

Complementi di Fisica - I Lezione

Introduzione e informazioni sul corso

Forza tra cariche elettriche: legge di Coulomb

Campo elettrico generato da cariche puntiformi

Andrea Bettucci

3 marzo 2023

Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Sapienza Università di Roma

Introduzione e informazioni sul corso

Complementi di Algebra Lineare, Analisi Matematica e Fisica

- Geometria differenziale: 2 CFU - Prof. Andrea Vietri
- Analisi matematica III: 3 CFU - Prof. Virginia De Cicco
- **Complementi di Fisica Generale**: 3 CFU - Prof. Andrea Bettucci

Complementi di Algebra Lineare, Analisi Matematica e Fisica

- Geometria differenziale: 2 CFU - Prof. Andrea Vietri
- Analisi matematica III: 3 CFU - Prof. Virginia De Cicco
- **Complementi di Fisica Generale**: 3 CFU - Prof. Andrea Bettucci

Tutte le informazioni sul corso, comprese le slides delle lezioni e le prove di autovalutazione, sono presenti alla pagina:

<https://www.sbai.uniroma1.it/bettucci-andrea/complementi-di-fisica-generale/2022-2023>

- Venerdì 08:00 - 10:00: lezione.
- Lunedì 10:00 - 11:00: esercitazioni.
- Ricevimento su appuntamento (sempre)
andrea.bettucci@uniroma1.it

Argomento del corso

Studio di alcuni fenomeni fisici legati alla presenza di cariche elettriche nello spazio.

- Cariche \Rightarrow **Campo elettrico.**
- Cariche in movimento (corrente) \Rightarrow **Campo magnetico.**

Campo di forze

Nelle interazioni a distanza è la regione dello spazio in ogni punto della quale si risente di una forza.

Forza tra cariche elettriche: legge di Coulomb

La carica elettrica q

- La carica elettrica è una proprietà intrinseca della materia (come la massa).
- La carica elettrica esiste in due diverse forme: positiva e negativa.
- L'unità di misura della carica elettrica è il **coulomb (C)**.
- 1 C è una carica enorme; ad esempio la carica di un elettrone è:
 $e \simeq 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.
- Per questo motivo vengono comunemente usati sottomultipli del coulomb:

$$1 \text{ mC} = 10^{-3} \text{ C}$$

$$1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$$

$$1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$$

$$1 \text{ pC} = 10^{-12} \text{ C}$$

La carica elettrica q

- **La carica elettrica si conserva** - Se in processo viene prodotta una certa quantità di carica di un tipo, necessariamente deve essere prodotta anche una medesima quantità di carica dell'altro tipo in modo che la carica *netta* prodotta sia nulla.
- **La carica elettrica è quantizzata** - La carica totale di un corpo è nulla oppure un multiplo intero di $+e$ o $-e$: la carica elettrica può variare solo per quantità finite.

La carica elettrica q

- **La carica elettrica si conserva** - Se in processo viene prodotta una certa quantità di carica di un tipo, necessariamente deve essere prodotta anche una medesima quantità di carica dell'altro tipo in modo che la carica *netta* prodotta sia nulla.
- **La carica elettrica è quantizzata** - La carica totale di un corpo è nulla oppure un multiplo intero di $+e$ o $-e$: la carica elettrica può variare solo per quantità finite.

Conduttori e isolanti

- **Isolanti** - Sono caratterizzati dal fatto che le cariche create in un punto vi restano localizzate.
- **Conduttori** - In essi le cariche elettriche hanno la possibilità di muoversi; ad esempio, cariche dello stesso tipo create in un punto tendono ad allontanarsi reciprocamente il più possibile per effetto delle mutue azioni repulsive. I metalli sono tipici conduttori.

La corrente i

- Una corrente è costituita da un flusso di cariche .
- L'unità di misura dell'intensità corrente è l'**ampère (A)**.
- Vi è una relazione tra l'intensità della corrente costante i in un conduttore filiforme e la quantità di carica q che passa attraverso una sezione del conduttore in un tempo t :

$$i = \frac{q}{t}.$$

Una qualsiasi sezione di un conduttore filiforme percorso da una corrente di 1 A è attraversata da 1 C al secondo.

