

Complementi di Fisica - XXI Lezione

Soluzione degli esercizi N. 1, 2, 5, 6, 7 e 9
della X prova di autovalutazione

Andrea Bettucci

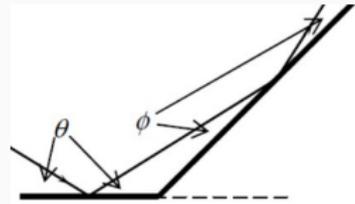
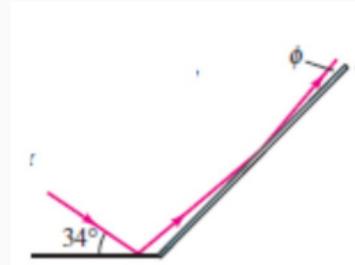
23 maggio 2023

Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Sapienza Università di Roma

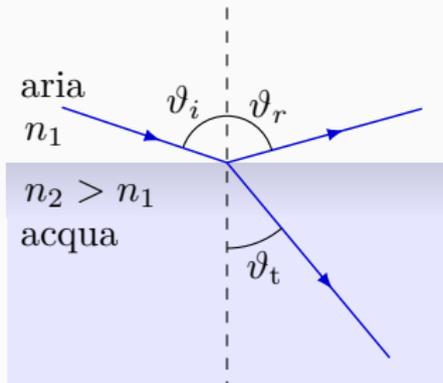
Esercizio 1

Due specchi piani si incontrano con un angolo di 135° . Se un raggio di luce colpisce uno specchio con un angolo di 34° rispetto all'orizzontale, con quale angolo Φ sarà riflesso dal secondo specchio?

Per la legge della riflessione, il raggio che incide con l'angolo $\theta = 34^\circ$ rispetto all'orizzontale, verrà riflesso con lo stesso angolo e inciderà con un angolo Φ sul secondo specchio: Φ sarà anche l'angolo con cui verrà riflesso da tale specchio.



LEGGI DI SNELL



I Legge di Snell $\vartheta_i = \vartheta_r$

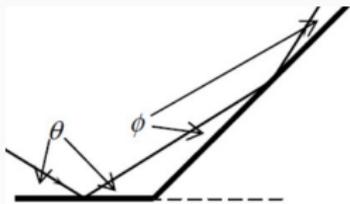
II Legge di Snell $n_1 \sin \vartheta_i = n_2 \sin \vartheta_t$

Se $\alpha = 135^\circ$ è l'angolo tra i due specchi, allora:

$$\theta + \alpha + \Phi = 180^\circ$$

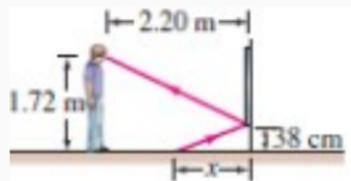
e quindi

$$\Phi = 180^\circ - 135^\circ - 34^\circ = 11^\circ.$$



Esercizio 2

Una persona i cui occhi sono a un'altezza di 1,72 m dal pavimento sta in piedi a una distanza di 2,20 m davanti ad uno specchio disposto verticalmente il cui bordo inferiore è a 38 cm dal pavimento. Qual è la distanza x tra il piede dello specchio sul pavimento e il punto del pavimento che la persona può vedere riflesso nello specchio?

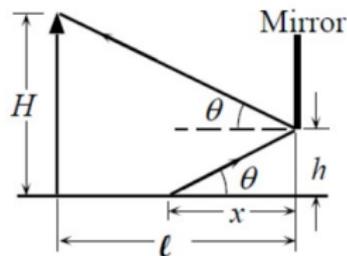


L'angolo di incidenza è uguale a quello di riflessione; quindi:

$$\tan \theta = \frac{H - h}{\ell} = \frac{h}{x}$$

da cui si ricava

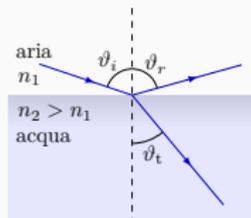
$$x = \frac{h\ell}{H - h} = 0,62 \text{ m.}$$



Esercizio 5

Un subacqueo nota che sott'acqua i raggi del sole formano un angolo di $36,0^\circ$ rispetto al verticale. A quale angolo sopra l'orizzonte è il Sole?

