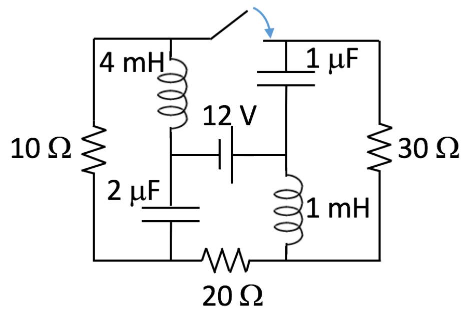
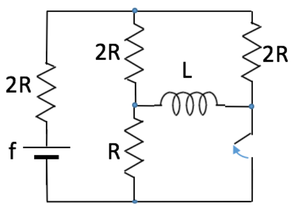
Questa raccolta di esercizi è tratta dai testi d’esame di corsi di Fisica da 9 CFU erogati dopo altri 9 CFU di Fisica e 27 CFU di Matematica.
Ho cercato di eliminare gli argomenti non coperti dal nostro programma o quelli troppo impegnativi rispetto a quanto vi servirà per conoscere la materia.
Durante questa operazione di editing potrei aver commesso degli errori… vi invito a segnalarmeli per poter “ripulire” la raccolta
Adalberto Sciubba 21.5.2023

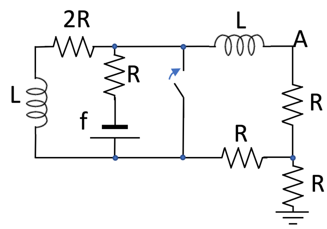
11.1) Considerato il circuito in figura determinare nell'ordine:
a) prima della chiusura dell'interruttore
- la corrente e la potenza erogate dal generatore (0,4 A; 4,8 W)
- l'energia accumulata complessivamente nelle capacità (16 μJ) e nelle induttanze (400 μJ)
b) dopo molto tempo dalla chiusura dell'interruttore
- la corrente e la potenza erogate dal generatore (0,8 A; 9,6 W)
- la potenza dissipata (9,6 W)
- l'energia accumulata complessivamente nelle capacità (16 μJ e 72 μJ) e nelle induttanze (1,28 mJ e 0,32 mJ)

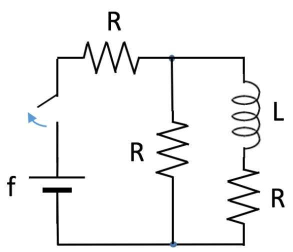




11.2) Determinare, per le due posizioni dell'interruttore, il valore dell'energia accumulata nell'induttanza in condizioni stazionarie
>>> soluzione: ½ L $(f/6R)^2$ (chiuso); ½ L $(f/8R)^2$ (aperto)

11.3) Il circuito in figura è a regime con l'interruttore aperto. All'istante t = 0 l'interruttore viene chiuso.
Determinare, per t > 0, l'espressione del potenziale V(t) nel punto A.
>>> soluzione: $V(t) = -f/4\ e^{-t/(L/2R)}$

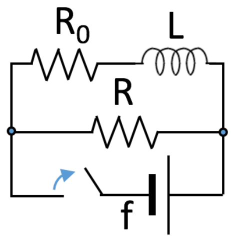




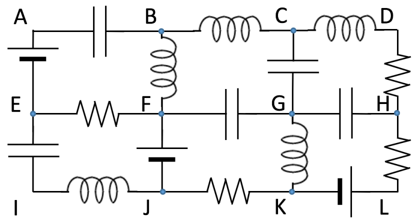
11.5) Il circuito in figura è a regime quando, al tempo t = 0, viene aperto l'interruttore. Calcolare la differenza di potenziale ai capi dell'induttanza al tempo t* = 60 μs.
Dati: f = 15 V, L = 4 mH, R = 20 Ω.
>>> soluzione: $10\ e^{-0,6} = 5,5$ V

11.6) Un solenoide indefinito di induttanza L = 5 mH, tramite un interruttore è collegato in serie a una resistenza R e a un generatore di forza elettromotrice f = 500 V. Determinare il numero n di spire per unità di lunghezza del solenoide sapendo che a regime la corrente circolante è I = 50 mA e che nell'istante in cui si chiude il circuito il campo di induzione magnetica all'interno del solenoide cresce con derivata temporale dB/dt = 0,8 T/ms.
[n = 6370 spire/m]

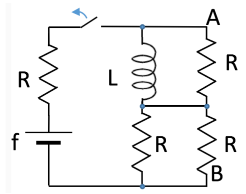
11.7) Determinare l'energia dissipata nella resistenza R dall'apertura dell'interruttore fino al raggiungimento della nuova condizione di equilibrio.
>>> soluzione: ½ L $(f/R_0)^2$ $R/(R+R_0)$



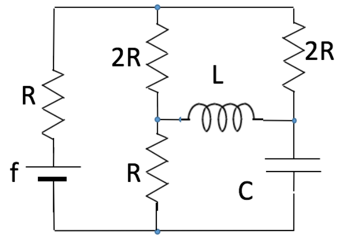
11.8) Nel circuito in figura f = 5 V, C = 100 nF, L = 0,1 mH e R = 10 Ω. Determinare l'energia elettrostatica, il flusso di B nei vari induttori e la potenza complessivamente erogata dai generatori e quella complessivamente dissipata nelle resistenze.
>>> soluzione: U_{es} = 6,25 μJ; $\Phi_i(B) = 0$; $P_{GEN} = 0$, $P_{RES} = 0$

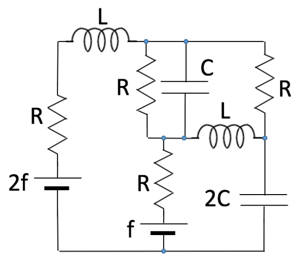


11.9) Il circuito in figura è a regime quando, al tempo t = 0, viene aperto l'interruttore. Calcolare la differenza di potenziale V_A-V_B per t < 0.
>>> soluzione: f/3



11.13) Determinare il valore dell'energia accumulata nell'induttanza e nella capacità
>>> soluzione: ½ L $(f/6R)^2$; ½ C $(f/3)^2$





11.14) Determinare il valore dell'energia accumulata nelle capacità e nelle induttanze
>>> soluzione: $U_C = 99/50\ C f^2$; $U_L = 1/10\ f^2L/R^2$

SUGGERIMENTI

11.2) chiuso: in R non scorre corrente; aperto: il verso della corrente in L è opposto a quello del caso di interruttore chiuso

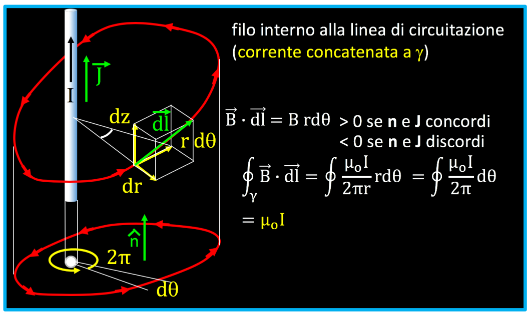
11.3) nella resistenza collegata a terra non scorre corrente.
A interruttore aperto il generatore eroga una corrente I = f/2R di cui metà scorre nell'induttanza a destra. A interruttore chiuso $V_0 - V_A = R\,I(t)$ con $I(t) = I_0\, e^{-t/(L/2R)}$

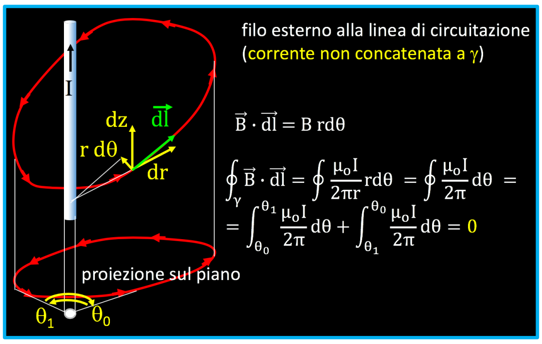
11.5) $\Delta V = 2RI(t^*)$; $I(t) = I_0\, e^{-t/(L/2R)}$; $I_0 = f/3R$

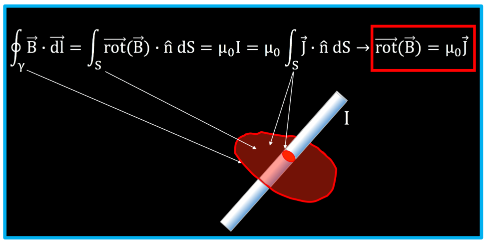
11.7) $I_L = f/R_0$; $dU(t)/dt = P_R(t) + P_{R0}(t) = P_R(t) \times R/(R+R_0)$ → $Ediss_R(\infty)$ = ½ L $(f/R_0)^2$ $R/(R+R_0)$: la corrente che scorre in R e R_0 è la stessa → la potenza dissipata nella serie R + R_0 si ripartisce nelle due resistenze proporzionalmente al loro valore

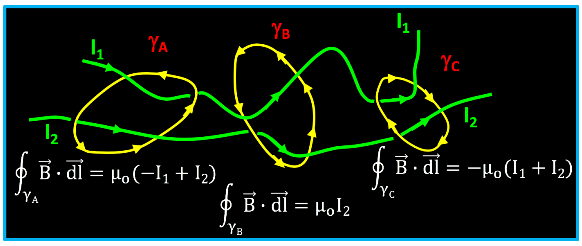
11.8) In condizioni stazionarie la corrente scorre nella sola maglia JFBCDHLKJ. $U_{es} = 5\ ½\ C\ f^2$: nei generatori non scorre corrente! Le differenze di potenziale fra le armature delle capacità valgono tutte f.

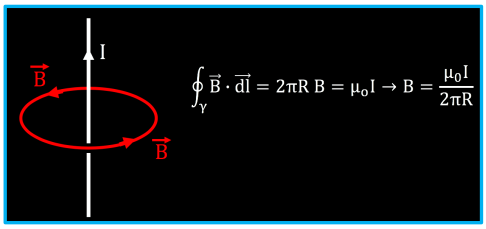
11.14) $2f - RI - RI/2 - RI - f = 0$; $I = 2/5\ f/R$; $U_C = ½\ C\ (R\ I/2)^2 + ½\ 2C\ (f + R\ I)^2$; $U_L = ½\ L\ I^2 + ½\ L\ (I/2)^2$







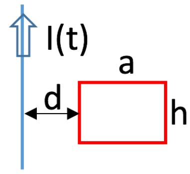




10.2) Un sottile filo rettilineo indefinito in cui scorre una corrente $I = 0{,}5$ A è complanare con una sbarretta metallica lunga $L = 10$ cm; essa è posta ortogonalmente al filo con gli estremi, A e B, distanti dal filo $x_A = 1$ cm e $x_B = 11$ cm, rispettivamente, e si muove parallelamente al filo con una velocità costante **v** diretta nel verso di scorrimento della corrente. Determinare il modulo di **v** sapendo che la differenza di potenziale tra gli estremi della sbarretta vale $V_A - V_B = 0{,}1$ µV.
>>> soluzione: 0,42 m/s

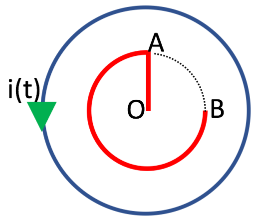
10.3) Una spira quadrata di lato L di filo conduttore di resistenza ruota con velocità angolare ω costante intorno ad un suo lato. La spira è immersa in un campo magnetico B_0 perpendicolare al lato fisso della spira. Calcolare l'energia E_R dissipata in un giro.
Può essere utile ricordare che $\int_x^{x+2\pi} \sin^2(t)\, dt = \int_x^{x+2\pi} \cos^2(t)\, dt = \pi$
>>> soluzione: $\omega\pi B_0^2 L^4/R$

10.4) Una spira rettangolare di lati a e h e di resistenza R è posta nel piano XY a distanza d da un filo posto lungo l'asse Y percorso da una corrente $I(t) = k\,t$ ($k>0$). Ricavare modulo e verso della corrente che circola nella spira e modulo, direzione intensità e verso della forza che subisce nel tempo la spira al passaggio della corrente.