- Esempi di effetti sul corpo umano di correnti con diverse intensità:

3 mA soglia della percezione

10 mA soglia del dolore

30 mA blocco respiratorio

10 A rete a 220 V

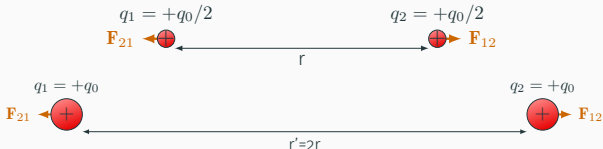
- Due cariche puntiformi si scambiano forze dirette lungo la loro congiungente: cariche dello stesso segno si respingono, cariche di segno opposto si attraggono.



- Due cariche puntiformi si scambiano forze dirette lungo la loro congiungente: cariche dello stesso segno si respingono, cariche di segno opposto si attraggono.



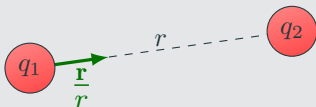
- La forza è proporzionale al prodotto delle cariche ed è inversamente proporzionale al quadrato della distanza.



Legge di Coulomb nel vuoto

La forza che si esercita tra due cariche puntiformi è diretta lungo la congiungente le due cariche. La forza è direttamente proporzionale al prodotto delle cariche e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza. Cariche dello stesso segno si respingono, si attraggono se di segno opposto

$$\mathbf{F} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$



Sperimentalmente si trova

$$K \simeq 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}.$$

Si è soliti scrivere la costante K nella forma

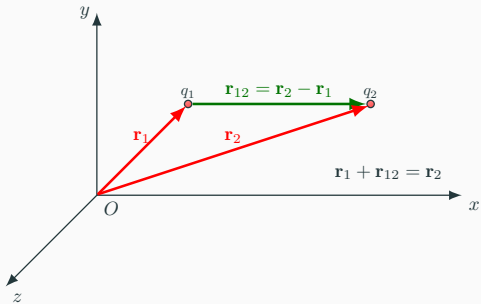
$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

dove ϵ_0 è detta **costante dielettrica del vuoto**

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}.$$

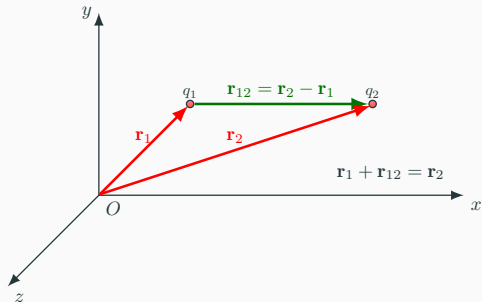
Legge di Coulomb nel vuoto

$$\mathbf{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$



La forza che q_1 esercita su q_2 è:

$$\mathbf{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}} \quad \Rightarrow \quad F_{12} = K \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2}$$



La forza che q_1 esercita su q_2 è:

$$\mathbf{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}} \quad \Rightarrow \quad F_{12} = K \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2}$$

Principio di sovrapposizione delle forze

Se si hanno più cariche puntiformi, la forza su una di esse è la risultante di quelle che ciascuna delle altre eserciterebbe qualora agisse da sola.

Esercizio

Tre cariche puntiformi sono disposte lungo l'asse x : q_1 è posta nell'origine dell'asse; q_2 si trova in $x = 2,0$ m e q_3 in $x = 3,5$ m. Si determini la forza totale su q_3 . ($q_1 = 25$ nC; $q_2 = -10$ nC; $q_3 = 20$ nC.)



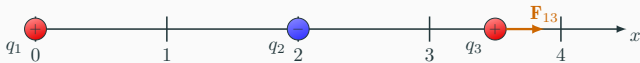
Esercizio

Tre cariche puntiformi sono disposte lungo l'asse x : q_1 è posta nell'origine dell'asse; q_2 si trova in $x = 2,0$ m e q_3 in $x = 3,5$ m. Si determini la forza totale su q_3 . ($q_1 = 25$ nC; $q_2 = -10$ nC; $q_3 = 20$ nC.)