L'angolo di incidenza ϑ_i della luce dall'aria (mezzo 1) all'acqua (mezzo 2) misurato rispetto alla normale alla superficie di separazione aria-acqua si trova applicando la seconda legge di Snell



$$n_1 \sin \vartheta_i = n_2 \sin \vartheta_t \quad \Rightarrow \quad \vartheta_i = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \sin \vartheta_t \right)$$

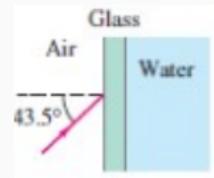
da cui si ricava

$$\vartheta_i = \arcsin \left(\frac{1.33}{1.00} \sin 36,0^\circ \right) = 51,4^\circ.$$

Poiché ϑ_i è misurato rispetto alla verticale, rispetto all'orizzonte il sole si trova a un angolo $\alpha = 90^\circ - 51,4^\circ = 38,6^\circ$.

Esercizio 6

Un acquario pieno d'acqua ha le pareti di vetro piatte il cui l'indice di rifrazione è 1,54. Un raggio di luce colpisce dall'esterno il vetro dell'acquario con un angolo di $43,5^\circ$ rispetto alla perpendicolare. Qual è l'angolo di questo raggio di luce quando entra (a) nel vetro, e successivamente (b) nell'acqua? (c) Sotto quale angolo il raggio sarebbe rifratto se fosse entrato direttamente in acqua dall'aria con un angolo di $43,5^\circ$ rispetto alla normale aria-acqua? (Si assuma l'indice di rifrazione dell'aria uguale a 1 e quello dell'acqua uguale a 1,33.)



Gli angoli di rifrazione del raggio di luce si trovano applicando la seconda legge di Snell e considerando in maniera corretta l'indice di rifrazione del mezzo da cui il raggio proviene e quello del mezzo nel quale il raggio è trasmesso.

(a) Incidenza aria-vetro

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad \Rightarrow \quad \theta_2 = \arcsin \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$$

da cui si ricava

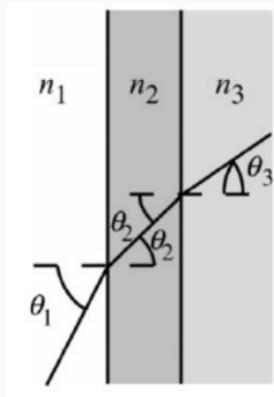
$$\theta_2 = \arcsin \left(\frac{1,00}{1,54} \sin 43,5^\circ \right) = 26,55^\circ \simeq 26,6^\circ.$$

(b) Incidenza vetro-acqua

$$n_2 \sin \theta_2 = n_3 \sin \theta_3 \quad \Rightarrow \quad \theta_3 = \arcsin \frac{n_2}{n_3} \sin \theta_2$$

da cui si ricava

$$\theta_3 = \arcsin \left(\frac{1,54}{1,33} \sin 26,55^\circ \right) = 31,17^\circ \simeq 31,2^\circ.$$

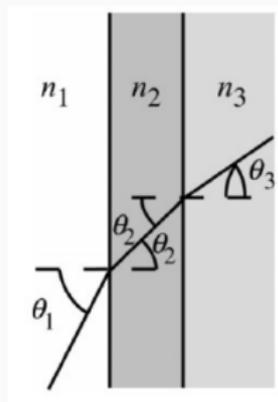


(c) Incidenza aria-acqua con angolo di
incidenza $\theta_1 = 43,5^\circ$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_3 \sin \theta_3 \quad \Rightarrow \quad \theta_3 = \arcsin \frac{n_1}{n_3} \sin \theta_1$$

da cui si ricava

$$\theta_3 = \arcsin \left(\frac{1,00}{1,33} \sin 43,5^\circ \right) = 31,17^\circ \simeq 31,2^\circ.$$

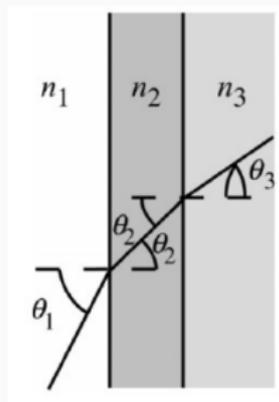


(c) Incidenza aria-acqua con angolo di incidenza $\theta_1 = 43,5^\circ$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_3 \sin \theta_3 \quad \Rightarrow \quad \theta_3 = \arcsin \frac{n_1}{n_3} \sin \theta_1$$

