

**PROGRAMMA DEFINITIVO DEL CORSO DI  
ANALISI MATEMATICA I (9CFU)**

Prof.ssa Micol AMAR

a.a. 2012/2013

**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (canale A-E)**

**Corso di Laurea in Ingegneria Energetica**

**Corso di Laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio**

**Introduzione.** Cenni sulla struttura dei numeri naturali, interi, razionali e reali. Insiemistica: operazioni sugli insiemi. Relazioni d'equivalenza e d'ordine. Insiemi limitati: estremo superiore ed inferiore, massimo e minimo. Cenno alla cardinalità. Il concetto di funzione: dominio, codominio, immagine, grafico, biiettività. Le funzioni di variabile reale: funzioni limitate, simmetriche, monotone, periodiche. Operazioni sui grafici. Funzioni elementari (segno, parte intera, impulso, valore assoluto, potenze reali, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche, funzioni iperboliche). Simbolo di sommatoria: somma della progressione geometrica. Fattoriale e coefficiente binomiale.

**Numeri complessi.** Introduzione dell'unità immaginaria. Forma algebrica, trigonometrica ed esponenziale dei numeri complessi. Le 4 operazioni elementari. Potenze, radici, polinomi, esponenziali; equazioni in campo complesso. Cenni al teorema fondamentale dell'algebra.

**Successioni e serie numeriche.** Il concetto di limite e le sue proprietà: unicità del limite, successioni limitate. Aritmetizzazione della retta ampliata: algebra dei limiti. Casi di indecisione. Infinitesimi ed infiniti. La definizione di asintotico (formula di Stirling). Teoremi di confronto (confronto, permanenza del segno I e II, carabinieri e conseguenze). Successioni monotone: teorema di regolarità. Alcuni limiti notevoli. Il concetto di serie e le sue proprietà. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Serie a termini non negativi e teorema di regolarità. Criteri di convergenza per le serie a termini non negativi: criterio del confronto e del confronto asintotico, del rapporto, della radice. Serie a termini di segno qualunque: assoluta convergenza e criterio di Leibniz.

**Limiti e continuità delle funzioni di una variabile.** La nozione di limite e sue proprietà. Definizione di continuità: operazioni elementari e funzioni continue. Punti di discontinuità. Asintoti. Teorema degli zeri, Teorema di Weierstrass, Teorema dei valori intermedi. Funzioni monotone su intervalli. Funzioni composte e funzioni inverse. Funzioni trigonometriche inverse (arcocoseno, arcoseno, arcotangente).

**Calcolo differenziale per funzioni di una variabile.** Il concetto di derivata e sue proprietà: retta tangente e approssimazione lineare. La definizione di "o" piccolo. Derivabilità implica continuità. Derivate elementari. Derivata della funzione composta e della funzione inversa. Punti di non derivabilità. Caratterizzazione delle funzioni costanti su intervalli. Estremi locali e Teorema di Fermat. Teorema di Lagrange e Criterio di monotonia. Derivate di ordine superiore: concavità e convessità. Studio del grafico di una funzione di variabile reale. Teorema di de L'Hopital. Formula di Taylor (cenni alle serie di Taylor).

**Teoria dell'integrazione I.** Definizione dell'integrale di Riemann e sue proprietà. Significato geometrico. Teorema della media. Classi di funzioni integrabili e proprietà dell'integrale. Integrale indefinito: funzioni primitive e loro caratterizzazione. Il I° Teorema fondamentale del calcolo integrale. Alcuni metodi di integrazione (integrali elementari, decomposizione in somma, per parti, per sostituzione, funzioni razionali, funzioni trigonometriche, alcune funzioni irrazionali). La funzione integrale e il II° Teorema fondamentale del calcolo integrale. Integrali di funzioni discontinue. Integrali impropri: criteri di convergenza al finito e all'infinito.

**Equazioni differenziali.** Equazioni differenziali in forma normale e problema di Cauchy. Equazioni del primo ordine a variabili separabili: teorema di esistenza e unicità in piccolo; soluzioni singolari e metodo della separazione delle variabili. Equazioni lineari di ordine  $n$ : teorema di esistenza e unicità in grande, l'insieme delle soluzioni dell'equazione omogenea è spazio vettoriale di dimensione finita, teorema di struttura delle soluzioni dell'equazione completa. Cenni alla matrice Wronskiana. Equazioni lineari del I ordine: formula risolutiva, metodo della variazione delle costanti. Equazioni lineari del II ordine: metodo della variazione delle costanti. Caso dei coefficienti costanti: equazione caratteristica ed integrale generale dell'equazione omogenea associata, metodo di somiglianza, principio di sovrapposizione.

*N.B.* Le parti sottolineate sono richieste con dimostrazione.

*Testi consigliati:*

Bramanti-Pagani-Salsa: **Analisi Matematica 1**. Zanichelli ed.

Amar-Bersani: **Analisi Matematica I: esercizi e richiami di teoria**. "La Dotta" ed. (2012).