La forza che q_1 esercita su q_3 è:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{13} &= K \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \mathbf{i} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2})(25 \times 10^{-9} \text{ C})(20 \times 10^{-9} \text{ C})}{(3,5 \text{ m})^2} \mathbf{i} = \\ &= (0,37 \times 10^{-6} \text{ N})\mathbf{i}.\end{aligned}$$



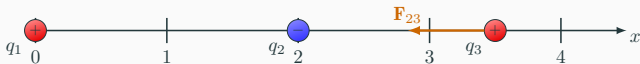
La forza che q_2 esercita su q_3 è:

$$\mathbf{F}_{23} = K \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \mathbf{i} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{C}^{-2})(-10 \times 10^{-9} \text{ C})(20 \times 10^{-9} \text{ C})}{(1,5 \text{ m})^2} \mathbf{i} =$$
$$= -(0,80 \times 10^{-6} \text{ N}) \mathbf{i}.$$



La forza che q_2 esercita su q_3 è:

$$\mathbf{F}_{23} = K \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \mathbf{i} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{C}^{-2})(-10 \times 10^{-9} \text{ C})(20 \times 10^{-9} \text{ C})}{(1,5 \text{ m})^2} \mathbf{i} = - (0,80 \times 10^{-6} \text{ N}) \mathbf{i}.$$



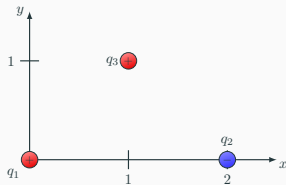
In conclusione, la forza totale che si esercita su q_3 è determinata

$$\mathbf{F}_{\text{tot}} = \mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{23} = (0,37 \times 10^{-6} \text{ N}) \mathbf{i} - (0,80 \times 10^{-6} \text{ N}) \mathbf{i} = - (0,43 \times 10^{-6} \text{ N}) \mathbf{i}$$



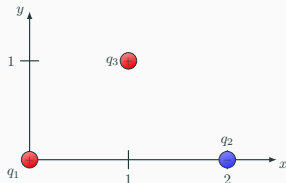
Esercizio

Rispetto a un sistema di riferimento O, x, y , le coordinate di tre cariche puntiformi q_1, q_2 e q_3 sono $(0, 0)$, $(2, 0)$ e $(1, 1)$, rispettivamente. Si determini modulo e direzione della forza sulla carica q_3 . ($q_1 = 2 \text{ nC}$; $q_2 = -10 \text{ nC}$; $q_3 = 10 \text{ nC}$)



Esercizio

Rispetto a un sistema di riferimento O, x, y , le coordinate di tre cariche puntiformi q_1, q_2 e q_3 sono $(0, 0)$, $(2, 0)$ e $(1, 1)$, rispettivamente. Si determini modulo e direzione della forza sulla carica q_3 . ($q_1 = 2 \text{ nC}$; $q_2 = -10 \text{ nC}$; $q_3 = 10 \text{ nC}$)

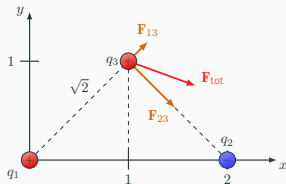


$$\mathbf{F}_{13} = K \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \frac{\mathbf{r}_{13}}{r_{13}}$$

$$\mathbf{F}_{23} = K \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \frac{\mathbf{r}_{23}}{r_{23}}$$

$$F_{13} = 9 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_{23} = 4,5 \times 10^{-7} \text{ N}$$



$$\mathbf{F}_{\text{tot}} = \mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{23}$$

Quali sono il **modulo** e la **direzione** di \mathbf{F}_{tot} ?

Quali sono il **modulo** e la **direzione** di \mathbf{F}_{tot} ?

Decomposizione di un vettore

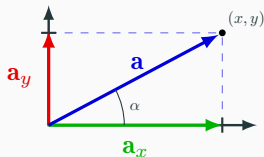
Un vettore applicato \mathbf{a} è determinato dalla conoscenza delle sue componenti rispetto a un sistema di riferimento.

$$a_x = a \cos \alpha$$

$$a_y = a \sin \alpha$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{a_y}{a_x}$$



