

Complementi di Fisica - II Lezione

Soluzione degli esercizi 3, 5 e 6
della I prova di autovalutazione

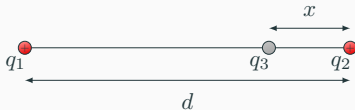
Andrea Bettucci

6 marzo 2023

Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Sapienza Università di Roma

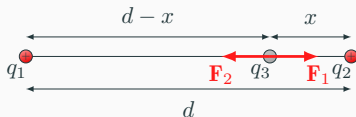
Esercizio 3

Tre cariche puntiformi giacciono lungo l'asse delle x . La carica positiva $q_1 = 5 \mu\text{C}$ si trova a una distanza $d = 2 \text{ m}$ dalla carica positiva $q_2 = 1 \mu\text{C}$; mentre la carica q_3 si trova tra q_1 e q_2 a una distanza x da q_2 tale che la forza su q_3 è nulla. Si determini x sia tramite la forza di Coulomb sia utilizzando il campo elettrico.



Nella posizione occupata da q_3

$$F_1 = F_2 \quad \Rightarrow \quad K \frac{q_1 q_3}{(d-x)^2} = K \frac{q_2 q_3}{x^2}.$$



da cui segue l'uguaglianza dei campi elettrici in tale posizione:

$$\frac{q_1}{(d-x)^2} = \frac{q_2}{x^2}.$$

Si ottiene così la seguente equazione di secondo grado in x :

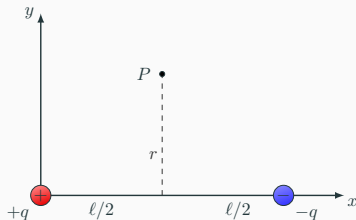
$$(q_1 - q_2)x^2 + 2dq_2x - d^2q_2 = 0.$$

La soluzione positiva dell'equazione fornisce il valore cercato

$$x \simeq 0,62 \text{ m}$$

Esercizio 5

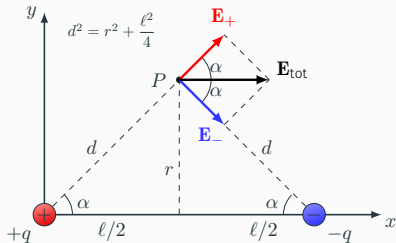
Due cariche puntiformi q uguali in modulo ma di segno opposto (**dipolo elettrico**) sono distanti tra loro ℓ . Si determini il campo elettrico in un generico punto P posto a distanza r dal punto mediano del segmento che unisce le due cariche e che giace lungo l'asse perpendicolare a tale segmento.



$$\mathbf{E}_{\text{tot}} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-$$

dove

$$E_+ = E_- = K \frac{q}{d^2} = K \frac{q}{r^2 + \frac{\ell^2}{4}}$$



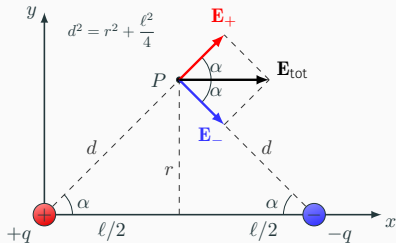
Le componenti dei due campi elettrici lungo l'asse y sono uguali e contrarie. La somma delle componenti lungo l'asse x è:

$$E_{\text{tot}} = 2E_+ \cos \alpha \quad \left(d \cos \alpha = \frac{\ell}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\ell}{2d} = \frac{\ell}{2 \left(r^2 + \frac{\ell^2}{4} \right)^{1/2}} \right).$$

$$\mathbf{E}_{\text{tot}} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-$$

dove

$$E_+ = E_- = K \frac{q}{d^2} = K \frac{q}{r^2 + \frac{\ell^2}{4}}$$



Le componenti dei due campi elettrici lungo l'asse y sono uguali e contrarie. La somma delle componenti lungo l'asse x è:

$$E_{\text{tot}} = 2E_+ \cos \alpha \quad \left(d \cos \alpha = \frac{\ell}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\ell}{2d} = \frac{\ell}{2 \left(r^2 + \frac{\ell^2}{4} \right)^{1/2}} \right).$$

In conclusione, il modulo del campo elettrico in P è determinato

$$E_{\text{tot}} = K \frac{q\ell}{\left(r^2 + \frac{\ell^2}{4} \right)^{3/2}} = K \frac{p}{\left(r^2 + \frac{\ell^2}{4} \right)^{3/2}}$$

dove $p = q\ell$ è il **momento di dipolo elettrico**.

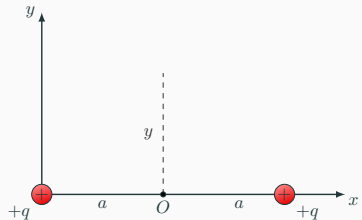
A grande distanza dal dipolo ($r \gg \ell$)

$$E \simeq K \frac{p}{r^3}$$

A grande distanza dal dipolo, il campo elettrico sull'asse decresce più rapidamente di quello di una singola carica puntiforme ($1/r^3$ contro $1/r^2$). **Come si può spiegare qualitativamente questo fenomeno?**

Esercizio 6

Due cariche positive puntiformi sono poste a una distanza $2a$ una dall'altra. Determinare il luogo dei punti nei quali il campo elettrico da esse generato è perpendicolare alla congiungente le due cariche e darne il suo modulo in funzione della distanza y dal punto mediano del segmento che unisce le due cariche.



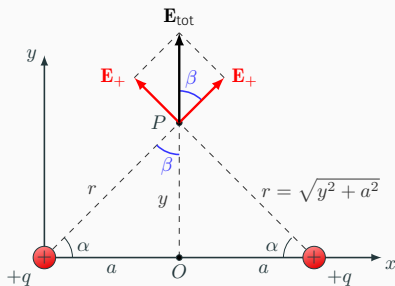
Il campo elettrico creato dalle due cariche è perpendicolare al segmento che le congiunge solo lungo l'asse di tale segmento.
 Il luogo dei punti cercato è il cerchio di centro O e raggio $\overline{OP} = y$

$$E_+ = K \frac{q}{r^2} = K \frac{q}{y^2 + a^2}$$

$$E_{\text{tot}} = 2E_+ \cos \beta.$$

dove

$$\cos \beta = \frac{y}{r}$$



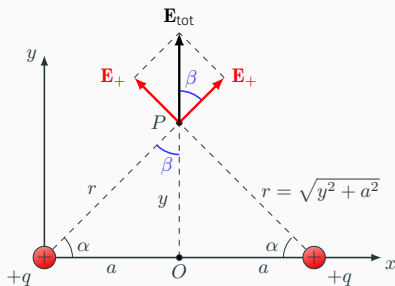
Il campo elettrico creato dalle due cariche è perpendicolare al segmento che le congiunge solo lungo l'asse di tale segmento.
 Il luogo dei punti cercato è il cerchio di centro O e raggio $\overline{OP} = y$

$$E_+ = K \frac{q}{r^2} = K \frac{q}{y^2 + a^2}$$

$$E_{\text{tot}} = 2E_+ \cos \beta.$$

dove

$$\cos \beta = \frac{y}{r}$$



In conclusione, il modulo del campo elettrico in P è determinato

$$E_{\text{tot}} = 2Kq \frac{y}{(y^2 + a^2)^{3/2}}.$$