punto del piano contenente le due cariche filiformi posto a $h = 6 \text{ cm}$ da λ_1 (e 4 cm da λ_2).

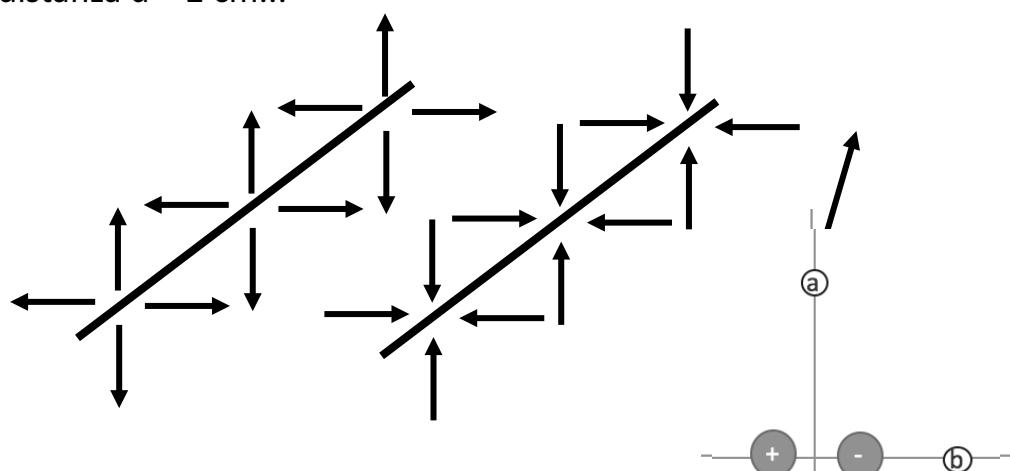


LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II – A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO**esercizio**

due distribuzioni rettilinee indefinite con densità di carica $\lambda_1 = +4 \mu\text{C}/\text{m}$ e $\lambda_2 = -4 \mu\text{C}/\text{m}$ poste parallelamente a distanza $d = 2 \text{ cm}$...



LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II – A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO

esercizio

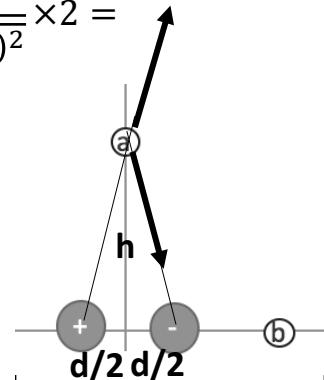
campo elettrico:

a) in un punto posto a distanza $h = 6 \text{ cm}$ dal piano contenente le due cariche filiformi situato simmetricamente rispetto ad esse

$$E_r(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$E(a) = \frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0 \sqrt{h^2 + (d/2)^2}} \times \frac{d/2}{\sqrt{h^2 + (d/2)^2}} \times 2 = \\ = \frac{\lambda_1 d}{4\pi\epsilon_0 (h^2 + (d/2)^2)} \times 2 =$$

$$9 \cdot 10^9 \times 4 \cdot 10^{-6} \times 2 \cdot 10^{-2} \times 2 / (37 \cdot 10^{-4}) = 0,4 \text{ MV/m}$$



LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

1) ELETTROSTATICA NEL VUOTO

esercizio

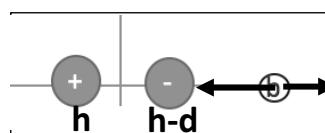
campo elettrico:

b) in un punto del piano contenente le due cariche filiformi posto a $h = 6 \text{ cm}$ da λ_1 (e 4 cm da λ_2).

$$E_r(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$E(b) = \frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0 h} - \frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0 (h-d)} = \frac{-\lambda_1 d}{2\pi\epsilon_0 h(h-d)} =$$

$$-2 \times 9 \cdot 10^9 \times 4 \cdot 10^{-6} \times 2 \cdot 10^{-2} / (30 \cdot 10^{-4}) = 0,48 \text{ MV/m}$$



LEZ 8

SAPIENZA - Ingegneria Clinica - FISICA II - A. Sciubba 2017-18

2) ELETROSTATICA NELLA MATERIA**conduttori**

nei conduttori le cariche (elettroni o la loro mancanza) sono libere di muoversi:

- 1) all'equilibrio le cariche sono disposte quanto più lontano possibile fra loro (superficie) per via della repulsione coulombiana
- 2) il campo elettrostatico in un conduttore è nullo (\leftarrow equilibrio)
- 3) presa una qualsiasi superficie di Gauss interna il flusso di E è nullo \rightarrow non c'è carica libera interna: $\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
- 4) la superficie di un conduttore è equipotenziale altrimenti ci sarebbe una componente tangenziale (\rightarrow non equilibrio)
- 5) il campo elettrico sulla superficie deve essere quindi normale alla superficie