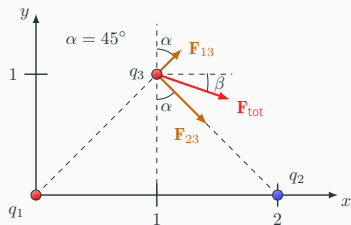
I moduli delle componenti di \mathbf{F}_{13} e \mathbf{F}_{23} lungo gli assi x ed y sono:

$$F_{13x} = F_{13} \sin \alpha \simeq 6,4 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_{13y} = F_{13} \cos \alpha \simeq 6,4 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_{23x} = F_{23} \sin \alpha \simeq 3,2 \times 10^{-7} \text{ N}$$

$$F_{23y} = F_{23} \cos \alpha \simeq 3,2 \times 10^{-7} \text{ N}$$



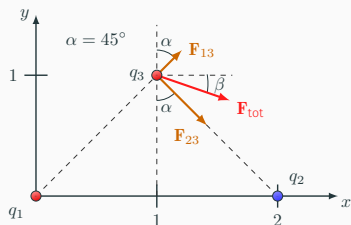
I moduli delle componenti di \mathbf{F}_{13} e \mathbf{F}_{23} lungo gli assi x ed y sono:

$$F_{13x} = F_{13} \sin \alpha \simeq 6,4 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_{13y} = F_{13} \cos \alpha \simeq 6,4 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_{23x} = F_{23} \sin \alpha \simeq 3,2 \times 10^{-7} \text{ N}$$

$$F_{23y} = F_{23} \cos \alpha \simeq 3,2 \times 10^{-7} \text{ N}$$



Le componenti di \mathbf{F}_{tot} sono:

$$\mathbf{F}_{\text{tot}x} = (F_{13x} + F_{23x})\mathbf{i} \simeq (+3,8 \times 10^{-7} \text{ N})\mathbf{i} \Rightarrow F_{\text{tot}x} \simeq 3,8 \times 10^{-7} \text{ N}$$

$$\mathbf{F}_{\text{tot}y} = (F_{13y} - F_{23y})\mathbf{j} \simeq (-2,6 \times 10^{-7} \text{ N})\mathbf{j} \Rightarrow F_{\text{tot}y} \simeq 2,6 \times 10^{-7} \text{ N}$$

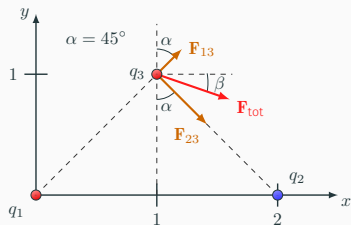
I moduli delle componenti di \mathbf{F}_{13} e \mathbf{F}_{23} lungo gli assi x ed y sono:

$$F_{13x} = F_{13} \sin \alpha \simeq 6,4 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_{13y} = F_{13} \cos \alpha \simeq 6,4 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_{23x} = F_{23} \sin \alpha \simeq 3,2 \times 10^{-7} \text{ N}$$

$$F_{23y} = F_{23} \cos \alpha \simeq 3,2 \times 10^{-7} \text{ N}$$



Le componenti di \mathbf{F}_{tot} sono:

$$\mathbf{F}_{\text{tot}x} = (F_{13x} + F_{23x})\mathbf{i} \simeq (+3,8 \times 10^{-7} \text{ N})\mathbf{i} \Rightarrow F_{\text{tot}x} \simeq 3,8 \times 10^{-7} \text{ N}$$

$$\mathbf{F}_{\text{tot}y} = (F_{13y} - F_{23y})\mathbf{j} \simeq (-2,6 \times 10^{-7} \text{ N})\mathbf{j} \Rightarrow F_{\text{tot}y} \simeq 2,6 \times 10^{-7} \text{ N}$$

In conclusione, modulo e direzione di \mathbf{F}_{tot} sono determinati

$$F_{\text{tot}} = \sqrt{F_{\text{tot}x}^2 + F_{\text{tot}y}^2} = 4,6 \times 10^{-7} \text{ N} \quad \tan \beta = \frac{F_{\text{tot}y}}{F_{\text{tot}x}} \simeq 0,68 \rightarrow \beta \simeq 34^\circ$$

Campo elettrico creato da cariche puntiformi

- La forza di Coulomb è una forza che agisce a distanza.
- Ogni carica Q produce un campo elettrico che pervade l'intero spazio: se una carica q viene posta in un punto P dello spazio, risente di una forza su di essa esercitata dal campo elettrico esistente in quel punto creato da Q .

- La forza di Coulomb è una forza che agisce a distanza.
- Ogni carica Q produce un campo elettrico che pervade l'intero spazio: se una carica q viene posta in un punto P dello spazio, risente di una forza su di essa esercitata dal campo elettrico esistente in quel punto creato da Q .

