

Complementi di Fisica - IX Lezione

Condensatori

Andrea Bettucci

31 marzo

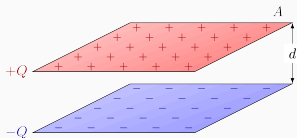
Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Sapienza Università di Roma

Condensatori

Condensatore

Un condensatore è un dispositivo che serve a immagazzinare carica elettrica. È costituito da due conduttori (armature) non connessi elettricamente, posti uno vicino all'altro, ciascuno dei quali carico con eguale quantità di carica, ma di segno opposto.

Un semplice condensatore è costituito da una coppia di lastre metalliche parallele di area A separate da una piccola distanza d .



Spesso le lastre vengono arrotolate a formare un cilindro e fra esse, per garantire la separazione, viene posta della carta o altro materiale isolante.

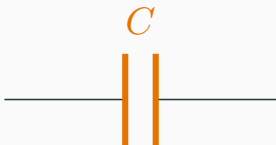


Verranno qui considerati sempre condensatori nei quali vi è il vuoto o, equivalentemente, aria tra le armature.

I condensatori vengono impiegati nei circuiti elettronici ad esempio per:

- Rilasciare al momento opportuno la carica elettrica immagazzinata (flash macchine fotografiche, **defibrillatori**, ecc.).
- Proteggere dei circuiti elettrici dalle rapide variazioni di carica ed energia.
- Memorizzare i valori di "0" e "1" in alcune memorie RAM dei computer.

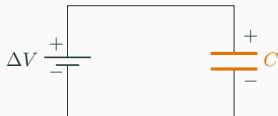
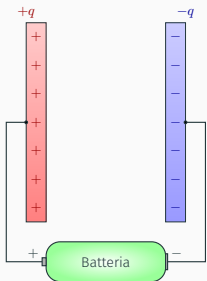
Simbolo del condensatore



Simbolo della batteria



Un condensatore può essere caricato collegando le armature ai poli di una batteria con due fili conduttori: la differenza di potenziale ΔV tra i poli della batteria è uguale a quella tra le armature del condensatore.



Circuito elettrico: un percorso chiuso formato da conduttori (fili) che collegano condensatori o altri dispositivi, nei quali la carica può muoversi, e che può includere una sorgente di tensione.

Capacità di un condensatore

Per un condensatore si verifica sperimentalmente che il rapporto tra la carica q presente sulle armature e la differenza di potenziale ΔV tra le armature è costante:

$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

La costante C è detta **capacità di un condensatore**

- La capacità si misura in coulomb/volt: tale unità di misura si chiama **fardad** (simbolo **F**).
- L'unità farad è molto grande e spesso si usano i suoi sottomultipli: il microfarad ($1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$), il nanofarad ($1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$) e il picofarad ($1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$)
- La capacità di un condensatore non dipende né da q né da ΔV , ma dalle caratteristiche geometriche del condensatore e dal materiale posto tra le armature.

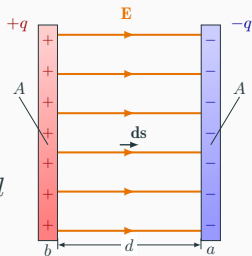
Esercizio

Si ricavi la capacità di un condensatore piano le cui armature hanno un'area A e sono distanti d .

Abbiamo visto $E = \sigma/\epsilon_0$, dove $\sigma = q/A$:

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

$$V_b - V_a = - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_b^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E \int_b^a ds = Ed$$



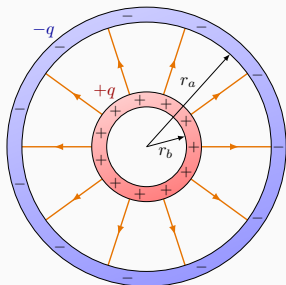
$$\Delta V = V_b - V_a = \frac{q}{\epsilon_0 A} d$$

In conclusione, la capacità del condensatore piano è determinata

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Esercizio

Un condensatore sferico è costituito da due gusci sferici conduttori e concentrici di raggi r_a ed r_b ($r_b < r_a$). Sui gusci interno ed esterno è uniformemente distribuita una carica $+Q$ e $-Q$, rispettivamente. Si determini la capacità dal condensatore.



