

Foglio di esercizi 3 - 29 Marzo 2019
Probabilità e statistica – Ingegneria Meccanica
Alessandro Ciallella

Esercizio 1. Una compagnia aerea dispone di un aereo da 20 posti e di uno da 10 posti. Poiché si sa che i passeggeri che prenotano non si presentano (indipendentemente uno dall'altro) con una probabilità del 10%, vengono accettate 22 prenotazioni sui voli con 20 posti e 11 su quelli da 10. Per quale dei due tipi di aereo è maggiore la probabilità di lasciare a terra almeno un passeggero per un volo per il quale si è accettato il massimo di prenotazioni?

Esercizio 2. Nel gioco del lotto ad ogni estrazione cinque numeri vengono estratti in blocco da un'urna che contiene 90 palline numerate da 1 a 90. Fissato un numero, ad esempio il 67, indichiamo con p la probabilità che esso esca in una singola estrazione.

- a) Quanto vale p ? In media ogni quante settimane viene estratto il 67?
- b) Qual è la probabilità che dopo 30 estrazioni il 67 non sia ancora uscito?
- c) Supponiamo che nelle prime 100 estrazioni il 67 non sia mai uscito. Qual è la probabilità che esso esca entro la 101-esima? Qual è la probabilità che esca dopo la 130-esima?
- d) Qual è la probabilità che esso esca almeno 3 volte nelle prime 30 estrazioni?

Esercizio 3. Una fabbrica produce componenti elettronici. Questi escono da due linee di produzione, A e B , nelle proporzioni del 30% e 70% rispettivamente. La linea A ha una percentuale di pezzi difettosi del 10%, contro 17% per B .

- a) Qual è la probabilità che un componente scelto a caso sia difettoso?
- b) I componenti sono venduti in confezioni di 10 pezzi, tutti prodotti dalla stessa linea. Una di queste viene ispezionata e risulta contenere un pezzo difettoso. È più probabile che provenga dalla linea A oppure dalla linea B ?

Esercizio 4. Un collezionista ha già raccolto 60 delle 100 figurine di un album. Egli acquista una busta contenente 24 figurine (tutte diverse tra loro), tra le quali vi possono essere figurine che già possiede. Qual è la probabilità che tra le 24 appena acquistate ve ne siano esattamente 15 di quelle che già possiede? In media quante nuove figurine troverà nella busta?

Esercizio 5. Una compagnia di assicurazioni ha un numero $N = 2 \cdot 10^4$ di assicurati contro un rischio che ha una probabilità $p = 5 \cdot 10^{-5}$ di colpire ogni singolo assicurato

nel corso dell'anno. Sia X il numero di assicurati che la compagnia sarà chiamata ad indennizzare nel corso dell'anno. Se si può supporre che eventi per assicurati diversi siano indipendenti, come è ragionevole pensare che sia la $P(X = k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$? Se la compagnia percepisce da ogni assicurato un premio pari a $\frac{9}{4}pI$, dove I è l'indennizzo versato all'assicurato in caso di incidente, qual è in media il guadagno della compagnia in un anno?

Qual è la probabilità che avverranno almeno tre incidenti da indennizzare nel corso dell'anno?

Esercizio 6. Un'urna A contiene n palline tutte rosse. Un'urna B contiene n palline di cui r rosse ($1 \leq r < n$) e le rimanenti $n - r$ nere. Si sceglie a caso un'urna e da essa si effettua una successione di estrazioni con rimpiazzo.

- a) Qual è la probabilità che la prima estratta sia rossa?
- b) Qual è la probabilità che le prime due palline abbiano colori diversi?
- c) Quante estrazioni sono necessarie in media per veder comparire per la prima volta una pallina rossa?
- d) Sapendo che le prime k palline estratte sono rosse, qual è la probabilità che l'urna dalla quale sono state estratte sia la A ?

Esercizio 7. Un'urna contiene 200 palline rosse ed 800 nere. Vengono fatte delle estrazioni successive, in ciascuna delle quali vengono prese simultaneamente 5 palline, che vengono poi reinserite nell'urna. Indichiamo con N il numero di estrazioni necessario a ottenere per la prima volta l'estrazione di 5 palline tutte rosse. Quanto vale $\mathbb{E}(N)$?

Il risultato cambierebbe se nell'urna ci fossero 10 rosse e 40 nere?