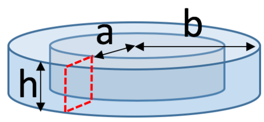
>>> soluzione: $I_{ind} = \mu_0 kh/(2\pi R) \ln(1+a/d)$ antiorario; $F_x = \mu_0\, I(t)\, I_{ind} ha/[2\pi d(d+a)]$ verso destra

10.5) Un solenoide indefinito, costituito da un avvolgimento in aria di $n = 10^4$ spire/m di raggio $a = 5$ cm, è percorso dalla corrente $i(t) = i_0 \sin(\omega t)$ [$i_0 = 2$ A; $\omega = 1000$ rad/s]. All'interno del solenoide, in un piano perpendicolare all'asse del solenoide passante per il punto O, è disposto un conduttore di resistenza $R = 10\ \Omega$ sagomato come in figura: un tratto OA con andamento radiale di lunghezza $b = 3$ cm e ¾ di arco di circonferenza AB.



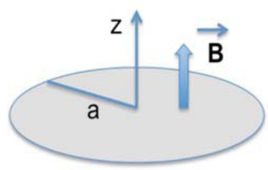
Determinare l'andamento temporale della tensione $V(t) = V_B(t) - V_O(t)$ e il suo valore massimo.
Sugg.: sfruttare la simmetria del campo elettrico
>>> soluzione: $V_{MAX} = ¾\, \pi\, b^2\, \mu_0 n\, i_0 \omega = 53$ mV

10.6) Calcolare il coefficiente di autoinduzione di un solenoide compatto costituito da $N = 400$ spire avvolte intorno a un nucleo toroidale a sezione rettangolare alto $h = 2$ cm, di raggio interno $a = 8$ cm, raggio esterno $b = 10$ cm.



>>> soluzione: $L = \mu_0\mu_r/2\pi\, N^2 h \ln(b/a) = 0{,}14$ mH

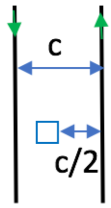
10.7) Un sottile disco conduttore di raggio a e resistività ρ è immerso in un campo $B = B_0 \sin(\omega t)$ uniforme e parallelo all'asse z del disco. Si ricavi l'espressione della densità di corrente indotta J in funzione della distanza dall'asse del disco, specificandone la direzione e il verso in relazione a quello scelto per B.



>>> soluzione: $J(r) = -\tfrac{1}{2}\, \omega\, B_0 \cos(\omega t)\, r/\rho$; se $dB > 0$ **J** ruota in senso orario

10.9) Un cilindro conduttore, di raggio $R = 1$ cm e lunghezza $L \gg R$, è percorso da corrente in direzione parallela al proprio asse. Determinare il valore del campo magnetico B a distanza $R/2$ dall'asse del cilindro se il modulo della densità di corrente è $J(r) = k\, r$ con r distanza dall'asse del cilindro e $k = 600/\pi$ MA/m^3.
>>> soluzione: B = 2 mT

10.11) Due fili rettilinei, indefiniti, paralleli, distanti c sono percorsi in versi opposti dalle correnti I_1 e I_2 entrambe pari a 2 A. Una spira quadrata di lato c/4 giace, come indicato in figura, sul piano dei fili. Determinare il valore del flusso di B attraverso la spira per c = 10 cm.

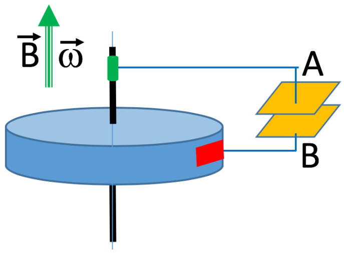


>>> soluzione: 11 nTm^2

10.12) Un'asta metallica lunga L = 10 cm ruota intorno ad un asse verticale perpendicolare passante per una sua estremità con velocità angolare ω = 4 krad/s. Nello spazio circostante è presente un campo B = 0,1 T orientato come $\boldsymbol{\omega}$. Determinare il potenziale sul punto della sbarra più lontano dall'asse di rotazione considerando pari a -2 V il potenziale dell'altra estremità che è posta sull'asse di rotazione.

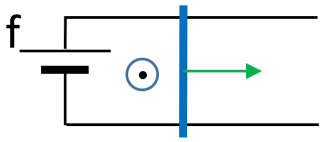
>>> soluzione: V = 0 V

10.13) Un disco conduttore di raggio R = 5 cm ruota intorno al suo asse con velocità angolare costante ω = 600 rad/s immerso in un campo magnetico B = 0,1 T parallelo all'asse di rotazione. Il perno e il bordo del disco sono connessi tramite due contatti striscianti alle armature di un condensatore di capacità C = 10 μF. Calcolare, a regime, valore e segno della carica sull'armatura A del condensatore.



>>> soluzione: Q = - 0,75 μC

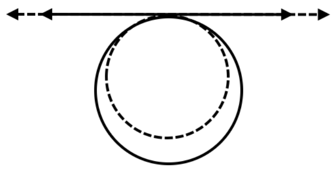
10.14) Una sbarretta conduttrice di lunghezza L, massa m e resistenza R si muove su due guide conduttrici parallele orizzontali con velocità iniziale v_0 verso destra. Il circuito è immerso in un campo B uniforme e costante uscente dal piano. In quanto tempo la sbarretta di ferma?



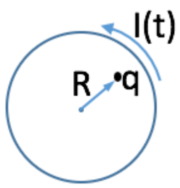
{ricavare nell'ordine: la corrente della maglia, la forza (II Laplace) agente sulla sbarretta, l'espressione della velocità in funzione del tempo (a = dv/dt)}

>>> soluzione: $mR/(LB)^2 \ln(1+v_0LB/f)$

10.15) Un filo conduttore, disposto in modo da formare un cappio circolare, è immerso in un campo magnetico B = 0,25 T perpendicolare al piano del cappio. Tirando opportunamente le estremità del filo il raggio della spira, inizialmente pari a R_0 = 4 cm diminuisce a velocità costante v = 0,1 m/s. Calcolare il valore della f.e.m. indotta nella spira all'istante t*= 0,2 s.

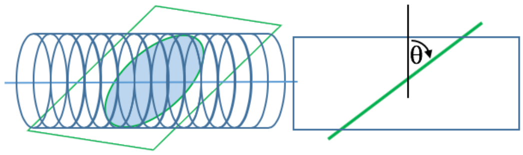


>>> soluzione: f = π mV



10.17) Un lungo solenoide cilindrico costituito da n spire per unità di lunghezza poste nel vuoto è percorso da una corrente di intensità $I(t) = I_0 \exp(-t/\tau)$ nel verso indicato in figura. All'interno del solenoide, a distanza R dall'asse, è posta una carica puntiforme q>0. Determinare l'intensità della forza che deve essere applicata alla carica per evitare che si muova e indicarne graficamente direzione e verso

>>> soluzione: $q \frac{1}{2} R\mu_0 n\, I_0/\tau \exp(-t/\tau)$ nel verso opposto a I



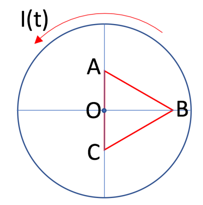
10.19) Una spira quadrata di lato L = 5 cm e resistenza R = 16 Ω è posizionata, come in figura, a metà di un lungo solenoide rettilineo di raggio a = 1 cm costituito da n = 1000 spire/cm formando un angolo θ = 60°. Determinare la potenza dissipata nella spira mentre la corrente nel solenoide aumenta linearmente di 1 A ogni secondo.
>>> soluzione: $f = \mu_0\, n\, di/dt\, \pi\, a^2$; $P = f^2/R = \pi^4$ pW

10.20) Al centro di un lungo solenoide di raggio R = 3 cm (n = 200 spire/cm) è posta, coassialmente, una bobina costituita da N = 300 spire strettamente impacchettate di diametro d = 2 cm.
La corrente del solenoide cresce linearmente da 0 a 2 A in Δt = 0,316 s.
Calcolare il valore assoluto della f.e.m. indotta nella bobina mentre la corrente del solenoide varia.
>>> soluzione: 15 mV

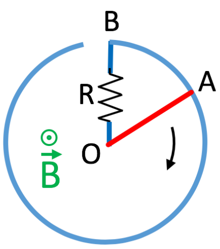
10.21) Una spira quadrata, di resistenza R = 0,1 Ω e lati di lunghezza L = 10 cm disposti parallelamente agli assi X e Y, giace sul piano z = 0 immersa in un campo magnetico diretto nel verso delle z crescenti: $B_z(x, y, 0) = k\, x$ con k = 1 T/m. Detta x la distanza della spira dall'asse Y, determinare direzione, verso e intensità della forza agente sulla spira mentre trasla con velocità costante v_0 = 2 m/s in direzione delle x crescenti.
>>> soluzione: Fx = - 2 mN

10.22) Una spira quadrata, di resistenza R e lati lunghi L disposti parallelamente agli assi X e Y, si muove con velocità v_0 nel verso delle Y crescenti. Nello spazio è presente un campo magnetico di componenti Bx = By = 0 e $Bz = c\, y^2$. Determinare l'intensità della corrente indotta nella spira.
>>> soluzione: $I = -cL^2 v_0\, (2v_0 t+L)/R$

10.23) Un sottile avvolgimento compatto di forma rettangolare formato da N = 50 spire con i lati di lunghezza a = 20 cm e b = 50 cm ruota con velocità angolare costante attorno a un asse parallelo al lato maggiore e passante per il centro dell'avvolgimento.
L'avvolgimento è immerso in un campo magnetico B = 0,2 T perpendicolare all'asse di rotazione.
Determinare la frequenza di rotazione dell'avvolgimento affinché in esso si generi una forza elettromotrice massima f_0 = 100 V.
>>> soluzione: $50/\pi$ Hz



10.24) L'avvolgimento in aria di un solenoide ideale costituito da n spire/metro è percorso, a partire da t = 0, dalla corrente $I(t) = I_0\, (1-e^{-t/\tau})$. In un piano perpendicolare all'asse è posta una spira conduttrice a forma di triangolo equilatero di superficie S costituita da un filo di resistività data e sezione costante.
Calcolare la differenza di potenziale fra i punti A e B sapendo che il punto medio del lato CA è posto sull'asse del solenoide (trascurare l'autoinduzione nella spira).
>>> soluzione: $V_A - V_B = -1/6\, \mu_0 nS\, dI/dt$

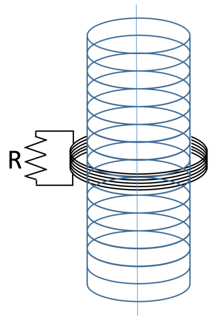


10.25) Un'asta metallica OA lunga L = 50 cm è vincolata a ruotare intorno a O lungo una guida metallica piana circolare di raggio L formando un circuito elettrico di resistenza R = 20 Ω a forma di settore circolare ABO. L'asta, che ruota intorno a O con velocità angolare costante ω = 0,1 rad/s, è immersa in un campo omogeneo B = 0,2 T perpendicolare al piano della guida. Determinare in valore della corrente indotta nella spira e la forza agente sull'asta rotante.

>>> soluzione: $I = BL^2\omega/2R = 0{,}8$ mA; $F = ILB = 80\mu$N frenante

10.26) Un lungo solenoide di sezione $S = 5$ cm^2 costituito da $n = 1000$ spire/m viene percorso da una corrente di intensità variabile: $I(t) = I_0\,(1+t/T)$ con $I_0 = 10$ mA e $T = 1$ ms.
Determinare la corrente che viene indotta in una spira circolare di superficie $s = 1$ cm^2 di resistenza $R = 10$ mΩ posta al centro del solenoide. L'asse della spira forma in angolo di 30° rispetto all'asse del solenoide. Trascurare l'autoinduzione.
>>> soluzione: 0,11 mA

10.27) Un sottile solenoide rettilineo lungo $L = 50$ cm di sezione $S_1 = 4$ cm^2 è formato da $N_1 = 5000$ spire avvolte in aria. Al centro del solenoide vengono avvolte $N_2 = 100$ spire di filo conduttore di sezione $S_2 = 6$ cm^2; la prima e l'ultima delle quali vengono collegate ad una resistenza $R = 10\ \Omega$. Trascurando la resistività dei conduttori e l'autoinduzione calcolare quanta carica attraversa la resistenza R mentre la corrente nel solenoide viene azzerata a partire dal valore iniziale $I_1 = 10$ mA.



