

METODI NUMERICI CON ELEMENTI DI PROGRAMMAZIONE/ PROGRAMMAZIONE E METODI NUMERICI

Ingegneria Aerospaziale

A.A. 2013/2014

Prova scritta 7 Gennaio 2014

PARTE 1 - PROVA SCRITTA - Durata: 90 minuti - Compito A

Note: Il presente testo va riconsegnato.

ESERCIZIO 1

- 1.1 Illustrare dettagliatamente i metodi iterativi per la soluzione di equazioni non lineari, con particolare riferimento ai teoremi di convergenza.
- 1.2 Studiare la convergenza della successione $y_{n+1} = k - e^{-y_n}$, $n \in \mathbf{N}$, al variare del parametro reale k .

ESERCIZIO 2

Si considerino i seguenti integrali

$$I_n = I(a + nh) = \int_a^{a+nh} f(x) dx, \quad n \in \mathbf{N}, 1 \leq n \leq 10, \quad f \in C^\infty(\mathbf{R})$$

con $h = 0.5$ e $a = 0$. Sapendo che

I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8	I_9	I_{10}
0.1250	0.5000	1.1250	2.0000	3.1250	4.5000	6.1250	8.0000	10.1250	12.5000

- 2.1 Stabilire se e in che modo, usando i dati in tabella, è possibile dare una stima di $I(a + n\frac{h}{2}), \forall n$. Motivare la risposta.
- 2.2 In caso di risposta affermativa al punto precedente, dare, se possibile, una stima dell'errore che si commette approssimando $I(a + \frac{3}{2}h)$ usando tutti i dati in tabella.
- 2.3 Confrontare l'errore stimato al punto precedente con l'errore che si commette usando solo tre dei valori dati in tabella e l'errore che si commette usando solo due dei valori in tabella, specificandone la scelta.

ESERCIZIO 3

Dare una descrizione dettagliata del diagramma di flusso di un algoritmo usando esempi significativi.

DICHIARAZIONE PER L'UTILIZZO DEL VOTO DELLA PROVA PRELIMINARE

Io sottoscritto matricola
dichiaro di voler utilizzare il voto della prova preliminare in sostituzione della prova al calcolatore.

Data

Firma

METODI NUMERICI CON ELEMENTI DI PROGRAMMAZIONE/ PROGRAMMAZIONE E METODI NUMERICI

Ingegneria Aerospaziale

A.A. 2013/2014

Prova scritta 7 Gennaio 2014

PARTE 1 - PROVA SCRITTA - Durata: 90 minuti - Compito B

Note: Il presente testo va riconsegnato.

ESERCIZIO 1

- 1.1 Illustrare dettagliatamente i metodi iterativi per la soluzione di equazioni non lineari, con particolare riferimento ai teoremi di convergenza.
- 1.2 Studiare la convergenza della successione $z_{n+1} = 2h\sqrt{z_n} - z_n$, $z_n > 0$, $n \in \mathbf{N}$, al variare del parametro reale h .

ESERCIZIO 2

Si considerino i seguenti integrali

$$I_n = I(a + nh) = \int_a^{a+nh} f(x) dx, \quad n \in \mathbf{N}, 1 \leq n \leq 8, \quad f \in C^\infty(\mathbf{R})$$

con $h = 0.375$ e $a = 0$. Sapendo che

I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8
0.017578125	0.140625000	0.474609375	1.125000000	2.197265625	3.796875000	6.029296875	9.000000000

- 2.1 Stabilire se e in che modo, usando i dati in tabella, è possibile dare una stima di $I(a + n\frac{h}{2})$, $\forall n$, Motivare la risposta.
- 2.2 In caso di risposta affermativa al punto precedente, dare, se possibile, una stima dell'errore che si commette approssimando $I(a + \frac{5}{2}h)$ usando almeno cinque dei valori dati in tabella.
- 2.3 Confrontare l'errore stimato al punto precedente con l'errore che si commette usando solo quattro dei valori in tabella e l'errore che si commette usando solo tre dei valori in tabella, specificandone la scelta.

ESERCIZIO 3

Dare una descrizione dettagliata del diagramma di flusso di un algoritmo usando esempi significativi.

