

**Programma dei Corsi di**  
**“Calcolo Numerico con Elementi di Programmazione” – Ing. per l’Ambiente e il Territorio**  
**“Analisi Numerica” – Ing. Elettrotecnica**  
**Prof. F. Pitolli – A.A. 2020-2021**

I testi di riferimento sono i seguenti:

[A] **L. Gori**, *Calcolo Numerico* (V Ediz.), Ed. Kappa, Roma, 2006.

[B] **L. Gori, M.L. Lo Cascio, F. Pitolli**, *Esercizi di Calcolo Numerico* (II Ed.), Ed. Kappa, Roma, 2007.

[C] **F. Pitolli**, *Problemi ai limiti per equazioni differenziali ordinarie*, Dispensa 2010.

Materiale didattico disponibile sulla pagina del corso su e-learning Sapienza ([elearning2.uniroma1.it](http://elearning2.uniroma1.it))

**Nozioni introduttive (cenni):** Rappresentazione delle informazioni in memoria; insieme dei numeri macchina; underflow e overflow; epsilon macchina; aritmetica floating point. Errori di arrotondamento, di cancellazione, propagazione degli errori. Algoritmi: costo computazionale, stabilità. Condizionamento di un modello matematico, numero di condizionamento.

[A] Cap. 1: §§ 1.1, 1.3, 1.4, 1.6

**Equazioni non lineari:** Richiami sulle equazioni non lineari, separazione delle radici, metodi iterativi, errore di troncamento, concetti di convergenza, ordine e velocità di convergenza, criteri di arresto. Metodi di bisezione, delle tangenti e delle secanti e loro convergenza. Cenni sui metodi iterativi per sistemi di equazioni non lineari, problema di punto unito in  $R^n$ , metodo della approssimazioni successive in  $R^n$ .

[A] Cap. 3: §§ 3.1–3.4 (escluso metodo di falsa posizione), 3.6 (escluse le dimostrazioni dei teoremi e il metodo delle secanti con estremo fisso), 3.9 (cenni)

[B] *Esercizi consigliati: 1.1, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.9, 1.13, 1.14*

§§ 3.1-3.4 (escluso il metodo di falsa posizione),

**Metodi numerici per la soluzione dei sistemi lineari:** Richiami sui sistemi lineari, esistenza e unicità della soluzione, matrici piene, matrici strutturate, matrici sparse. Generalità sui metodi diretti, costo computazionale di un algoritmo, cenni sul metodo di eliminazione di Gauss e sulla fattorizzazione LU. Applicazioni della fattorizzazione LU. Algoritmi di sostituzione indietro e in avanti, algoritmo di Thomas per la soluzione di sistemi lineari tridiagonali. Generalità sui metodi iterativi, errore di troncamento, norme di vettore e di matrice e loro proprietà, raggio spettrale, convergenza dei metodi iterativi, criteri di arresto. Metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel e loro convergenza. Matrici definite positive e loro proprietà. Condizionamento di un sistema lineare.

[A] Cap. 2: §§ 2.1–2.5, 2.8–2.10 (escluse le dimostrazioni), Cap. 4: §§ 4.1–4.5, 4.8, 4.10 (escluse le dimostrazioni), 4.12

[B] *Esercizi consigliati: 2.1–2.5, 2.19–2.25, 2.30 (escluso metodo del rilassamento)*

**Approssimazione di dati e funzioni:** Generalità sul problema dell’approssimazione; approssimazione ai minimi quadrati lineare, sistema delle equazioni normali e sue proprietà; approssimazione algebrica ai minimi quadrati, retta di regressione. Interpolazione polinomiale, polinomi di base di Lagrange ed espressione di Lagrange del polinomio interpolatore, errore di troncamento, errore di propagazione, funzione di Lebesgue, convergenza del polinomio interpolatore. Approssimazione trigonometrica di dati periodici, cenni sull’analisi di Fourier discreta.