>>> soluzione: 160π nC

SUGGERIMENTI

10.1) $M = (\mu_r - 1)\, n\, I$; $\mathbf{J}_{m,s} = \mathbf{M} \times \mathbf{n} = \chi \mathbf{H} \times \mathbf{n}$; nel verso della corrente I

10.2) $v = (V_A - V_B)\, 2\pi / [\mu_0 I \ln(x_B/x_A)]$

10.5) $2\pi b E = -\pi b^2 \mu_0 n\, di/dt = -\pi b^2 \mu_0 n\, i_0\, \omega \cos(\omega t)$

10.6) $2\pi r B(r) = NI$; $d\Phi(B) = N\, B(r)\, h\, dr$

10.7) $\mathbf{E} = \rho\, \mathbf{J}$

10.9) $B = \mu_0 k R^2/12$

10.11) $\mu_0/8\pi\; I\, c \ln(3)$

10.12) $\Delta V = \omega B L^2/2$

10.13) $\mathbf{F}_L = q\, \omega \mathbf{r}\, B$; $\Delta V = \omega\, B\, R^2/2$; $Q = C\, \Delta V = -\, 0{,}75\ \mu C$: la forza di Lorentz spinge le cariche positive verso il bordo e quindi verso l'armatura B.

10.15) $R(t) = R_0 - vt$

10.17) $\mathbf{F} = -\, q\, \mathbf{E}(R)$; $2\pi R\, E(R) = -\, \mu_0\, n\, dI/dt\, \pi R^2$

10.20) $I(t) = kt$; $k = 2/0{,}316$ A/s

10.21) $Fx = -k^2 v_0 L^4/R$

10.22) $I = 1/R\, d\Phi/dt$; $d\Phi = cy^2\, L dy$ da integrare fra $v_0 t$ e $v_0 t + L$ → $\Phi = 1/3\, cL\, [(v_0 t + L)^3 - (v_0 t)^3]$

10.23) $\nu = f_0/(2\pi\, NabB)$

10.24) la $f_{ind} = -\, \mu_0 n S\, dI/dt$ si ripartisce equamente nei due tratti AB e BC; $I = f_{ind}/3R$; $V_B - RI + f_{ind}/2 = V_A$

10.25) $S = ½\, L^2\, \theta$; $f = -\, B\, ½\, L^2\, d\theta/dt$

10.26) $I = 1/R\, \mu_0\, n\, I_0/T\, s\, \sqrt{3}/2$

10.27) $\Phi(B) = N_2\, S_1\, B(t)$; $\Phi_{in} = \mu_0\, (N_1/L)\, I_0\, S_1$; $\Phi_{fin} = 0$; $Q = \Delta\Phi/R = \mu_0 N_1 N_2 S_1 I_1/RL$

ULTERIORI SUGGERIMENTI

10.2) $E(r) = \mu_0 I/(2\pi r)\, v$; $V_A - V_B = \mu_0 I/(2\pi)\, v \ln(x_B/x_A)$

10.5) non c'è un circuito: non scorre corrente; la f_{ind} è presente solo nel tratto AB

10.9) $2\pi\, R/2\, H = \mathrm{int}(2\pi r J dr) = k\pi R^3/12$ → $H = kR^2/12$ → $B = \mu H$

10.10) $H_0(x) = I/[2\pi(x^2+d^2)^{1/2}]$; $H_{0x}(x) = H_0(x) d/(x^2+d^2)^{1/2}$; $H_{0y}(x) = H_0(x)\, x/(x^2+d^2)^{1/2}$;
$B_x(x) = \mu H_x(x) = \mu H_{0x}(x)$, $B_y(x) = B_{0y}(x) = \mu_o H_{0y}(x)$; $B(x) = \mu_o\, I/[2\pi(x^2+d^2)\; [(\mu_r d)^2 + x^2]^{1/2}$

10.11) detta x la distanza dal filo di sinistra $d\Phi(B) = \mu_0 I/2\pi\, [1/x + 1/(c-x)]\, c/4\, dx$; integrare da c/4 a c/2

10.12) $E^* = F_L/q = \omega r B$ → $f = ½\, \omega L^2 B$ → $V_+ = V_- + f$

10.15) $S = \pi\, (R_0 - vt)^2$; $f = -\, B\, \pi\, 2(R_0 - vt)(-v)$

10.20) $f = -N(\pi d^2/4)\, \mu_o n\, dI/dt$

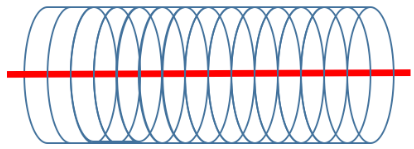
10.21) $I = 1/R\, d\Phi/dt$; $d\Phi = kx\, L dx$ da integrare fra $v_0 t$ e $v_0 t + L$ → $\Phi = 1/2\, kL\, [(v_0 t + L)^2 - (v_0 t)^2]$ →
$I = k v_0 L^2/R$; $Fx = ILkx - ILk(x+L) = -IkL^2$

10.23) $f(t) = -d/dt\, [Nab\, B \cos(\omega t)] = NabB\, 2\pi\nu \sin(\omega t) = f_0 \sin(\omega t)$

10.26) $I = f/R = 1/R\, d/dt(\mu_0\, n\, I(t)\, s \cos 30)$

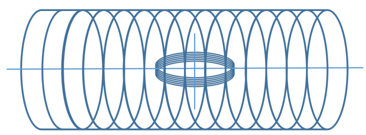
9.1) Una corrente elettrica scorre in una regione cilindrica di lunghezza infinita e raggio R con densità di corrente parallela all'asse del cilindro $J = k/r$ (r distanza dall'asse). Determinare l'intensità del campo magnetico in tutti i punti dello spazio
>>> soluzione: μ_0 k se r<R; μ_0 k R/r se r>R

9.2) Un lungo solenoide rettilineo di raggio R = 1 cm è costituito da n = 500 spire/m di filo nel quale scorre la corrente I_0 = 100 mA. Lungo l'asse del solenoide è posto un filo conduttore percorso dalla corrente I.



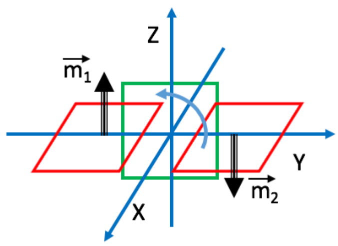
Determinare il valore di I per cui il campo B sulla superficie interna del solenoide forma un angolo di 45° rispetto all'asse.
>>> soluzione: 3,14 A

9.3) Una bobina sottile di raggio r = 1 cm è costituita da N = 100 spire di filo conduttore di resistività $\rho = 2\ 10^{-8}\ \Omega$m e sezione s = 1 mm^2. La bobina è immersa in un campo B = 0,2 T all'interno di un solenoide il cui asse passa per il diametro della bobina.
Calcolare il momento meccanico che viene sviluppato quando alla bobina viene collegato un generatore di forza elettromotrice f = 0,63 V.

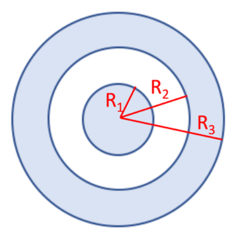


>>> soluzione: R_{bobina} = 0,126 Ω; I = 5 A; m = 0,16 J/T; M = 31 mN m]

9.6) **Due spire conduttrici** quadrate di lato L giacciono nel piano z = 0 con i centri lungo l'asse Y nei punti P_1: {0,-¾ L, 0} e P_2: {0, +¾ L, 0}. Percorse da corrente costante della stessa intensità, possiedono momento di dipolo magnetico $|\mathbf{m_1}|=|\mathbf{m_2}|$ = m.
Calcolare la circuitazione del campo magnetico lungo **la linea quadrata** di lato L orientata come in figura, centrata nell'origine e giacente nel piano x = 0.
Sugg. {non è indispensabile calcolare **B**}
>>> soluzione: - $2\mu_0$ m/L^2

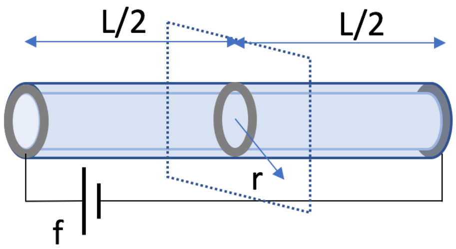


9.7) In figura è riportata la sezione di un cavo coassiale. Nel conduttore centrale di raggio R_1 scorre, uniformemente distribuita, una corrente di intensità I. La stessa intensità di corrente scorre, anch'essa uniformemente distribuita, nel verso opposto nel conduttore esterno di raggi R_2 e R_3. Ricavare l'espressione del campo magnetico generato in tutto lo spazio dalle correnti circolanti nel cavo coassiale.



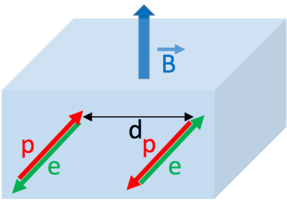
>>> soluzione: $B(r<R_1) = \mu_0 Ir/(2\pi R_1^2)$; $B(R_2>r>R_1) = \mu_0 I/(2\pi r)$;
$B(R_3>r>R_2) = \mu_0 I/(2\pi r)\ [1- (r^2- R_2^2)/(R_3^2- R_2^2)]$; $B(r>R_3) = 0$

9.8) Il tubo riportato in figura ha raggio interno R_1 = 4 mm, raggio esterno R_2 = 5 mm ed è lungo L = 1 m >> R ; il materiale che lo costituisce ha resistività $\rho = 2\ 10^{-8}\ \Omega$m.
Viene connesso tramite fili di resistenza trascurabile ad un generatore f = 0,1 V. Determinare, a metà della lunghezza del tubo, per ogni distanza r dall'asse, l'intensità del campo magnetico B originato dalla corrente che fluisce uniformemente attraverso la corona circolare della sezione.

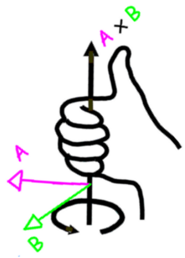


>>> soluzione: J = 5 A/mm^2; $B(r < R_1) = 0$; $B(R_1 < r < R_2) = \mu_0 J(r^2-R_1^2)/(2r)$; $B(r > R_2) = \mu_0 J(R_2^2-R_1^2)/(2r)$

9.1) se $0 < r < R$ → $dI_{conc} = J(r)\, 2\pi r\, dr$
9.2) se l'angolo è di 45° i due campi hanno la stessa intensità: $\mu_0\, n\, I_0 = \mu_0\, I/(2\pi R)$ → $2\pi\, R\, n\, I_0$
9.3) $R_{bobina} = N\, \rho\, 2\pi r/s$; $I = f/R_{bobina}$; $m = N\, I\pi r^2$; $M = mB$
9.7) $J_1 = I/(\pi R_1^2)$; $J_2 = -I/[\pi\, (R_3^2-R_2^2)]$
9.8) $J = I/S = f/(RS) = f/(\rho L)$; $B(r < R_1) = 0$; $B(R_1 < r < R_2) = \mu_0\, J\pi(r^2-R_1^2)/2\pi r$; $B(r > R_2) = \mu_0 I/(2\pi r)$



8.1) Un protone (m_p = 1,7 10^{-27} kg; q = 1,6 10^{-19} C) e un elettrone (m_e = 9 10^{-31} kg) entrano, viaggiando parallelamente a distanza d = 10 cm nel vuoto, in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme B = 0,6 T perpendicolare alle traiettorie. Determinare il rapporto fra le due velocità iniziali sapendo il protone esce dalla zona col campo magnetico nel punto in cui era entrato l'elettrone e viceversa.

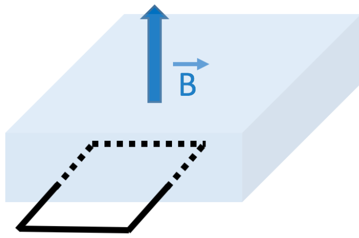


>>> soluzione: v_e/v_p = 1,8 x 10^3

8.2) Una spira quadrata di lato L percorsa dalla corrente I può essere immersa in una regione in cui è presente un campo magnetico B uniforme perpendicolare alla spira. Considerare le due situazioni:

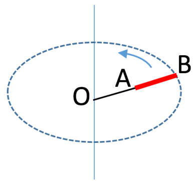
a) la spira è interamente inserita nella zona con campo magnetico. Di quanto cambia l'intensità della forza agente sulla spira se il verso della corrente viene cambiato?

b) La stessa spira è inserita solo per metà nella zona con campo magnetico (vedi disegno). Di quanto cambia l'intensità della forza agente sulla spira se il verso della corrente viene cambiato?