Abbiamo visto (**V Lezione**) $E = Q/4\pi\epsilon_0 r^2$ ($r_b \leq r \leq r_a$)

$$V_b - V_a = - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \int_a^b E dr = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{1}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right)$$

$$\Delta V = V_b - V_a = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_a - r_b}{r_a r_b} \right)$$

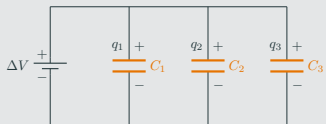
In conclusione, la capacità del condensatore sferico è determinata

$$C = \frac{q}{\Delta V} = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{r_a r_b}{r_a - r_b} \right)$$

Anche quest'esempio mostra che la capacità di un condensatore non dipende né da q né da ΔV , ma dalle caratteristiche geometriche del condensatore e dal mezzo tra le armature.

Condensatori in parallelo

Nel collegamento in parallelo la differenza di potenziale è la stessa per tutti i condensatori.



Ciascuna armatura del condensatore ha una carica elettrica dipendente dalla capacità: $q_1 = C_1\Delta V$, $q_2 = C_2\Delta V$ e $q_3 = C_3\Delta V$. La carica totale q che deve essere fornita dalla batteria per caricare i condensatori è:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = C_1\Delta V + C_2\Delta V + C_3\Delta V = (C_1 + C_2 + C_3)\Delta V$$

$$q = C_{eq.}\Delta V$$

dove

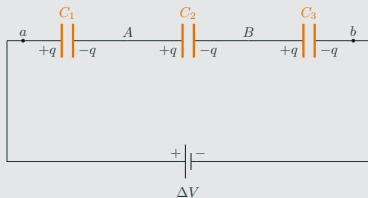
$$C_{eq.} = C_1 + C_2 + C_3$$

Collegando più condensatori in parallelo si ottiene un condensatore di capacità maggiore dei singoli condensatori.

Come si può spiegare qualitativamente questo risultato?

Condensatori in serie

Nel collegamento in serie (da estremità a estremità) tutti i condensatori possiedono la stessa quantità di carica



Quando i terminali a e b sono connessi con i poli della batteria, vi è una carica $+q$ sull'armatura sinistra di C_1 e una carica $-q$ sull'armatura destra di C_3 . Il campo elettrico prodotto da queste cariche, considerando che i tratti conduttori A e B sono neutri, farà sì che i tre condensatori possiederanno la stessa quantità di carica. La differenza di potenziale tra le armature di ciascun condensatore non è la stessa:

$$\Delta V_1 = \frac{q}{C_1} \quad \Delta V_2 = \frac{q}{C_2} \quad \Delta V_3 = \frac{q}{C_3}$$

Deve essere

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_2} = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

$$\Delta V = \frac{q}{C_{eq.}}$$

dove

$$\frac{1}{C_{eq.}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

dove sulle armature di $C_{eq.}$ vi è una carica q .

Collegando più condensatori in serie si ottiene un condensatore di capacità minore di quella dei singoli condensatori.

Esercizio

Si hanno due condensatori della capacità $C_1 = 20 \mu\text{F}$ e $C_2 = 30 \mu\text{F}$. Si determini la capacità equivalente dei due condensatori quando sono connessi (a) in parallelo, (b) in serie

(a) Connessione in parallelo

$$C_{eq.} = C_1 + C_2 = 20 \mu\text{F} + 30 \mu\text{F} = 50 \mu\text{F}$$

La capacità equivalente è maggiore della capacità dei singoli condensatori.

(b) Connessione in serie

$$\frac{1}{C_{eq.}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} = \frac{20 \mu\text{F} + 30 \mu\text{F}}{20 \mu\text{F} \times 30 \mu\text{F}} = 12 \mu\text{F}$$

La capacità equivalente è minore della capacità dei singoli condensatori.

Perché collegare in serie dei condensatori se si ottiene un condensatore di capacità minore?