Il campo elettrico

Il campo elettrico \mathbf{E} creato da una o più cariche in un punto dello spazio è uguale alla forza \mathbf{F} agente su una piccola carica di prova positiva q posta in quel punto divisa per q :

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}.$$

La carica q deve essere così piccola ($q \rightarrow 0$) da non esercitare alcuna forza sulle cariche che generano il campo, cosicché \mathbf{E} in un punto dello spazio descrive solo l'effetto in quel punto delle cariche che creano il campo.

Campo elettrico creato da una singola carica puntiforme Q

Data una carica puntiforme Q , posta una carica q ($q \rightarrow 0$) a distanza r da Q si ha:



$$\mathbf{F} = K \frac{Qq}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \Rightarrow \mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} \Rightarrow$$

$$\mathbf{E} = K \frac{Q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

Campo elettrico creato da una singola carica puntiforme Q

Data una carica puntiforme Q , posta una carica q ($q \rightarrow 0$) a distanza r da Q si ha:



$$\mathbf{F} = K \frac{Qq}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \Rightarrow \mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} \Rightarrow \mathbf{E} = K \frac{Q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

- Il campo elettrico è proporzionale alla carica Q che lo genera.
- Il vettore campo elettrico è diretto radialmente: ha il verso di \mathbf{r} per $Q > 0$ e verso opposto a quello di \mathbf{r} per $Q < 0$.
- L'intensità del campo elettrico decresce in maniera inversamente proporzionale al quadrato della distanza:

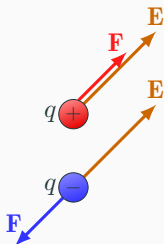
$$E = K \frac{Q}{r^2}.$$

- Noto il campo elettrico \mathbf{E} in un punto dello spazio, la forza agente su una generica carica q posta in quel punto è:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}.$$

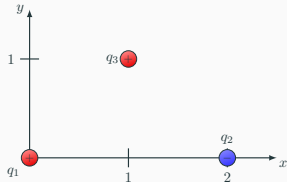
L'espressione è valida anche se q non è piccola purché la sua presenza non modifichi la posizione delle cariche che generano il campo elettrico.

- Se $q > 0$ la forza \mathbf{F} e il campo \mathbf{E} sono concordi.
- Se $q < 0$ la forza \mathbf{F} e il campo \mathbf{E} sono discordi.



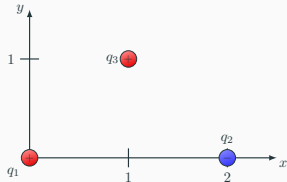
Esercizio

Rispetto a un sistema di riferimento O, x, y , le coordinate di tre cariche puntiformi q_1, q_2 e q_3 sono $(0,0)$, $(2,0)$ e $(1,1)$, rispettivamente. Si determini modulo e direzione della forza sulla carica q_3 **utilizzando il campo elettrico**.
($q_1 = 2 \text{ nC}$; $q_2 = -10 \text{ nC}$; $q_3 = 10 \text{ nC}$)



Esercizio

Rispetto a un sistema di riferimento O, x, y , le coordinate di tre cariche puntiformi q_1, q_2 e q_3 sono $(0, 0)$, $(2, 0)$ e $(1, 1)$, rispettivamente. Si determini modulo e direzione della forza sulla carica q_3 **utilizzando il campo elettrico**. ($q_1 = 2 \text{ nC}$; $q_2 = -10 \text{ nC}$; $q_3 = 10 \text{ nC}$)



Soluzione

1. Determinare il campi elettrici \mathbf{E}_1 ed \mathbf{E}_2 creati separatamente da q_1 e da q_2 nel punto dove si trova la carica q_3 .
2. $\mathbf{E}_{\text{tot}} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$.
Vale il principio di sovrapposizione dei campi elettrici!
3. $\mathbf{F} = q_3 \mathbf{E}_{\text{tot}}$.