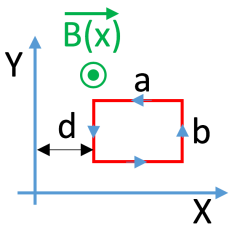
>>> soluzione: 0; 2ILB

8.3) Una sottile sbarretta isolante AB lunga L = 10 cm viene caricata uniformemente (Q = 2,4 μC) e posta in rotazione a velocità ω = 100 rad/s intorno ad un asse perpendicolare passante a distanza OA = L/2 dall'estremità A (vedi figura).



Calcolare il valore del momento di dipolo magnetico generato.

>>> soluzione: 1,3 μJ/T

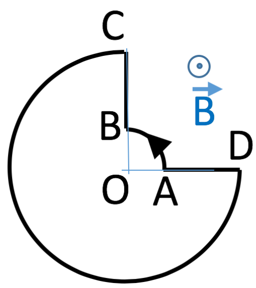


8.4) Una spira rettangolare di lati a e b è posta nel piano XY a distanza d dall'asse Y. La spira, percorsa dalla corrente I circolante in senso antiorario è immersa in un campo magnetico diretto lungo l'asse z con Bz(x,y,z) = K x.

Ricavare modulo e verso delle forze che agiscono sui singoli tratti e in totale sulla spira

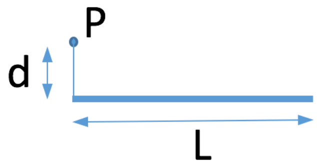
>>> soluzione: F_x= IbK(a+d) - IbKd = IbKa; Fy= IaK(d+a/2) – IaK(d+a/2) = 0

8.5) La spira piana in figura è costituita da due archi di circonferenza concentrici di raggi R = 10 cm e 3 R raccordati da due tratti radiali lunghi 2R fra loro perpendicolari. La spira è percorsa da una corrente di intensità I = 10 A ed è immersa in un campo magnetico uniforme B = 0,1 T perpendicolare al piano. Calcolare la forza che agisce in ciascuno dei quattro tratti della spira e verificare che la forza totale agente sulla spira è nulla.



>>> soluzione: F_{ABx} = IRB; F_{ABy} = IRB; F_{BCx} = 2IRB; F_{CDx} = -3IRB F_{CDy} = -3IRB F_{DAy} = 2IRB

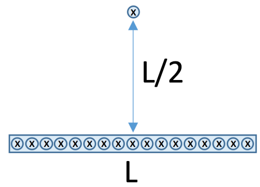
8.6) Un tratto rettilineo di filo conduttore di lunghezza L = 10 cm disposto lungo l'asse X è percorso da una corrente di intensità I = 10 mA che scorre verso destra. Determinare direzione, verso e l'intensità del campo magnetico generato nel punto P distante d = 2 cm dall'estremità sinistra del filo (dalla corrente che scorre nella porzione di circuito considerato) $\{\int \frac{1}{(a^2+x^2)^{3/2}} dx = \frac{1}{a^2} \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} + c\}$



>>> soluzione: 50 nT

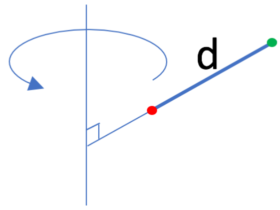
8.7) Un lungo e sottile nastro di larghezza L è percorso da una corrente I_1. Parallelamente al nastro, a distanza L/2, è teso un sottile filo percorso dalla corrente I_2 che scorre concordemente a I_1 (vedi figura). Ricavare la forza per unità di lunghezza che si esercita sul filo in direzione, verso e poi intensità.
A seconda dello svolgimento potrebbero essere utili:

$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \mathrm{arctg}(x) + c \qquad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin(x) + c$

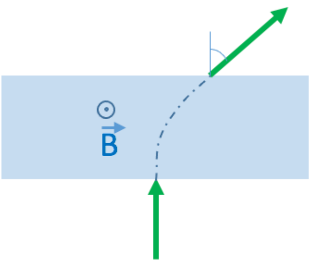


>>> soluzione: $B=\mu_0 I_1/4L$; $F/\ell = I_2 B$

8.8) Un dipolo elettrico di momento p = 10 pCm, costituito da due cariche distanti d = 0,1 mm, ruota con velocità angolare ω = 100 rad/s attorno ad un asse perpendicolare alla congiungente le due cariche, distante d/2 dalla carica negativa e 3/2 d da quella positiva. Determinare il momento di dipolo magnetico del sistema.

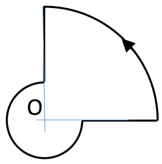


>>> soluzione: 10^{-13} J/T



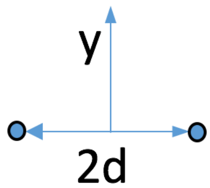
8.9) Un protone (m = 1,7 10^{-27} kg; q = 1,6 10^{-19} C) entra perpendicolarmente con velocità pari a c/10 in una regione di spazio profonda d = 10 cm in cui incontra un campo magnetico uniforme B = 1 T perpendicolare alla traiettoria d'ingresso. Determinare l'angolo fra la traiettoria in ingresso e quella in uscita.
>>> soluzione: arcsin 0,31 → θ = 18°

8.11) La spira piana in figura è costituita da due archi di circonferenza concentrici di raggi R = 10 cm e 3 R raccordati da due tratti radiali lunghi 2R fra loro perpendicolari. La spira è percorsa da una corrente di intensità I = 10 A. Calcolare, a partire dalla prima legge di Laplace, il campo B nel centro O.



>>> soluzione: 52 μT

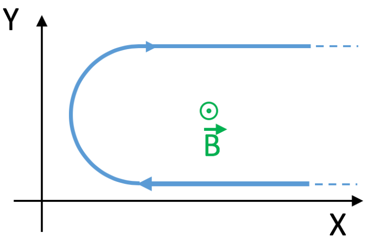
8.12) Due conduttori rettilinei, complanari, separati da una distanza 2d, sono percorsi nello stesso verso da una corrente continua I. Si determini a quale distanza y dal piano dei fili, lungo la linea di mezzeria, il modulo del campo induzione magnetica B è massimo.



>>> soluzione: ±d

8.13) Un filo rigido percorso dalla corrente I è piegato nel piano XY in modo da formare una semicirconferenza di raggio R e due tratti rettilinei molto lunghi. Il filo è immerso in un campo magnetico B uniforme perpendicolare al piano XY. Determinare direzione intensità e verso della forza agente sul conduttore.

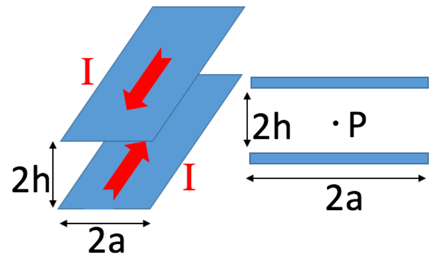
>>> soluzione: $F_x = 2IBR$



8.14) Due lunghi nastri conduttori larghi 2a e distanti 2h sono percorsi dalla stessa corrente I in versi opposti (vedi figura). Ricavare in modulo, direzione e verso il valore del campo magnetico in un punto P posto a metà fra i due nastri.

{Sugg.: iniziare col ricavare il contributo di uno dei due nastri e poi sommarli opportunamente}

>>> soluzione: $B = \mu_0 I/(\pi a)$ arctg (a/h) parallelo a 2a, verso destra



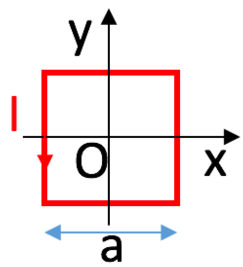
8.15) Un modello molto semplificato dell'atomo di idrogeno prevede che un elettrone ($m_e = 9\ 10^{-31}$ kg) orbiti a velocità costante intorno a un protone fermo a distanza r_0 = 0,05 nm. Determinare, a partire dall'accelerazione dovuta alla forza coulombiana, l'intensità della corrente data dal moto dell'elettrone e il momento di dipolo magnetico generato da tale corrente.

>>> soluzione: 1,1 mA; $8\ 10^{-24}$ J/T

8.16) Una spira quadrata di lato a = 1 cm, percorsa da una corrente I = 1 mA circolante in verso antiorario, è disposta col centro nell'origine del piano (x,y) e con i lati paralleli agli assi.

Nello spazio è presente un campo B di componenti $B_x = B_y = 0$, $B_z = B_0\ (1 + y/a)$ con B_0 = 1 mT. Determinare intensità, direzione e verso della forza e del momento meccanico agenti sulla spira.

>>> soluzione: $F_y = a\ B_0\ I$ = 10 nN



8.1) $v_e/v_p = m_p/m_e$
8.3) 13/24 $Q\omega L^2$
8.6) $Bz = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IL}{d\sqrt{d^2+L^2}}$ uscente dal foglio
8.7) metodo a): calcolare il campo B e poi applicare la II Laplace; metodo b) applicare direttamente l'espressione della forza elementare agente su un tratto dx di nastro (e sommarla vettorialmente agli altri contributi per $-L/2 \le x \le L/2$)
8.8) $\mathbf{m} = \boldsymbol{\omega}\, p\, d$
8.9) $\sin\theta = qBd/(mv)$
8.11) 5/12 $\mu_0 I/R$ uscente dal foglio
8.12) per simmetria B è parallelo al piano che contiene i fili: $B(y)= 2\, \mu_0 I/(2\pi r) \cos\theta$. Il massimo della funzione $\mu_0 Iy/[\pi(d^2+y^2)]$ si ottiene annullando dB/dy
8.14) due contributi concordi; per ognuno si ha: $dBx = \mu_0\, (Idx/2a)/(2\pi r)\ \ h/r = \mu_0 I/(4\pi a)\ \ h\, dx/(x2+h2)$
$\rightarrow$ $Bx = \mu_0 I/(2\pi a)\ \mathrm{arctg}\,(a/h)$
8.16) $v^2=1/(4\pi\varepsilon_0)\ \ e^2/mr_0$; $I = e/T= ev/(2\pi r_0)$; $m = \pi r_0^2\, I$

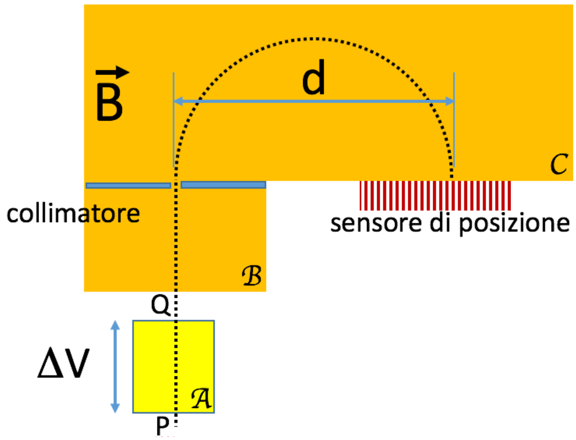
ULTERIORI SUGGERIMENTI

8.3) il momento di dipolo magnetico complessivo è dato dalla somma vettoriale dei momenti infinitesimi generati dal moto delle cariche infinitesime poste lungo L:

$dm = dq/T\ \pi r^2 = (\lambda dr)\ (\omega/2\pi)\ \pi r^2 \quad L/2 < r < 3/2\ L$

8.6) $dBz = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id}{(d^2+x^2)^{3/2}}dx$
8.8) il momento di dipolo magnetico complessivo è dato dalla somma vettoriale dei momenti generati dal moto delle due cariche: $q = p/d$; $I = q/T= q\omega/2\pi$; $m = (I_+\pi r_+^2)-(I_-\pi r_-^2)$
8.9) moto circolare: disegnare la traiettoria, le perpendicolari ad essa nel punto di ingresso e di uscita dalla zona col campo e considerare l'angolo sotteso dall'arco di circonferenza
8.11) i tratti rettilinei non contribuiscono; da quello di raggio R si ha $Bz(0,0,0) = \mu_0 I/4\pi\ 3/4\ 2\pi/R$; da quello di raggio 3R si ha $Bz(0,0,0) = \mu_0 I/4\pi\ 1/4\ 2\pi/3R$

SPETTROMETRO DI MASSA



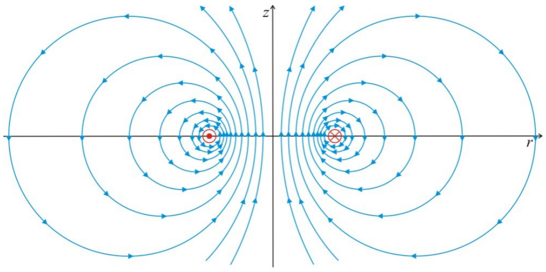
Uno spettrometro di massa è diviso in tre sezioni ($\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$) in cui è stato fatto il vuoto.
Nella sezione $\mathcal{A}$ una molecola organica di massa m viene nebulizzata, ionizzata (q = -2e) e, inizialmente ferma, viene sottoposta a un campo elettrico uniforme che l'accelera fra i punti P e Q distanti h = 10 cm.
La sezione $\mathcal{B}$ è un selettore di velocità: sono presenti un campo elettrostatico **E** e un campo di induzione magnetica **B**; tra le sezioni $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ è presente una fessura (collimatore) che lascia passare solo gli ioni che viaggiano in linea retta.
Nella sezione $\mathcal{C}$ non agiscono campi elettrici mentre è presente lo stesso (intensità, direzione e verso) campo **B** della sezione $\mathcal{B}$.