- Collegando i condensatori in serie la differenza di potenziale ΔV si suddivide fra i vari condensatori in ragione inversa alla loro capacità: si ottiene un **partitore di tensione**
- Riducendo la differenza di potenziale sul singolo condensatore si evitano processi di scarica (*electric breakdown*)



Processi di scarica

Le molecole d'aria subiscono il processo di ionizzazione (generazione di uno o più ioni a causa della rimozione o addizione di elettroni da un'entità molecolare neutra) se sottoposte a campi elettrici molto intensi (grandi differenze di potenziale). La ionizzazione rende temporaneamente conduttrice l'aria con conseguente verificarsi della scarica.

Nell'aria questo fenomeno (rottura del dielettrico) si verifica per campi elettrici maggiori di $E_{\max} = 3 \times 10^6 \text{ V/m} = 3 \text{ kV/mm}$.

Il valore del campo elettrico per il quale si verifica la scarica in un isolante (**dielettrico**) si chiama **rigidità dielettrica**



Rigidità dielettrica di alcuni isolanti

	E_{\max} , kV/mm
Aria	3
Porcellana	5,7
Vetro	14
Carta	16
Plexiglas	40
Acqua distillata	65 – 70
Vuoto	infinita

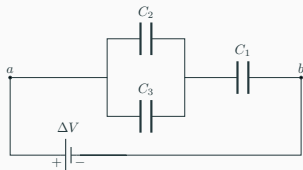
Esercizio

Si calcoli:

1) la capacità equivalente del sistema di condensatori della figura nell'ipotesi che

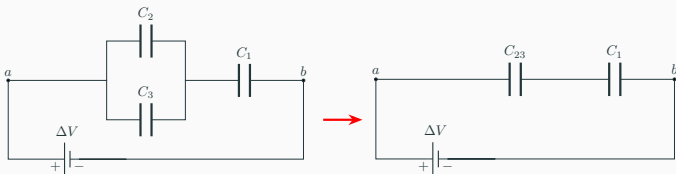
$$C_1 = C_2 = C_3 = C;$$

2) la carica che si accumula su ogni condensatore e la differenza di potenziale ai loro capi, se $C = 3,0 \mu\text{F}$ e $\Delta V = 12\text{V}$.



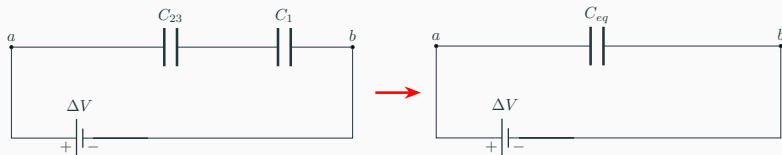
1) I condensatori C_2 e C_3 sono equivalenti a:

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 2C$$



I condensatori C_3 e C_1 sono equivalenti a

$$\frac{1}{C_{eq.}} = \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_1} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{C} = \frac{3}{2C}$$

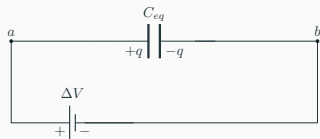


In conclusione la capacità equivalente è determinata

$$C_{eq.} = \frac{2}{3}C$$

Si noti come la capacità equivalente sia inferiore alla capacità di ciascun condensatore del circuito.

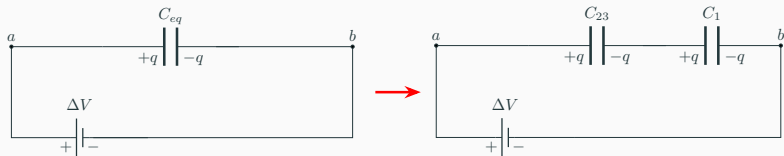
2) È sufficiente procedere a ritroso rispetto al punto precedente.



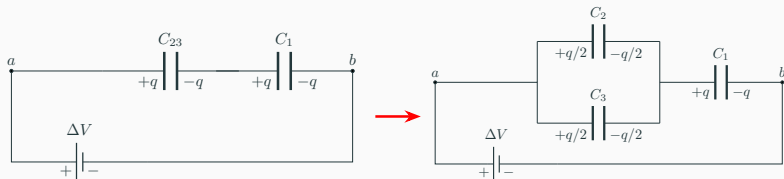
La batteria è collegata a $C_{eq} = \frac{2}{3}C = \frac{2}{3}(3,0 \mu\text{F}) = 2,0 \mu\text{F}$ sulle cui armature vi è una carica

$$q = C_{eq} \Delta V = (2,0 \times 10^{-6} \text{ F})(12,0 \text{ V}) = 24 \mu\text{C}$$

A ritroso: sulle armature di C_{23} e di C_1 c'è la stessa carica q poichè i due condensatori sono collegati in serie.