[A] Cap. 6: §§ 6.1–6.3 (esclusa dimostrazione dell’errore), 6.12, 6.13

[B] *Esercizi consigliati: 3.1, 3.4, 3.5, 3.6, 3.8, 3.9, 3.18, 3.20, 3.21*

*Esercizi disponibili su e-learning Sapienza*

**Soluzione numerica del problema di Cauchy:** Richiami sulle equazioni differenziali ordinarie, il problema di Cauchy, esistenza, unicità, ben posizione del problema di Cauchy. Il metodo di Eulero, errore di troncamento, convergenza, consistenza, stabilità. Metodi di Runge-Kutta. Metodi one-step espliciti e loro convergenza. Propagazione degli errori di arrotondamento, passo ottimo. Soluzione di equazioni differenziali di ordine  $n$ , soluzione di sistemi di equazioni differenziali. Cenni sui problemi stiff.

[A] Cap. 9: §§ 9.1-9.6, 9.14 (solo metodi one-step)

[B] *Esercizi consigliati: 6.1–6.8*

**Problemi ai limiti:** Generalità sui problemi ai limiti per equazioni differenziali ordinarie, metodi alle differenze finite, formule alle differenze finite centrate, schema lineare, concetti di convergenza, consistenza e stabilità, convergenza dello schema lineare. Cenni sullo schema non lineare.

[C] §§ 1-3 (solo caso lineare), [A] Cap. 9: § 9.13 (solo metodi alle differenze finite)

*Esercizi disponibili su e-learning Sapienza*

**Schemi alle differenze finite per le equazioni alle derivate parziali:** Generalità sulle equazioni alle derivate parziali; equazioni alle derivate parziali del primo ordine. Equazione del trasporto: linee caratteristiche, soluzione esatta, schema upwind.

[A] Cap. 10: §§ 10.1 (esclusi §§10.1.2-4) , 10.2.1, 10.3, 10.4 (fino pag. 374)

*Esercizi disponibili su e-learning Sapienza*

**Elementi di programmazione in Matlab:** Introduzione a MATLAB: Command Windows, Workspace, Command History. Operazioni e funzioni elementari. Tipi di variabili, variabili predefinite, assegnazioni, spazio in memoria e visualizzazione. Creazione di M-file: Script e Function file. Uso dei toolbox, istruzione help.

Elementi base del linguaggio Matlab: variabili, vettori, matrici; operatori aritmetici, logici e relazionali; espressioni matematiche; operazioni sulle stringhe e sugli array. Programmazione strutturata: strutture di controllo if, if-elseif-else; strutture iterative, ciclo for, ciclo while. Istruzioni di input/output.

Definizione di nuove funzioni tramite le keywords @ e function; utilizzo dei commenti all'interno del codice sorgente, help di una funzione.

Funzioni predefinite di Matlab: grafici 2D (fplot, plot). Costruzione e gestione degli array multidimensionali (vettori e matrici). Funzioni per la risoluzione di sistemi lineari (operatore backslash). Funzioni per la soluzione del problema di Cauchy (ode23, ode45, ode23s). Funzioni per l'approssimazione ai minimi quadrati e per l'interpolazione (polyfit, interp1D).

**Algoritmi implementati in Matlab:** Metodi iterativi per la soluzione numerica di equazioni non lineari: metodo delle tangenti, metodo di bisezione, metodo delle secanti. Metodi iterativi per la soluzione numerica di sistemi lineari: metodo di Jacobi, metodo di Gauss-Seidel. Metodi diretti per la soluzione di sistemi lineari strutturati: metodo di Thomas per sistemi tridiagonali, algoritmo di sostituzione in avanti e indietro per sistemi triangolari. Approssimazione ed interpolazione trigonometrica: costruzione dei coefficienti di Fourier, costruzione del polinomio trigonometrico interpolante e ai minimi quadrati. Metodi one-step in una e più dimensioni: metodo di Eulero, metodo di Heun, metodo di Runge-Kutta classico. Metodi alle differenze finite: schema lineare per i problemi ai limiti, metodo upwind per l'equazione del trasporto.

*Appunti delle lezioni, programmi ed esercizi disponibili sulla pagina e-learning del corso.*

#### **Esercizi d'esame consigliati:**

[B] 7.2, 7.11, 7.13, 7.15, 7.16, 7.18, 7.19, 7.29, 7.35, 7.36, 7.37, 7.39 (escluso metodo di Eulero modificato), 7.41, 7.49, 7.50, 7.52, 7.53, 7.57, 7.58, 7.59, 7.64, 7.76, 7.79, 7.83, 7.85

Esercizi di calcolo numerico e di programmazione disponibili sulla pagina e-learning del corso