Dati: ΔV = 10 kV; B = 0,5 T; E = 50 kV/m

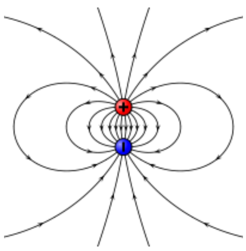
Determinare in sequenza:
1) quale fra i punti P e Q è a potenziale maggiore
2) la velocità dello ione nel punto Q in funzione della sua massa m
3) la direzione e il verso di **B** nella sezione $\mathcal{C}$
4) la direzione e verso di **E** nella sezione $\mathcal{B}$
5) la velocità degli ioni all'ingresso della sezione $\mathcal{C}$
6) la massa selezionata
7) la distanza d fra il punto di ingresso e quello di impatto con il rivelatore di posizione
8) la velocità con cui gli ioni urtano il rivelatore di posizione
9) il tempo impiegato per percorrere la traiettoria semicircolare all'interno della zona $\mathcal{B}$

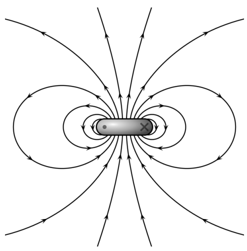
SUGGERIMENTI
2) $v = (2\, q/m\, \Delta V)^{1/2}$
3) **B** perpendicolare al piano della traiettoria; verso entrante nel disegno
4) **E** perpendicolare a **B**; verso: a destra
5) v = 100 km/s
6) m = 6,4 x 10^{-25} kg = 640 uma
7) d = 80 cm
8) t = 25 μs

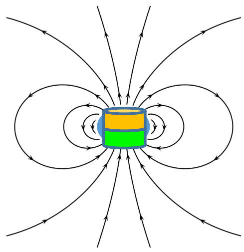
ULTERIORI SUGGERIMENTI
1) $V_Q > V_P$
5) v = E/B = 100 km/s
6) $m = 2q\, \Delta V\, B^2/E^2$ = 6,4 x 10^{-25} kg = 640 uma
7) $d = 4\, \Delta V/E$ = 80 cm
8) $t = \pi R/v$ = 25 μs



CAMPI
DIPOLARI

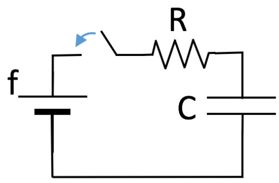




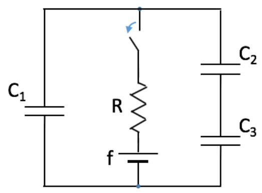


BOBINE

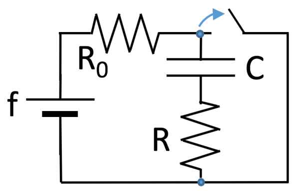
7.1) Calcolare l'energia immagazzinata nella capacità nell'istante in cui si uguagliano, dopo la chiusura dell'interruttore, le differenze di potenziale ai capi di R e di C. La capacità è inizialmente scarica.
Dati: C = 0,8 μF, R = 50 Ω, f = 100 V
>>> soluzione: 1 mJ



7.2) I tre condensatori del circuito in figura, costituiti da armature piane parallele della stessa superficie poste nel vuoto alla stessa distanza, hanno capacità C = 1 nF.

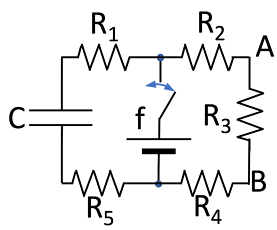


Quando il sistema è in equilibrio viene aperto l'interruttore. Raggiunta la nuova condizione di equilibrio il condensatore C_2 viene riempito completamente di isolante ($\varepsilon_r = 4$).
Calcolare l'energia elettrostatica finale [R = 100 Ω; f = 40 V].
>>> soluzione: 1 μJ

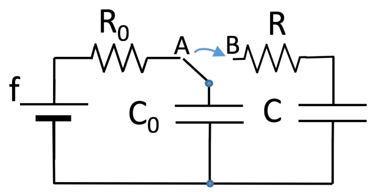


7.7) Il circuito in figura (R_0 = R = 1 kΩ) è a regime quando, all'istante t = 0, l'interruttore viene aperto. Calcolare dopo quanto tempo la tensione ai capi della resistenza R è uguale alla tensione ai capi del condensatore C = 5 nF.
>>> soluzione: 4 μs

7.8) Nel circuito in figura i valori delle resistenze sono uguali a R. Determinare l'andamento temporale della differenza di potenziale $\Delta V_{R3}(t) = V_A - V_B$ a partire dall'istante in cui:
a) l'interruttore inizialmente aperto viene chiuso
b) l'interruttore inizialmente chiuso viene aperto
>>> soluzione: f/3; f/5 $e^{-t/(5RC)}$



7.9) Nel circuito in figura f = 10 V, C_0 = 20 μF, C = 30 μF, R_0 = 1 Ω, R = 100 kΩ.
I due condensatori sono inizialmente scarichi.
Il deviatore viene prima posto per Δt = 1 s nella posizione A e poi viene spostato definitivamente in B.
Determinare la massima energia che può essere dissipata in R.
{suggerimento: confrontare Δt con la costante di tempo nella configurazione A}
>>> soluzione: 0,6 mJ



SUGGERIMENTI

7.1) $U = ½ C (f/2)^2$

7.2) $U = 5/8 Cf^2$

7.7) $(R+R_0)C \ln[(2R+R_0)/(R+R_0)]$

7.8) a) $\Delta V_{R3}(t) = fR_3/(R_2+R_3+R_4)$; b) $R_s = R_1+R_2+R_3+R_4+R_5$; $\Delta V_{R3}(t) = fR_3/R_s\, e^{-t/(R_sC)}$

7.9) $L = U_i-U_f = ½[CC_0/(C_0+C)]f^2]$

ULTERIORI SUGGERIMENTI

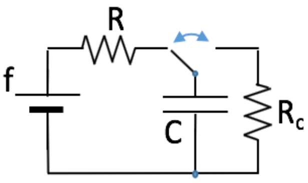
7.1) $V_R(t) = R\, I(t) = f\, e^{-t/\tau}$; $V_C(t) = f(1-e^{-t/\tau})$; $f\, e^{-t^*/\tau} = f(1-e^{-t^*/\tau}) \rightarrow t^* = RC \ln 2$

7.2) prima: $C_{tot} = 3/2\, C \rightarrow Q = 3/2\, Cf$; dopo: $C'_{tot} = 9/5\, C$; $Q' = 3/2\, Cf \rightarrow U = ½\, Q'^2/C'_{tot}$

7.7) $Q(0)=0$; $Q(t)= Cf(1-e^{-t/\tau})$; $I(t)=f/(R+R_0)\, e^{-t/[(R+R0)C]} \rightarrow \Delta V_C(t^*) = f(1-e^{-t^*/\tau}) = \Delta V_R(t^*) = f\, R/(R+R_0)\, e^{-t^*/\tau}$

7.8) a interruttore chiuso, indipendentemente dalla corrente che scorre nella maglia di sinistra, alla serie $R_2+R_3+R_4$ è applicata la tensione f. Nella maglia di sinistra, una volta arrivati all'equilibrio, non scorre corrente e quindi $\Delta V_c = f$. Aprendo l'interruttore C si scarica sulla serie delle 5 resistenze

7.9) $Q_i= C_0 f$; $U_i = ½\, Q_i^2/C_0$; $Q_f = Q_i = C_0f$; $U_f = ½\, Q_f^2/(C_0+C)$; $L = U_i-U_f = ½\, (C_0f)^2[(1/C_0)-1/(C_0+C)]$. All'equilibrio la carica iniziale di C_0 si è ripartita nel parallelo C_0+C. La differenza fra U_i e U_f viene dissipata in R; la massima dissipazione si ha quando non circola più corrente.



7.12) Gli elementi essenziali della sezione analogica del circuito di un pacemaker sono riportati nello schema in figura. Un sistema di controllo agisce sul deviatore in base alla necessità di stimolare con una scarica di 25 μJ il muscolo cardiaco che presenta una resistenza Rc = 500 Ω.

Determinare nell'ordine:

- la costante di tempo del circuito di scarica supponendo che la corrente di scarica scenda in 3 ms al 5% del suo valore iniziale
- il valore della capacità
- l'energia accumulata nel condensatore
- la differenza di potenziale alla quale deve essere caricato il condensatore
- la corrente massima di scarica
- l'ordine di grandezza del massimo valore della resistenza R che consenta di ricaricare in condensatore abbastanza rapidamente per consentire il funzionamento a 60 bpm (battiti per minuto)
- l'energia erogata dalla batteria per ogni stimolo
- la carica che la batteria deve essere in grado di erogare in 7 anni di uso a 60 bpm

>>> soluzione: τ = 1 ms; C = 2 μF; 25μJ; f = 5 V; 10 mA; R << 500 kΩ; 50 μJ; 2,2 kC = 610 mAh

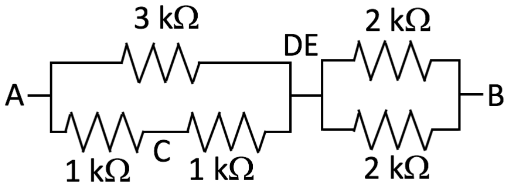
6.2) Riconoscere nello schema elettrico la struttura di resistori in figura e verificare i valori delle resistenze fra i punti:

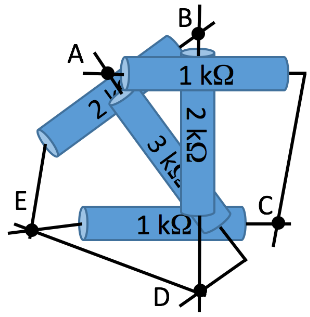
AE → R = 1,2 kΩ

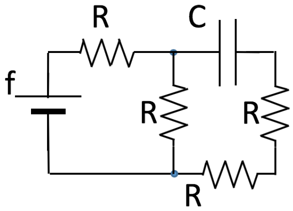
AB → R = 2,2 kΩ

CD → R = 0,8 kΩ

BC → R = 1,8 kΩ







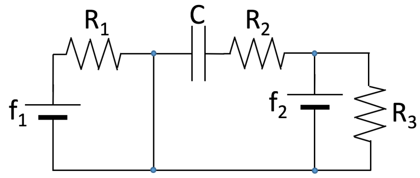
6.3) Quanta potenza eroga il generatore? Quanta energia è accumulata nel condensatore?

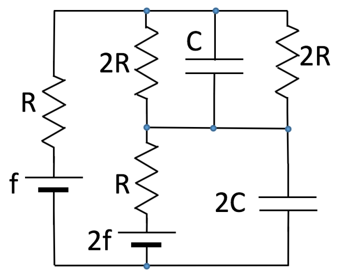
>>> soluzione: $f^2/(2R)$; ½ C $(f/2)^2$

6.4) Determinare l'intensità delle correnti che scorrono nelle resistenze e la carica del condensatore.

Dati: f_1 = 5 V; f_2 = 8 V; R_1 = 100 Ω; R_2 = 150 Ω; R_3 = 200 Ω, C = 25 nF

>>> soluzione: 50 mA; 0; 40 mA; 0,2 μC





6.5) Calcolare quanta energia è accumulata e quanta potenza viene dissipata nel circuito in figura in cui f = 10 V, R = 100 Ω, C = 100 nF

>>> soluzione: 85/3 μJ; 1/3 W

6.6) L'avvolgimento di un magnete di un apparecchio per risonanza magnetica è costituito da un filo di rame lungo 2 km e sezione 1 cm^2 nel quale è presente una densità di corrente di 2 A/mm^2. Che tensione deve erogare il generatore che lo alimenta? Determinare la potenza dissipata a 20°C. Come cambierebbe il risultato se l'avvolgimento si scaldasse fino ad arrivare a 45°C?