Ancora un passo a ritroso: la carica q su C_{23} si divide in egual misura tra C_2 e C_3 perché questi due condensatori hanno la stessa capacità e ai loro capi c'è la stessa differenza di potenziale essendo collegati in parallelo.



In conclusione la carica di ciascun condensatore e la differenza di potenziale ai loro capi è determinata

$$q_1 = q \quad q_2 = \frac{q}{2} \quad q_3 = \frac{q}{2}$$

$$\Delta V_1 = \frac{q_1}{C_1} = 8V \quad \Delta V_2 = \frac{q_2}{C_2} = 4V \quad \Delta V_3 = \frac{q_3}{C_3} = 4V$$

Energia immagazzinata in un condensatore

In un condensatore carico è immagazzinata dell'energia elettrica. Essa è pari al lavoro speso — ad esempio dalla batteria — per caricarlo. L'energia immagazzinata in un condensatore può essere resa evidente durante la scarica quando fenomeni termici, luminosi e sonori possono manifestarsi.

Se si ha un condensatore di capacità C per il quale a un certo punto la differenza di potenziale tra le armature è $\Delta V'$ (e la carica presente sulle armature è $q' = C\Delta V'$) il lavoro fatto per aumentare la carica di dq' è:

$$dL = \Delta V' dq' = \frac{q'}{C} dq'$$

Il lavoro fatto per caricare il condensatore fino ad avere una carica $q = C\Delta V$ è:

$$L = \frac{1}{C} \int_0^q q' dq' = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

L'energia immagazzinata in un condensatore è:

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q \Delta V = \frac{1}{2} C \Delta V^2$$

Questa energia potenziale è associata al campo elettrico creato dalle cariche sulle armature del condensatore e risiede in esso.

Esercizio

Un condensatore a facce piane e parallele, le cui armature distano d , viene collegato a una batteria e si carica con una carica q .

Successivamente la batteria viene scollegata. Qual è l'energia immagazzinata nel condensatore se le armature vengono portate a distanza $2d$?

La capacità di un condensatore piano è $C = \epsilon_0 A/d$ essendo A l'area della superficie delle armature; quindi:

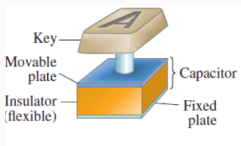
$$\begin{aligned} C_{\text{iniz.}} &= \frac{\epsilon_0 A}{d} & \text{e} & & C_{\text{fin.}} &= \frac{\epsilon_0 A}{2d} = C_{\text{iniz.}}/2 \\ U_{\text{iniz.}} &= \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_{\text{iniz.}}} & \text{e} & & U_{\text{fin.}} &= \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_{\text{fin.}}} = 2U_{\text{iniz.}} \end{aligned}$$

**L'energia immagazzinata nel condensatore è raddoppiata.
Come si può giustificare fisicamente questo fenomeno?**

- L'energia immagazzinata nei condensatori di elevata capacità può essere dannosa per la salute potendo causare scosse elettriche e ustioni.
- **Mai toccare circuiti elettrici o l'interno di apparecchi elettronici: potrebbero esserci condensatori carichi anche dopo l'interruzione dell'alimentazione elettrica al sistema.**
- **Scariche elettriche improvvise e controllate a volte possono essere utili!** Il **defibrillatore cardiaco** è costituito da un sistema di condensatori caricato ad alta tensione (migliaia di volt). Un passaggio di carica attraverso il cuore, improvviso e di breve durata, permette talvolta di ripristinare il battito normale del cuore dopo un breve arresto.

Due esempi di applicazione dei condensatori

Tasto della tastiera di un computer



Microfono a condensatore