Campo elettrico creato da una carica Q in un punto P dello spazio individuato dal vettore \mathbf{r} che va da Q a P :

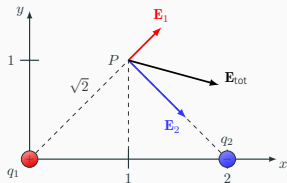
$$\mathbf{E} = K \frac{Q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}.$$

$$\mathbf{E}_1(P) = K \frac{q_1}{r_{13}^2} \frac{\mathbf{r}_{13}}{r_{13}}$$

$$\mathbf{E}_2(P) = K \frac{q_2}{r_{23}^2} \frac{\mathbf{r}_{23}}{r_{23}}$$

$$E_1(P) = 9 \text{ N/C}$$

$$E_2(P) = 45 \text{ N/C}$$



$$\mathbf{E}_{\text{tot}} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2.$$

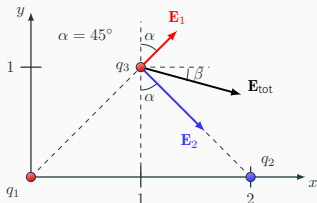
La determinazione di \mathbf{E}_{tot} richiede la conoscenza delle componenti di \mathbf{E}_1 ed \mathbf{E}_2 lungo gli assi x ed y .

$$E_{1x} = E_1 \sin \alpha \simeq 6,4 \text{ N/C}$$

$$E_{1y} = E_1 \cos \alpha \simeq 6,4 \text{ N/C}$$

$$E_{2x} = E_2 \sin \alpha \simeq 31,8 \text{ N/C}$$

$$E_{2y} = E_2 \cos \alpha \simeq 31,8 \text{ N/C}$$



$$E_{1x} = E_1 \sin \alpha \simeq 6,4 \text{ N/C}$$

$$E_{1y} = E_1 \cos \alpha \simeq 6,4 \text{ N/C}$$

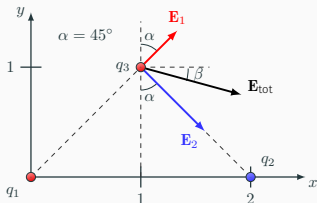
$$E_{2x} = E_2 \sin \alpha \simeq 31,8 \text{ N/C}$$

$$E_{2y} = E_2 \cos \alpha \simeq 31,8 \text{ N/C}$$

Le componenti di \mathbf{E}_{tot} sono:

$$\mathbf{E}_{\text{tot}x} = (E_{1x} + E_{2x})\mathbf{i} \simeq (+38,2 \text{ N/C})\mathbf{i} \quad \Rightarrow \quad E_{\text{tot}x} \simeq 38,2 \text{ N/C}$$

$$\mathbf{E}_{\text{tot}y} = (E_{1y} - E_{2y})\mathbf{j} \simeq (-25,4 \text{ N/C})\mathbf{j} \quad \Rightarrow \quad E_{\text{tot}y} \simeq 25,4 \text{ N/C}$$



$$E_{1x} = E_1 \sin \alpha \simeq 6,4 \text{ N/C}$$

$$E_{1y} = E_1 \cos \alpha \simeq 6,4 \text{ N/C}$$

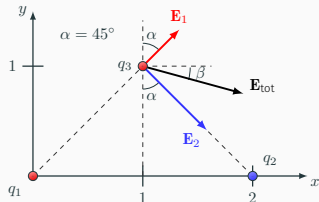
$$E_{2x} = E_2 \sin \alpha \simeq 31,8 \text{ N/C}$$

$$E_{2y} = E_2 \cos \alpha \simeq 31,8 \text{ N/C}$$

Le componenti di \mathbf{E}_{tot} sono:

$$\mathbf{E}_{\text{tot}x} = (E_{1x} + E_{2x})\mathbf{i} \simeq (+38,2 \text{ N/C})\mathbf{i} \quad \Rightarrow \quad E_{\text{tot}x} \simeq 38,2 \text{ N/C}$$

$$\mathbf{E}_{\text{tot}y} = (E_{1y} - E_{2y})\mathbf{j} \simeq (-25,4 \text{ N/C})\mathbf{j} \quad \Rightarrow \quad E_{\text{tot}y} \simeq 25,4 \text{ N/C}$$



In conclusione, modulo e direzione di \mathbf{E}_{tot} e \mathbf{F}_{tot} sono determinati

$$E_{\text{tot}} = \sqrt{E_{\text{tot}x}^2 + E_{\text{tot}y}^2} = 45,8 \text{ N/C} \quad \tan \beta = \frac{E_{\text{tot}y}}{E_{\text{tot}x}} \simeq 0,68 \rightarrow \beta \simeq 34^\circ$$

$$F_{\text{tot}} = q_3 E_{\text{tot}} = 4,6 \times 10^{-7} \text{ N diretta come } \mathbf{E}_{\text{tot}}.$$