($\rho_{20} = 2 \times 10^{-8}$ Ωm; $\rho(T) = \rho_{20}\,[1+\alpha(T-T_{20})]$ con α = 0,004/K)

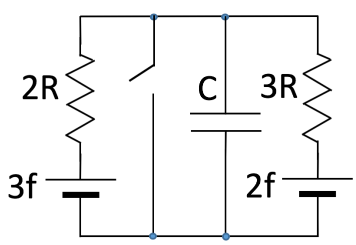
>>> soluzione: 80 V; 16 kW; 17,6 kW

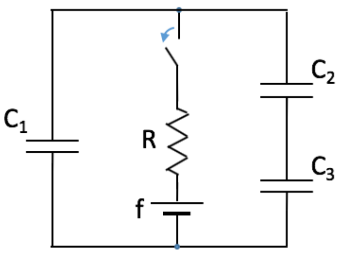
6.7) Determinare il valore della potenza dissipata e l'energia accumulata nelle configurazioni:

A) interruttore aperto

B) interruttore chiuso

>>> soluzione: A): $f^2/(5R)$; ½C$(13f/5)^2$; B): 35/6 f^2/R; 0

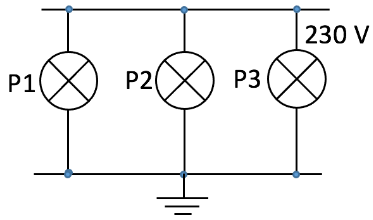


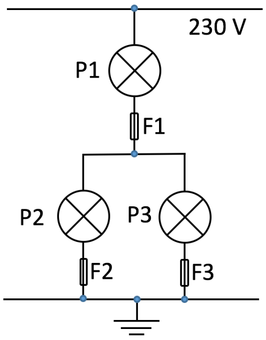


6.8) I tre condensatori del circuito in figura, costituiti da armature piane parallele della stessa superficie poste nel vuoto alla stessa distanza, hanno capacità C = 1 nF.
Quando il sistema è in equilibrio viene aperto l'interruttore. Raggiunta la nuova condizione di equilibrio il condensatore C_2 viene riempito completamente di isolante ($\varepsilon_r = 4$).
Calcolare l'energia elettrostatica finale [R = 100 Ω; f = 40 V].

>>> soluzione: 1 μJ

6.9) Tre apparecchiature schematizzabili come altrettante resistenze sono state progettate per dissipare, quando sono alimentate a 230 V, rispettivamente: P_1 = 2,3 kW, P_2 = 1,15 kW e P_3 = 460 W.

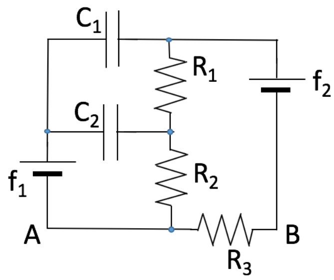




Vengono inserite nel circuito in figura in cui sono protette con fusibili tarati per intervenire (interrompere il circuito) se attraversati da correnti superiori a: F1 = 4,3 A; F2 = 3,2 A e F3 = 0,9 A. Stabilire se F2 resta intatto.

>>> soluzione: no

6.10) Il circuito in figura è a regime. Determinare il valore della differenza di potenziale $V_B - V_A$ e delle cariche sulle armature positive dei due condensatori.
Dati: $C_1 = C_2$ = 10 nF; $R_1 = R_2 = R_3$ = 10 Ω; $f_1 = f_2$ = 6 V
>>> soluzione: -2 V; 20 nC; 40 nC



6.14) Un generatore reale di forza elettromotrice f = 6 V con resistenza interna R_{int} = 0,6 Ω viene collegato, tramite un filo conduttore di resistività $\rho = 2 \times 10^{-8}$ Ωm e sezione s = 1 mm^2, ad una apparecchiatura distante 10 m che presenta una resistenza Rc = 2 Ω.
Per eseguire dei test con lo stesso generatore e la stessa apparecchiatura vengono rimossi i 20 m di filo e l'apparecchiatura viene collegata direttamente al generatore ponendo in parallelo all'apparecchiatura una resistenza R_p dimensionata per far sì che l'apparecchiatura dissipi la stessa potenza del caso precedente. Determinare il valore di R_p.
{suggerimento: sfruttare il fatto che la corrente che scorre nell'apparecchiatura è la stessa nei due casi}
>>> soluzione: $R_p = R_{int} \times R_c/R_{filo}$ = 3 Ω

6.5) E= ½ C $(f/3)^2$+½ 2C $(5/3\ f)^2$; P=$f^2/(3R)$

6.6) V = $\rho l/S$ x JS; $P_{45}=P_{20}\,[1+\alpha(T_{45}-T_{20})] = 1{,}1\ P_{20}$

6.7) A) nella maglia scorre la corrente (3f-2f)/(5R) = f/(5R);

B) nelle due maglie scorrono rispettivamente: $I_1 = 3f/(2R)$; $I_2 = 2f/(3R)$

6.8 U = 5/8 Cf^2

6.9) $R_1 = (230\ V)^2/2{,}3\ kW = 23\ \Omega$; $R_2 = (230\ V)^2/1{,}15\ kW = 46\ \Omega$; $R_3 = (230\ V)^2/460\ W = 115\ \Omega$

→ I_1 = 4,12 A < 4,3 A; I_2 = 2,94 A < 3,2 A; I_3 = 1,18 A **>** 0,9 A.

6.10) l'unica corrente circolante è quella della maglia f_2, R_1, R_2 e R_3

6.14) per alimentare l'apparecchiatura distante 10 m occorrono 10 m di cavo per l'andata e 10 m per il ritorno

Iprima = $f/(R_{int} + R_{filo} + R_c)$ = Idopo = $f/(R_{int} + R_p//R_c)$ x $R_p/(R_p+R_c)$ dato che la corrente si ripartisce tra i rami in parallelo R_p e R_c

6.5) considerate le resistenze in parallelo si identifica una sola maglia nella quale scorre corrente (di intensità f/3R)

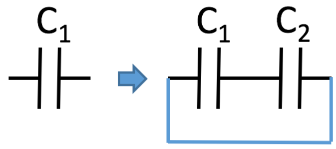
6.6) K/m = °C/m

6.7) $V_C = 3f - 2R\ I_1$ oppure $V_C = 2f - 3R\ I_2$

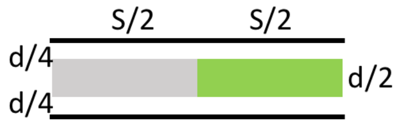
6.8 prima: $C_{tot} = 3/2\ C$ → Q =3/2 Cf; dopo: $C'_{tot} = 9/5\ C$; Q' = 3/2 Cf → U= ½ Q'^2/C'_{tot}

6.9) si tratta di un doppio guasto: F2 interviene dopo l'interruzione di F3 (F3 fonde per cui $R_3 \rightarrow \infty$ e I_2 = 3,33 A **>** 3,2 A)

5.2) Il condensatore C_1, con carica iniziale Q_0, viene collegato come in figura al condensatore C_2 inizialmente scarico. Determinare l'energia del sistema nelle due configurazioni. I valori di C_1 e C_2 sono uguali.
[½ Q_0^2/C; ¼ Q_0^2/C]



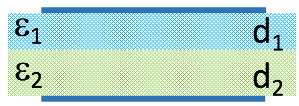
5.3) In un condensatore piano con armature di superficie S distanti d sono presenti parallele alle armature, a distanza d/4, due lastre piane di superficie S/2 e spessore d/2. Una lastra è conduttrice, l'altra isolante con costante dielettrica relativa ε_r.
Determinare, trascurando gli effetti di bordo, la capacità del condensatore.
>>> soluzione: $\varepsilon_o S/d\ (1+2\varepsilon_r)/(1+\varepsilon_r)$



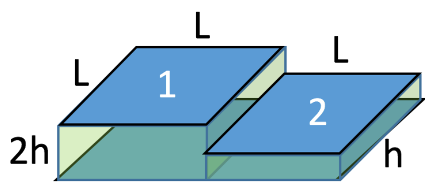
5.4) Una sottile lastra isolante spessa h = 2 mm di forma quadrata (L = 10 cm) è disposta parallelamente (a distanza d = 5 cm) a una distribuzione piana di carica con densità σ = + 10 nC/m^2. Sapendo che la lastra ha una costante dielettrica relativa ε_r = 2 determinare le densità di carica di polarizzazione sulle due facce della lastra e la differenza di potenziale che si stabilisce fra di esse. Trascurare gli effetti di bordo.
>>> soluzione: 2,5 nC/m^2; 0,56 V

5.7) In un lungo cilindro isolante di costante dielettrica relativa ε_r = 2 e raggio R = 1 cm viene depositata una carica con densità $\rho = kr$ con r distanza dall'asse e k = 2 mC/m^4. Calcolare la differenza di potenziale fra due punti, uno sull'asse del cilindro e l'altro sulla sua superficie laterale.
>>> soluzione: 12V

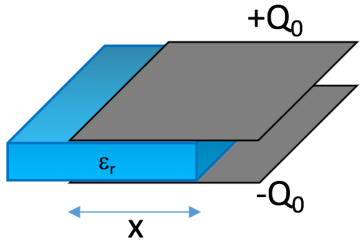
5.9) Un condensatore piano con armature di area S è riempito da due lastre di dielettrico, una di spessore d_1 = 0,9 cm e di costante dielettrica relativa ε_{r1}= 3 l’altra di spessore d_2 = 0,4 cm e costante dielettrica relativa ε_{r2}= 2.
Ai capi del condensatore è applicata una differenza di potenziale ΔV = 5 V.
Calcolare i valori E_1 e E_2 dei moduli di campo elettrico nei due dielettrici e la densità di carica totale di polarizzazione σ_{PTOT} sulla superficie di separazione dei due dielettrici.
>>> soluzione: E_1 = 333 V; E_2 = 500 V; σ_{PTOT} = 1,5 nC/m^2



5.10) Nella struttura di condensatori riportata in figura le armature superiori sono due quadrati di lato L = 10 cm, le distanze fra le coppie di armature sono h = 2 mm e 2h e la costante dielettrica relativa dell'isolante è ε_r =2.
Il sistema, complessivamente neutro, è isolato mentre le armature superiori 1 e 2 sono collegate elettricamente fra loro. Determinare:
a) l'energia elettrostatica accumulata nel sistema di condensatori sapendo che sull'armatura inferiore è presente una carica Q = - 10 nC;
b) la carica di polarizzazione complessivamente affacciata all'armatura inferiore.
>>> soluzione: U = 0,37 μJ; Q_P = 5 nC



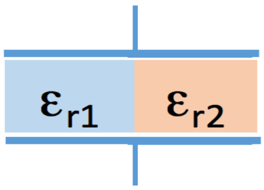
5.11) Un condensatore piano con carica Q_0, ha le armature quadrate di lato L distanti d. Fra le armature è parzialmente inserita (vedi figura) una lastra isolante a sezione quadrata anch'essa di lato L spessa d. Calcolare, in funzione della penetrazione x della lastra, l'espressione della densità di carica di polarizzazione sulla superficie superiore del dielettrico di suscettività costante χ nota.