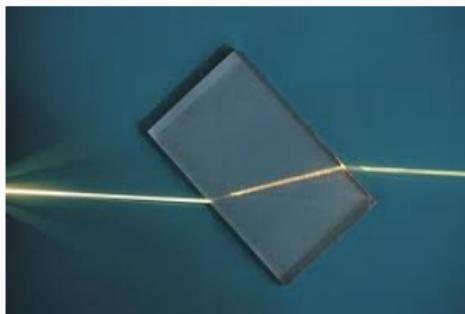
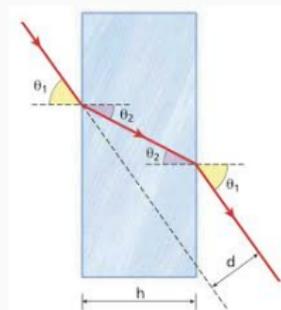
da cui si ricava

$$\theta_3 = \arcsin \left(\frac{1,00}{1,33} \sin 43,5^\circ \right) = 31,17^\circ \simeq 31,2^\circ.$$



Perché, a parità di angolo di incidenza, (a) Incidenza aria-vetro + (b) Incidenza vetro-acqua = (c) Incidenza aria-acqua?

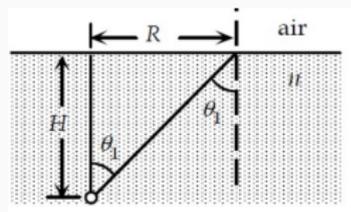
Vedi Lezione XX: il raggio esce dalla lastra di vetro parallelamente al raggio incidente, viene solo spostato lateralmente di una distanza d .



Esercizio 7

Un raggio di luce viene emesso dalla profondità di 82 cm di una piscina piena d'acqua. Dove deve colpire l'interfaccia aria-acqua, rispetto al punto direttamente sopra di esso, in modo che la luce non esca dall'acqua? (Si assuma l'indice di rifrazione dell'aria uguale a 1 e quello dell'acqua uguale a 1,33.)

Se la luce non deve uscire dall'acqua allora all'interfaccia acqua-aria deve verificarsi il fenomeno della riflessione totale. L'angolo di incidenza limite per il quale si ha questo fenomeno è quello per il quale il raggio viene rifratto nel secondo mezzo (aria) con un angolo di 90° .

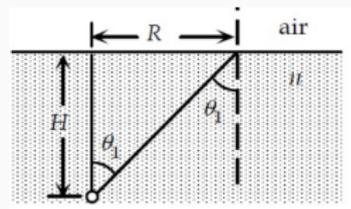


$$\sin \theta_l = \frac{n_{\text{aria}}}{n_{\text{acqua}}} \sin 90^\circ \quad \Rightarrow \quad \theta_l = \arcsin \left(\frac{1,00}{1,33} \right) = 48,75^\circ.$$

Per angoli di incidenza tra acqua e aria superiori a θ_l si verificherà la riflessione totale del raggio.

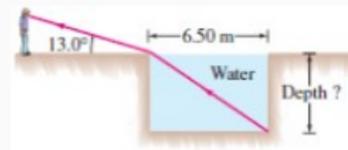
La riflessione totale si ha se:

$$R > H \tan \theta_l = (82 \text{ cm}) \tan 48,75^\circ = 93,5 \text{ cm}.$$



Esercizio 9

Si desidera determinare la profondità di una piscina riempita con acqua misurando la larghezza $x = 6,50$ m e poi notando che il bordo inferiore estremo della piscina è appena visibile dall'esterno guardandolo con un angolo di $13,0^\circ$ sopra l'orizzontale. Qual è la profondità della piscina? (Si assuma l'indice di rifrazione dell'aria uguale a 1 e quello dell'acqua uguale a 1,33.)

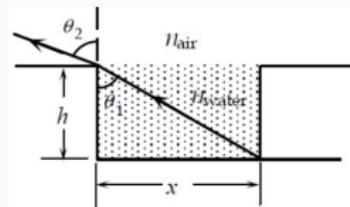


Troviamo prima l'angolo di rifrazione all'interfaccia acqua-aria:

$$n_{\text{acqua}} \sin \theta_1 = n_{\text{aria}} \sin \theta_2$$

e quindi:

$$(1,33) \sin \theta_1 = (1,00) \sin(90^\circ - 13,0^\circ) \Rightarrow \theta_1 = 47,11^\circ.$$



La profondità della piscina è:

$$h = \frac{x}{\tan \theta_1} = \frac{6,50 \text{ m}}{\tan 47,11^\circ} = 6,04 \text{ m}.$$

