

Programma dei Corsi di
“Calcolo Numerico con Elementi di Programmazione” – Ing. per l’Ambiente e il Territorio
“Analisi Numerica” – Ing. Elettrotecnica
Prof. F. Pitolli – A.A. 2017-2018

I testi di riferimento sono i seguenti:

[A] **L. Gori**, *Calcolo Numerico* (V Ediz.), Ed. Kappa, Roma, 2006.

[B] **L. Gori, M.L. Lo Cascio, F. Pitolli**, *Esercizi di Calcolo Numerico* (II Ed.), Ed. Kappa, Roma, 2007.

[C] **F. Pitolli**, *Problemi ai limiti per equazioni differenziali ordinarie*, Dispensa 2010.

Materiale didattico disponibile sulla pagina del corso su e-learning Sapienza (elearning2.uniroma1.it)

Nozioni introduttive: Cenni sulla rappresentazione dei numeri; sorgenti di errore, propagazione degli errori; condizionamento di un modello matematico, numero di condizionamento; stabilità di un algoritmo.

[A] Cap. 1: §§ 1.1, 1.3–1.6

Equazioni e sistemi di equazioni non lineari: Richiami sulle equazioni non lineari, separazione delle radici, metodi iterativi, errore di troncamento, concetti di convergenza, ordine e velocità di convergenza, criteri di arresto. Metodi di bisezione, delle tangenti e delle secanti e loro convergenza. Metodi iterativi a un punto: problema di punto unito, metodo delle approssimazioni successive e sua convergenza. Richiami sui sistemi di equazioni non lineari, contrazione in \mathbb{R}^n , metodo delle approssimazioni successive in \mathbb{R}^n e sua convergenza, metodo di Newton in \mathbb{R}^n e sua convergenza. Condizionamento del problema della ricerca degli zeri di un polinomio

[A] Cap. 2: § 2.11, Cap. 3: §§ 3.1–3.7 (escluso metodo di falsa posizione, Teorema 3.5.3, metodo delle secanti con estremo fisso), 3.9, 3.10. [C] §3

[B] *Esercizi consigliati: 1.1–1.11, 1.13 (solo metodo delle secanti), 1.14, 1.18–1.21, 1.25–1.26*

Metodi numerici per la soluzione dei sistemi lineari: Richiami sui sistemi lineari, esistenza e unicità della soluzioni, matrici piene, matrici strutturate, matrici sparse. Generalità sui metodi diretti, costo computazionale di un algoritmo, cenni sul metodo di eliminazione di Gauss e sulla fattorizzazione LU applicazioni della fattorizzazione LU. Algoritmi di sostituzione indietro e in avanti, algoritmo di Thomas per la soluzione di sistemi lineari tridiagonali. Generalità sui metodi iterativi, errore di troncamento, norme di vettore e di matrice e loro proprietà, convergenza dei metodi iterativi, velocità asintotica di convergenza, criteri di arresto. Metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel e loro convergenza. Matrici definite positive e loro proprietà. Condizionamento di un sistema lineare.

[A] Cap. 2: §§ 2.8–2.11, Cap. 4: §§ 4.1–4.5, 4.8, 4.10 (escluse dimostrazioni), 4.12

[B] *Esercizi consigliati: 2.1–2.5, 2.19–2.25, 2.30 (escluso metodo del rilassamento)*

Soluzione numerica del problema di Cauchy: Richiami sulle equazioni differenziali ordinarie, il problema di Cauchy, esistenza, unicità, ben posizione del problema di Cauchy. Il metodo di Eulero, errore di troncamento, convergenza, consistenza, stabilità. Metodi one-step espliciti e loro convergenza, cenni sui metodi impliciti e sui metodi predictor-corrector, metodo di Eulero modificato. Soluzione di equazioni differenziali di ordine n , soluzione di sistemi di equazioni differenziali. Cenni sui problemi stiff.

[A] Cap. 9: §§ 9.1–9.6, 9.8 (solo metodo di Eulero modificato), 9.14

[B] *Esercizi consigliati: 6.1–6.8*

Problemi ai limiti: Generalità sui problemi ai limiti per equazioni differenziali ordinarie, metodi alle differenze finite, formule alle differenze finite centrate, schema lineare, concetti di convergenza, consistenza e stabilità, convergenza dello schema lineare. Cenni sullo schema non lineare.

[C] §§ 1-3, [A] Cap. 9: §§ 9.13 (solo metodi alle differenze finite)

Esercizi disponibili su e-learning Sapienza

Schemi alle differenze finite per le equazioni alle derivate parziali: Generalità sulle equazioni alle derivate parziali; equazioni alle derivate parziali del primo ordine, linee caratteristiche, schemi numerici per l’equazione del trasporto, schema upwind e schema di Crank-Nicholson e relativa convergenza.