>>> soluzione: $C = \varepsilon Lx/d + \varepsilon_0 L(L-x)/d = \varepsilon_0 L(L+\chi x)/d$; $\sigma_p = -P = -\varepsilon_0\chi E = -\varepsilon_0\chi\, Q_0/C\ 1/d = -\chi Q_0/[L(L+\chi x)]$

5.12) Una sfera conduttrice con carica Q = - 1 nC è circondata da un guscio sferico isolante di costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 5$. Calcolare il valore della carica di polarizzazione presente sulla superficie esterna dell'isolante.
>>> soluzione: $Q_P = Q\,\chi/\varepsilon_r$

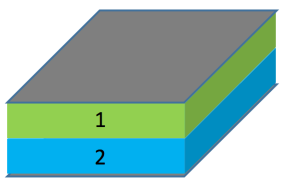
5.14) In un guscio dielettrico ($\varepsilon_r = 3$) cilindrico di lunghezza infinita e raggi a = 1 cm e b = 2 cm è distribuita una carica con densità uniforme $\rho = 1\ \mu C/m^3$. Calcolare, fra un punto a distanza b dall'asse e uno a distanza R = 4 cm, la differenza di potenziale V_b-V_R
{alcuni dati possono essere non necessari per la soluzione}
>>> soluzione: 11,7 V



5.15) Un condensatore a facce piane e parallele ha nel vuoto una capacità C_0 = 10 nF. Viene riempito per metà volume con un dielettrico di costante relativa ε_{r1} = 1,4 e per l'altra metà con un dielettrico di costante ε_{r2} = 1,6. Calcolare il nuovo valore della capacità C e il rapporto fra le cariche di polarizzazione sui due dielettrici.
>>> soluzione: 15 nF; $\sigma_{p1}/\sigma_{p2} = 2/3$

5.16) Determinare la capacità per unità di lunghezza di un condensatore costituito da un lungo filo di rame di raggio R_1 = 1 cm circondato da una guaina isolante ($\varepsilon_r = 2$) cilindrica coassiale di raggi R_2 = 3 cm e R_3 = 4 cm racchiusa da un ulteriore guscio di zinco di raggi R_3 e R_4 = 6 cm. Fra R_1 e R_2 c'è il vuoto.
Calcolare intensità del campo elettrico e densità di energia elettrostatica nei punti distanti R_0 = 2 cm dall'asse del filo centrale quando al condensatore viene applicata una tensione di 10 V.
>>> soluzione: C/l = 45 pF/m; $E(R_0)$ = 0,4 kV/m; u = 0,7 $\mu J/m^3$

5.18) Fra le armature distanti d = 1 mm di un condensatore piano (S = 8 cm^2) sono presenti due lamine isolanti di spessore uguale costituite da due materiali utilizzati per realizzare circuiti stampati: bachelite e vetronite (FR4).
Determinare, quando fra le armature c'è una differenza di potenziale di 50 V:
a) la densità di carica libera positiva
b) le cariche di polarizzazione
c) le densità di energia nei due materiali
d) il momento di dipolo elettrico della lastra 1 di bachelite.
Verificare e) che caricando il condensatore a 15 kV viene superata la rigidità dielettrica della bachelite.



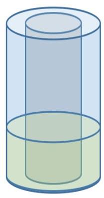
- bachelite: ε_{r1} = 8; E_{MAX} = 10 MV/m
- vetronite: ε_{r2} = 5; E_{MAX} = 20 MV/m

>>> soluzione: a) 2,7 μC/m^2; b) 1,9 nC e 1,7 nC; c) 51 mJ/m^3 e 82 mJ/m^3; d) 0,95 pCm; e) 11 MV/m

5.19) Un condensatore cilindrico isolato, di altezza h = 5 cm, in vuoto mostra una ddp fra le armature pari a V_0. Il condensatore viene riempito con olio isolante e la ddp diventa $V = V_0/4$. Calcolare la carica di polarizzazione sulla superficie dell'olio che bagna l'armatura interna del condensatore di raggio R = 3 mm sulla quale è accumulata una carica Q = +1 nC.
>>> soluzione: -0,75 nC

5.21) Una carica puntiforme Q è posta al centro di una sfera di raggio R = 10 cm costituita da materiale omogeneo, lineare e isotropo di costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 4$. Ricavare l'espressione della densità di carica di polarizzazione sulla superficie della sfera e il suo valore per Q = 0,3 nC.
>>> soluzione: 1,8 nC/m^2

5.25) SENSORE DI LIVELLO: un condensatore cilindrico di raggio interno R_1 = 2 cm e raggio esterno R_2 = 2,2 cm, lungo d = 20 cm, posto verticalmente, viene riempito di acqua (ε_r = 80) fino al livello x. Al variare di x varia la capacità del condensatore. Determinare di quanto varia C al variare di x.
>>> soluzione: dC/dx = 0,46 nF/cm



5.4) $\sigma_p = \pm \chi/\varepsilon_r\, \sigma/2$ $\quad V = \sigma h/2\varepsilon$

5.7) $V = KR^3/(9\varepsilon_0\varepsilon_r)$

5.9) $C = \varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}\varepsilon_0 S/(\varepsilon_{r1}d_2+\varepsilon_{r2}d_1)$ $\quad \sigma = CV/S$ $\quad E_i = \sigma/(\varepsilon_0\varepsilon_{ri})$ $\quad \sigma_{PTOT} = \sigma_{p1}-\sigma_{p2} = \sigma\, \chi_1/\varepsilon_{r1} - \sigma\, \chi_2/\varepsilon_{r2}$

5.10) $U = ½\, Q^2/(3/2\, \varepsilon_0\varepsilon_r L^2/h)$; $Q_P = \chi\, Q/\varepsilon_r$

5.12) $\sigma_p = \mathbf{P}\, \mathbf{n} = \varepsilon_0\, \chi\, E_n = \varepsilon_0\, \chi\, Q/4\pi\varepsilon R^2 = \chi/\varepsilon_r\, Q/4\pi R^2$ $\quad Q_P = \mathrm{int}\, \sigma_p\, dS = \chi/\varepsilon_r\, Q$

5.14) $\Delta V = \rho\, (b^2-a^2)/(2\, \varepsilon_0)\, \ln(R/b)$

5.15) $C = \varepsilon_o S/2d\, (\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2})$; $\sigma_{p1}/\sigma_{p2} = P_1/P_2 = (\varepsilon_0\chi_1 E)/(\varepsilon_0\chi_2 E)$

5.16) $E(R_1<r<R_2) = \lambda/(2\pi\varepsilon_0\, r)$; $E(R_2<r<R_3) = \lambda/(2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\, r)$; $\Delta V = \lambda/(2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r)\, [\varepsilon_r \ln(R_2/R_1) + \ln(R_3/R_2)]$

$\lambda/(2\pi\varepsilon_0) = \Delta V\varepsilon_r/[\varepsilon_r \ln(R_2/R_1) + \ln(R_3/R_2)]$; $C_1/l = 2\pi\varepsilon_0/\ln(R_2/R_1)$; $C_2/l = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r/\ln(R_3/R_2)$

5.18) a) $\sigma=2V/d\, \varepsilon_0\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}/(\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2})$; b$_i$) $\sigma S\chi_i/\varepsilon_{ri}$; c$_i$) $½\, \sigma^2/(\varepsilon_0\, \varepsilon_{ri})$; d)$2\sigma\chi_1/\varepsilon_{r1}\, Sd$;

e) $E_1= \sigma'/(\varepsilon_0\varepsilon_{r1})= 300\sigma/(8\varepsilon_0)$

5.19) $\varepsilon_r = 4$; $Q_p = -\chi/\varepsilon_r\, Q$

5.21) $\sigma_p = \chi/\varepsilon_r\, Q/(4\pi R^2) = 3Q/(16\pi R^2)$ $\quad$ E è nella materia!!!

5.25) $C(x) = 2\pi\varepsilon_0[\varepsilon_r\, x + (d-x)]/\ln(R_2/R_1)$

ULTERIORI SUGGERIMENTI

5.4) $\Phi_\Sigma(D)= Q \rightarrow D = \sigma/2$ ovunque; nella lastra $E = D/\varepsilon = \sigma/2\varepsilon \rightarrow V = \sigma h/2\varepsilon$;

$\sigma_p = \pm P = \pm\, \varepsilon_0\chi E = \pm\chi\sigma/2\varepsilon_r$

5.7) la densità di carica non è costante; ricavando **E** fare attenzione nel calcolare la carica interna alla superfice di Gauss cilindrica: $E(r<R) = Kr^2/(3\varepsilon_0\varepsilon_r)$

5.10) $C_p = (\varepsilon L^2/h + \varepsilon L^2/2h)$; $U = ½\, Q^2/C_p$; $Q_P = P_1\, S + P_2\, S = (\varepsilon_0\chi\Delta V/2h + \varepsilon_0\chi\Delta V/h)S = 3/2\varepsilon_0\chi\, Q/Cp\, L^2/h$

5.14) $2\pi r\, h\, D = \rho\, \pi\, (b^2-a^2)\, h \rightarrow E=\rho\, (b^2-a^2)/(2\, \varepsilon_0\, r)$

5.16) $C/l = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r/[\varepsilon_r \ln(R_2/R_1) + \ln(R_3/R_2)]$; $E(R_0) = \Delta V\varepsilon_r/\{R_0[\varepsilon_r \ln(R_2/R_1) + \ln(R_3/R_2)]\}$;

$u(R_0) = ½\, \varepsilon_0\, E^2(R_0)$

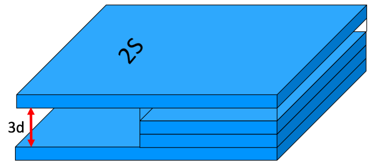
5.17) $V = (d-h)\, \sigma/\varepsilon_0 + h\, \sigma/\varepsilon_0\varepsilon_r \rightarrow \sigma = \varepsilon_0 V/[(d-h)+h/\varepsilon_r]$; $E= E_0/\varepsilon_r \rightarrow \sigma/\varepsilon_0-\sigma_p/\varepsilon_0 = \sigma/\varepsilon_0\varepsilon_r \rightarrow \sigma_p = \chi/\varepsilon_r\, \sigma$

5.19) $E=E_0/\varepsilon_r \rightarrow V=V_0/\varepsilon_r$; $D = Q/h/(2\pi r)$; $E = D/\varepsilon_o\varepsilon_r$; $\sigma_p = -P = -\varepsilon_0\chi E$; $Q_p = 2\pi rh\sigma_p = -\chi/\varepsilon_r\, Q$

5.21) $\sigma_p = \mathbf{P}\, \mathbf{n} = P$; $\quad \mathbf{P} = \varepsilon_0\, \chi\, \mathbf{E} = \varepsilon_0\, \chi\, \mathbf{D}/\varepsilon = \chi/\varepsilon_r\, \mathbf{D}$; $\quad 4\pi r^2\, D = Q$

4.2) Preso un condensatore con capacità $C = 300$ pF si vuole ottenere un sistema equivalente con:
a) capacità = 3C. Determinare il valore della capacità da porre in serie/parallelo a C
b) capacità = C/3. Determinare il valore della capacità da porre in serie/parallelo a C

4.3) La struttura riportata in figura è costituita da lastre di conduttore spesse d, due di superficie S e due di superficie 2S.
Trascurando gli effetti di bordo determinare il valore della capacità presente fra le due superfici delle lastre di area 2S che distano 3d.
>>> soluzione: $(4/3)\ \varepsilon_0 S/d$



4.7) Un condensatore cilindrico di lunghezza $L = 50$ cm e raggi $a = 2$ mm e $b = 6$ mm è riempito di aria. Sapendo che si innesca una scarica se il campo elettrico in aria supera il valore della rigidità dielettrica $E_R = 3$ MV/m, determinare la massima differenza di potenziale applicabile fra le armature.
>>> soluzione: $\Delta V_{MAX} = 6{,}6$ kV

4.8) Un condensatore sferico nel vuoto di raggio interno $a = 6$ mm e raggio esterno $b = 8$ mm è carico alla differenza di potenziale $\Delta V_0 = 5$ kV. A metà strada fra le armature $c = 7$ mm si trova un elettrone inizialmente fermo che accelera verso l'esterno. Calcolare l'energia cinetica con la quale arriva all'armatura esterna.
>>> soluzione: $K = 3{,}4 \times 10^{-16}$ J

4.9) Quattro cariche (1 nC) sono poste ai vertici di un quadrato di lato $L = 10$ cm. Hanno i segni riportati in figura: determinare l'intensità della forza esercitata su ognuna di esse.
>>> soluzione: $1/(4\pi\varepsilon_0)\ q^2/L^2\ (1/2 - \sqrt{2})$

4.7) la scarica si innesca dove il campo ha il valore massimo: nelle vicinanze dell'armatura interna:
$E_{MAX} = \lambda_{MAX}/(2\pi\varepsilon_0 a) \quad \Delta V_{MAX} = \lambda_{MAX}/(2\pi\varepsilon_0) \ln[b/a]$

4.8) $K = 3/7\ e\Delta V$ dato che
$V_{bc} = Q/(4\pi\varepsilon_0)\ [1/b-1/c];$
$V_{ba} = \Delta V = Q/(4\pi\varepsilon_0)\ [1/b-1/a]$
$V_{bc} = \Delta V\ [1/b-1/c]/[1/b-1/a] = 3/7\ \Delta V$

