PROGRAMMA DEFINITIVO DEL CORSO DI
ANALISI MATEMATICA I (9CFU)

Prof.ssa Micol AMAR

a.a. 2017/2018

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (I canale A-K)
Corso di Laurea in Ingegneria Energetica

Introduzione. Cenni sulla struttura dei numeri naturali, interi, razionali e reali. Insiemistica: operazioni sugli insiemi. Relazioni d'equivalenza e d'ordine. Insiemi limitati: estremo superiore ed inferiore, massimo e minimo. Cenno alla cardinalità. Il concetto di funzione: dominio, codominio, immagine, grafico, biiettività. Le funzioni di variabile reale: funzioni limitate, simmetriche, monotone, periodiche. Operazioni sui grafici. Funzioni elementari (segno, parte intera, impulso, valore assoluto, potenze reali, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche, funzioni iperboliche). Simbolo di sommatoria: <u>somma della progressione geometrica</u>. Fattoriale e coefficiente binomiale.

Numeri complessi. Introduzione dell'unità immaginaria. Forma algebrica, trigonometrica ed esponenziale dei numeri complessi. Le 4 operazioni elementari. Potenze, radici, polinomi, esponenziali; equazioni in campo complesso. Cenni al teorema fondamentale dell'algebra.

Successioni e serie numeriche. Il concetto di limite e le sue proprietà: <u>unicità del limite</u>, successioni limitate. Aritmetizzazione della retta ampliata: algebra dei limiti. Casi di indecisione. Infinitesimi ed infiniti. La definizione di asintotico (formula di Stirling). Teoremi di confronto (confronto, permanenza del segno I e II, <u>carabinieri</u> e <u>conseguenze</u>). Successioni monotone: teorema di regolarità. Alcuni limiti notevoli. Il concetto di serie e le sue proprietà. <u>Condizione necessaria per la convergenza di una serie</u>. Serie a termini non negativi e <u>teorema di regolarità</u>. Criteri di convergenza per le serie a termini non negativi: criterio del confronto e del confronto asintotico, del rapporto, <u>della radice</u>. Serie a termini di segno qualunque: assoluta convergenza e criterio di Leibniz. Studio della <u>serie geometrica</u>, <u>della serie di Mengoli</u>, <u>delle serie telescopiche</u>, <u>della serie armonica generalizzata</u> e della serie di Abel.

Limiti e continuità delle funzioni di una variabile. La nozione di limite e sue proprietà. Definizione di continuità: operazioni elementari e funzioni continue. Punti di discontinuità. Asintoti. Teorema degli zeri, Teorema di Weierstrass, <u>Teorema dei valori intermedi</u>. Funzioni monotone su intervalli. Funzioni composte e funzioni inverse. Funzioni trigonometriche inverse (arcocoseno, arcoseno, arcotangente).

Calcolo differenziale per funzioni di una variabile. Il concetto di derivata e sue proprietà: retta tangente e approssimazione lineare. La definizione di "**o**" piccolo. <u>Derivabilità implica continuità</u>. Derivate elementari. Derivata della funzione composta e della funzione inversa. Punti di non derivabilità. Caratterizzazione delle funzioni costanti su intervalli. Estremi locali e <u>Teorema di Fermat</u>. <u>Teorema di Lagrange</u> e Criterio di monotonia. Derivate di ordine superiore: concavità e convessità. Studio del grafico di una funzione di variabile reale. Teorema di de L'Hopital. Formula di Taylor (cenni alle serie di Taylor).

Teoria dell'integrazione I. Definizione dell'integrale di Riemann e sue proprietà. Significato geometrico. <u>Teorema della media</u>. Classi di funzioni integrabili e proprietà dell'integrale. Integrale indefinito: funzioni primitive e loro <u>caratterizzazione</u>. <u>Il I^0 Teorema fondamentale del calcolo integrale</u>. Alcuni metodi di integrazione (integrali elementari, decomposizione in somma, per parti, per sostituzione, funzioni razionali, funzioni trigonometriche, alcune funzioni irrazionali). La funzione integrale e il <u>II^0 Teorema fondamentale del calcolo integrale (Teorema di Torricelli)</u>. Integrali di funzioni discontinue. Integrali impropri: criteri di convergenza al finito e all'infinito.

Equazioni differenziali. Equazioni differenziali in forma normale e problema di Cauchy. Equazioni del primo ordine a variabili separabili: teorema di esistenza e unicità in piccolo; soluzioni singolari e metodo della separazione delle variabili. Equazioni lineari di ordine *n*: teorema di esistenza e unicità in grande, l'insieme delle soluzioni dell'equazione omogenea è spazio vettoriale di dimensione finita, <u>teorema di struttura delle soluzioni dell'equazione completa</u>. Cenni alla matrice Wronskiana. Equazioni lineari del I ordine: <u>formula risolutiva, metodo della variazione delle costanti</u>. Equazioni lineari del II ordine: <u>metodo della variazione delle costanti</u>. Caso dei coefficienti costanti: equazione caratteristica ed integrale generale dell'equazione omogenea associata, metodo di somiglianza, principio di sovrapposizione.

N.B. Le parti sottolineate sono richieste con dimostrazione.

Testi consigliati:
Bramanti-Pagani-Salsa: **Analisi Matematica 1**. Zanichelli ed.
Amar-Bersani: **Analisi Matematica I: esercizi e richiami di teoria**. "La Dotta" ed. (2012).