DICHIARAZIONE PER L'UTILIZZO DEL VOTO DELLA PROVA PRELIMINARE

Io sottoscritto matricola
dichiaro di voler utilizzare il voto della prova preliminare in sostituzione della prova al calcolatore.

Data

Firma

METODI NUMERICI CON ELEMENTI DI PROGRAMMAZIONE/ PROGRAMMAZIONE E METODI NUMERICI

Ingegneria Aerospaziale

A.A. 2013/2014

Prova scritta 7 Gennaio 2014 I Turno

PROVA AL CALCOLATORE (Matlab) - Durata: 75 minuti

1. Compilare il file *Studente.txt* presente nella cartella $T:\backslash\text{Esame}$.
2. Salvare tutti i file richiesti nella cartella $T:\backslash\text{Esame}$.
3. Scrivere *Nome*, *Cognome* e *Matricola* sul presente testo e riconsegnarlo al termine della prova.

ESERCIZIO 4

Si consideri la funzione di due variabili

$$F(x, y) = \sum_{k=0}^n a_k x^k y^{n-k} \quad \text{con} \quad a_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ \frac{n-k+1}{k} a_{k-1} & k \geq 1 \end{cases}$$

Scrivere la funzione Matlab **fun_cognome.m** che riceva in input un intero strettamente positivo N non superiore a 100, un numero reale x e una funzione f (anonymous function) dipendente da x . Se f non viene data in input, ponga $f(x) = 1 + x$. La funzione valuti F in corrispondenza della coppia di valori $(x, f(x))$ per ogni numero naturale $n: 0 \leq n \leq N, n = 3h, h \in \mathbf{N}$. La funzione restituisca in output la matrice P così definita: *i*) la prima riga contiene i valori di n che hanno prodotto valori di F positivi; *ii*) la seconda riga contiene i corrispondenti valori positivi di F ; *iii*) la terza riga contiene i valori di n che hanno prodotto valori di F negativi; *iv*) la quarta riga contiene i corrispondenti valori negativi di F . La funzione grafichi, e restituisca in output se richiesto, il vettore A contenente al più $\lfloor \frac{N+1}{3} \rfloor$ elementi della successione a_k usando un pallino rosso per gli elementi pari e un asterisco blu per quelli dispari. Il grafico deve essere completo di titolo, etichette per gli assi e legenda.

ESERCIZIO 5

Scrivere la funzione Matlab **cognome.m** che

1. riceva in input una matrice A di dimensione non inferiore a 3×3 , un vettore b e una *cell* di stringhe C i cui elementi possono assumere le forme seguenti: '*J*', '*GS*', '*SOR*', '*MEG*', '*Th*', rispettivamente relative ai metodi per la soluzione di sistemi lineari: *Jacobi*, *Gauss-Seidel*, *SOR*, *eliminazione di Gauss*, *Thomas*. Se C non viene data in input, C è una *cell* di cinque elementi contenente tutte le forme ammissibili;
2. restituisca in output tre variabili logiche K , S e D . La prima vale 1 se A ha un numero di condizionamento inferiore a 7; la seconda vale 1 se il numero degli elementi nulli di A è superiore alla metà dei suoi elementi; la terza vale 1 se esiste una permutazione di righe per cui la matrice del sistema diventa diagonale. Se richiesto, la funzione restituisca in output la eventuale permutazione di righe da effettuare.
3. stabilisca quali metodi, tra quelli indicati in C , possono essere usati per la soluzione del sistema lineare avente A come matrice dei coefficienti e b come vettore dei termini noti;
4. restituisca in output la matrice V avente un numero di colonne pari agli elementi di C e così definita: gli elementi della prima riga sono pari 1 se il metodo corrispondente in C è adatto a risolvere il sistema lineare dato, 0 altrimenti; gli elementi della seconda riga contengono il numero di passi da eseguire per dare una stima della soluzione del sistema con almeno 8 decimali esatti usando il metodo corrispondente in C ;
5. tra i metodi selezionati al punto 3, individui quello più veloce o più conveniente stampando un opportuno messaggio che motivi la scelta.

Utilizzare la funzione realizzata per i sistemi

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

e salvare opportunamente gli input e gli output nel file **risultati_es5.mat**.