[A] Cap. 10: §§ 10.1, 10.2 (escluso §10.2.2), 10.3, 10.4 (solo metodo upwind e metodo di Crank-Nicholson)

Esercizi disponibili su e-learning Sapienza

Approssimazione di dati e funzioni: Generalità sul problema dell'approssimazione; approssimazione ai minimi quadrati lineare, sistema delle equazioni normali e sue proprietà; approssimazione algebrica ai minimi quadrati, retta di regressione. Interpolazione polinomiale, polinomi di base di Lagrange ed espressione di Lagrange del polinomio interpolatore, errore di troncamento, errore di propagazione, funzione di Lebesgue, convergenza del polinomio interpolatore. Approssimazione trigonometrica di dati periodici, cenni sull'analisi di Fourier discreta. Interpolazione con funzioni spline, definizione delle funzioni spline, spline lineare interpolante, cenni sulla spline cubica interpolante.

[A] Cap. 6: §§ 6.1–6.3, 6.10 (fino a pag. 219), 6.11 (fino alla formula (6.11.1)), 6.12, 6.13

[B] *Esercizi consigliati:* 3.1, 3.4–3.6, 3.8–3.10, 3.18, 3.20, 3.21

Esercizi disponibili su e-learning Sapienza

Integrazione numerica: Generalità sulle quadratura numerica, grado di precisione, resto ed errore di propagazione, formule di quadratura interpolatorie. Formule di Newton-Cotes, formule elementari del trapezio e di Cavalieri-Simpson e loro resto, formule generalizzate dei trapezi e delle parabole e loro convergenza; stima del resto con il criterio di Runge, estrapolazione di Richardson. Cenni sulle formule gaussiane.

[A] §§ 7.1, 7.2 (escluso Teorema 7.2.1), 7.3 (solo formule del trapezio e di Cavalieri-Simpson), 7.4 (solo formule dei trapezi e delle parabole), 7.5 (escluso metodo di Romberg).

[B] *Esercizi consigliati:* 4.2, 4.3, 4.4, 4.9, 4.10, 4.12

Elementi di programmazione in Python: Generalità sul linguaggio di programmazione Python. L'ambiente di sviluppo integrato Canopy e il suo utilizzo in modalità interattiva e batch. Scrittura delle script. Import di moduli aggiuntivi. Ispezione delle funzionalità di un modulo con le istruzioni dir e help.

Elementi base del linguaggio Python: variabili e loro tipo (Int, Float, Stringhe, Liste, Tuple, Dizionari); operatori aritmetici, logici e relazionali; espressioni matematiche; operazioni sulle stringhe e sulle liste. Programmazione strutturata in Python: strutture di controllo if, if-elif-else; strutture iterative, ciclo for, ciclo while.

Introduzione ai moduli di base e utilizzo delle funzioni principali: i moduli base math, os, sys; definizione di nuove funzioni tramite le keyword lambda e def; utilizzo dei commenti all'interno del codice sorgente, help di una funzione.

Grafici con il modulo matplotlib.pyplot. Istruzioni di input/output. Costruzione e gestione degli array multidimensionali (vettori e matrici) tramite l'utilizzo delle funzioni dei moduli NumPy and SciPy. Funzioni dell'algebra lineare del modulo numpy.linalg. Approssimazione ai minimi quadrati, interpolazione e integrazione con i moduli di SciPy.

Algoritmi in Python: Metodi iterativi per la soluzione di equazioni e sistemi di equazioni non lineari: metodo delle approssimazioni successive (anche in due dimensioni), metodo di Newton (anche in due dimensioni), metodo delle bisezioni, metodo delle secanti. Metodi iterativi per la soluzione numerica di sistemi lineari: metodo di Jacobi, metodo di Gauss-Seidel. Metodi diretti per la soluzione di sistemi lineari strutturati: metodo di Thomas per sistemi tridiagonali, algoritmo di sostituzione in avanti e indietro per sistemi triangolari. Metodi one-step in una e due dimensioni: metodo di Eulero, metodo di Heun, metodo di Runge-Kutta classico, metodo di Eulero modificato. Metodi alle differenze finite: schema lineare per i problemi ai limiti, metodo up-wind per l'equazione del trasporto. Approssimazione e interpolazione trigonometrica: costruzione dei coefficienti di Fourier, costruzione del polinomio trigonometrico di approssimazione. Quadratura numerica: formula dei trapezi, formula delle parabole.

Appunti delle lezioni, programmi ed esercizi disponibili sulla pagina e-learning del corso.

Esercizi d'esame consigliati:

[B] 7.2, 7.3, 7.11, 7.13, 7.15–7.20, 7.22, 7.23, 7.28, 7.29, 7.32, 7.35, 7.36, 7.37, 7.39, 7.41–7.43, 7.48–7.50, 7.52–7.55, 7.57–7.60, 7.64, 7.67, 7.68, 7.70, 7.71, 7.76, 7.79, 7.80, 7.82–7.85

Esercizi di calcolo numerico e di programmazione disponibili sulla pagina e-learning del corso