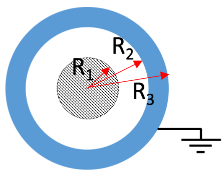
4.9) la somma vettoriale delle forze esercitate su ogni carica è diretta verso il centro del quadrato

3.1) Determinare il lavoro che occorre compiere per spostare una carica $q = 1\ \mu C$ dall'asse di un dipolo di momento p = 10-16 Cm a una posizione in direzione perpendicolare a tale asse; il tutto mantenendo costante la distanza R = 3 cm dal dipolo.
>>> soluzione: -1nJ: la carica rilascia energia nel movimento

3.2) Un dipolo elettrico di momento $p = 10^{-15}$ Cm si trova all'interno di un doppio strato di carica complessivamente neutro. Fra le due superfici, che distano d = 2 cm, c'è una differenza di potenziale $\Delta V = 20$ V. Determinare la densità di carica sulle superfici e il lavoro che occorre compiere dall'esterno per ruotare di 90° il dipolo a partire dalla posizione di equilibrio.
>>> soluzione: 8,9 nC/m^2; 1 pJ

3.5) Un lungo tubo conduttore ha diametro interno d = 8 cm, diametro esterno D. Lungo il suo asse è teso un filo isolante con densità di carica lineare $\lambda = 6{,}67\ 10^{-10}$ C/m. Graficare l'andamento di E(r) e sapendo che il campo elettrico misurato sulla superficie esterna del tubo è Es = 120 V/m, determinare il diametro esterno D del tubo.
>>> soluzione: D = 20 cm

3.6) Al centro del guscio sferico conduttore di raggi $R_2 = 4$ cm e $R_3 = 5$ cm riportato in figura c'è una sfera conduttrice concentrica di raggio $R_1 = 2$ cm con carica Q = + 4 nC. Graficare l'andamento di E(r) e V(r) e determinare il valore del potenziale nell'origine.
>>> soluzione: V(0) = 0,9 kV



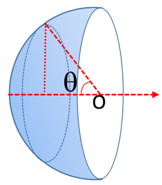
COMMENTI

3.1) $-qp/(4\pi\varepsilon_0 R^2)$

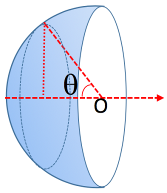
3.2) $\sigma = \varepsilon_0\ \Delta V/d$; $L = p\ \Delta V/d$

3.5) $D = \lambda/(\pi\varepsilon_0 Es)$

3.6) $V = Q/(4\pi\varepsilon_0)\ (1/R_1-1/R_2)$ $\qquad$ $V(0) = V(R_1)$; $V(R_2) = V(R_3) = 0$ V es1) Su una semisfera di raggio R = 10 cm centrata nell'origine è distribuita uniformemente una densità di carica σ = +3,1 μC/m^2. Determinare nell'origine l'intensità del campo.



>>> soluzione: $E = \sigma/4\varepsilon_0$ = 9 kV/m



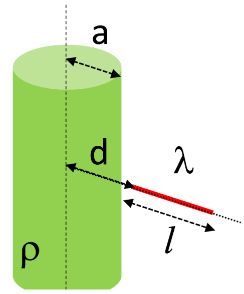
es2) Su una semisfera di raggio R = 10 cm centrata nell'origine è distribuita una densità di carica $\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos(\theta)$ con σ_0 = 10 nC/m^2. Una carica puntiforme q = 1 nC è ferma nell'origine. Determinare l'energia cinetica che acquista allontanandosi infinitamente dalla semisfera.

>>> soluzione: $K=q\sigma_0 R/4\varepsilon_0$

es3) Nel vuoto sono presenti due distribuzioni uniformi di carica statica. Una, con densità di carica ρ = 2 nC/m^3, è distribuita all'interno di un cilindro indefinito di raggio a = 5 cm. L'altra, con densità di carica λ = -3 nC/m, è distribuita lungo un segmento di lunghezza l = 17,2 cm posto, come in figura, a distanza d = 10 cm dall'asse del cilindro.

Determinare l'intensità della forza che si esercita fra le due distribuzioni di carica.

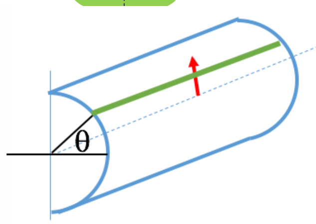
>>> soluzione: 0,85 nN (attrattiva)



es4) Su una superficie semicilindrica <u>infinitamente</u> lunga di raggio R = 1 mm è distribuita una carica positiva con densità $\sigma = \sigma_0 \sin^2\theta$. Determinare il valore del campo elettrico in un punto dell'asse della figura (σ_0 = 10 nC/m^2).

{suggerimento: suddividere la superficie in fili carichi paralleli all'asse}

>>> soluzione: E = 120 V/m



es5) Atomo di idrogeno: ricavare e graficare approssimativamente l'andamento $E_r(r)$ della componente radiale del campo elettrico generato da una carica positiva puntiforme q+ = e circondata da una carica negativa di valore complessivo q- = -e distribuita uniformemente <u>su</u> una <u>superficie</u> sferica di raggio R = 0,05 nm centrata intorno alla carica positiva.

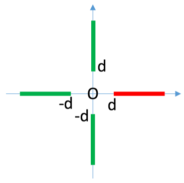
es6) Una carica elettrica è distribuita all'interno di un guscio sferico di raggi a e b con densità di volume $\rho = k/r$ dipendente da r, distanza dal centro del guscio. Determinare l'intensità del campo elettrico sulle due superfici del guscio. Quale carica puntiforme Q andrebbe posta nel centro della distribuzione per avere E(a) = E(b)?

>>> soluzione: 0; $\frac{k(b^2-a^2)}{2\varepsilon_0 b^2}$; $Q = 2\pi k\, a^2$

es7) I quattro segmenti lunghi L riportati in figura distano d dal cento O. Tre sono uniformemente carichi con densità lineare λ, il quarto segmento ha densità $-\lambda$.

Determinare la differenza di potenziale $V(0)-V(\infty)$.

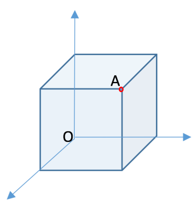
>>> soluzione: $V = \lambda/(2\pi\varepsilon_0) \ln[(L+d)/d]$



es8) Nello spazio è presente un campo elettrico $\mathbf{E} = c\, z^3\, \mathbf{k}$ con c = 10 MV/m^4.

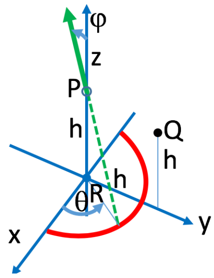
Facendo riferimento al cubo di lato d = 5 cm in figura determinare la differenza di potenziale $\Delta V = V_A - V_O$.

>>> soluzione: $V_A - V_O$ = -15,6V



es9) Si consideri una carica –Q uniformemente distribuita <u>in</u> una sfera di raggio R al cui centro è posta una carica puntiforme +Q. Determinare l'andamento del potenziale elettrico in funzione della distanza r dal centro della sfera assumendolo nullo a grande distanza.
>>> soluzione: $V(r>R) = 0$; $V(r<R) = 1/(4\pi\varepsilon_0)\ [1/r-1/R+(r^2-R^2)/2R^3]$

es10) Un anello carico di forma semicircolare e raggio R = 3 cm, con densità di carica λ = 10 nC/m giace su un semipiano x-y come indicato in figura.
Una carica Q = -0,3 nC giace nel punto Q = {0, h, h} con h = 4 cm.
Calcolare il potenziale elettrico generato dall'intero sistema nel punto P = {0, 0, h} ipotizzando $V_\infty = 0$.
>>> soluzione: 102 V



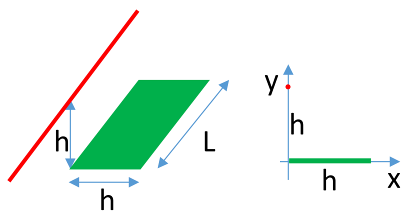
es11) Una carica elettrica nel vuoto è uniformemente distribuita su i piani di coordinate x = 0 (con densità di carica $-\sigma$) e x = d (con densità di carica 2σ). Determinare l'espressione del potenziale V(x) per ogni x e graficarla considerando V(0) = 0 V.
>>> soluzione: $V(x<0) = ½\ \sigma x/\varepsilon_0$; $V(0<x<d) = 3/2\ \sigma x/\varepsilon_0$; $V(x>d) = 3/2\ \sigma d/\varepsilon_0 - ½\ \sigma(x-d)/\varepsilon_0$

es12) Graficare gli andamenti della densità di carica, della componente x del campo elettrico e del potenziale originati da uno strato piano di carica uniformemente distribuita con densità ρ fra le coordinate x = -d/2 e x = +d/2.
Quanto vale la differenza di potenziale $\Delta V = V(d/2)-V(-d/2)$ fra le due superfici che delimitano la carica elettrica?
{sugg. utilizzare il teorema di Gauss scegliendo un cilindro con basi parallele allo strato di carica ed equidistanti dal piano x = 0}
>>> soluzione: $E_x(-d/2<x<d/2) = \rho x/\varepsilon_0$; $\Delta V = 0$ V

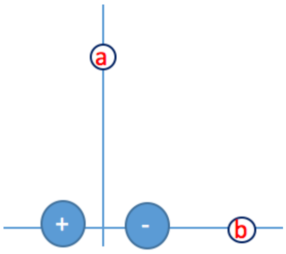
es13) Il modello di Thomson dell'atomo di idrogeno prevedeva che la carica positiva +e fosse uniformemente all'interno di una sfera di raggio R. Determinare il moto di un elettrone (carica –e, massa m) inizialmente fermo sulla superficie della sfera.
>>> soluzione: moto armonico $\omega^2 = e^2/(4\pi\varepsilon_0 m R^3)$

es14) In un guscio sferico (raggio interno a; raggio esterno b) è distribuita una carica con densità non uniforme $\rho = A/r$. Al centro della cavità c'è una carica puntiforme Q. Quanto deve valere A se nel guscio il campo elettrico ha intensità costante?
>>> soluzione: portare i calcoli <u>fino in fondo</u> → $A = Q/(2\pi a^2)$

es15) Sul piano XZ è appoggiato un rettangolo di lati h e L sul quale è uniformemente distribuita una carica con densità σ. A distanza h dal piano è disposto, parallelamente al lato L, un lungo filo carico con densità lineare λ. Ricavare le componenti della forza che agisce sul rettangolo.
A seconda dello svolgimento potrebbero essere utili:



$\int \frac{1}{(x^2+a^2)^{3/2}}dx = \frac{1}{a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} + c \qquad \int \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}dx = -\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} + c \qquad \int \frac{1}{x^2+a^2}dx = \frac{1}{a}\mathrm{arctg}(x) + c$
>>> soluzione: $F_x = \lambda\sigma L/2\pi\varepsilon_0\ \ln(\sqrt{2})$ $\qquad F_y = -\lambda\sigma L/2\pi\varepsilon_0\ \pi/4$



es16) Date due distribuzioni rettilinee indefinite con densità di carica $\lambda_1 = +4\ \mu C/m$ e $\lambda_2 = -4\ \mu C/m$ poste parallelamente a distanza $2\delta = 2$ cm, determinare il campo elettrico:
a) in un punto posto a distanza d = 6 cm dal piano contenente le due cariche filiformi e situato simmetricamente rispetto ad esse
b) in un punto del piano contenente le due cariche filiformi posto a $d+\delta = 7$ cm da λ_1 e a $d-\delta = 5$ cm da λ_2.
>>> soluzione: a) 0,39 MV/m; b) 0,41 MV/m

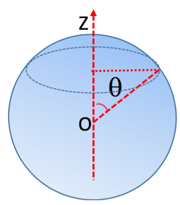
es17) Il campo elettrico in un punto dell'asse di un disco di raggio R, con densità di carica uniforme σ, a distanza z dal piano del disco vale $E_z(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{z}{|z|}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)$.
Utilizzare tale relazione per calcolare il valore del campo elettrico al centro di una superficie cubica di lato L con la stessa densità di carica σ e forata circolarmente (R = L/4) al centro di una delle 6 superfici.
{Suggerimento: se non ci fosse il foro, data la simmetria… inoltre il campo elettrico è additivo…}
>>> soluzione: $(\sigma/2\varepsilon_0)(1-2/\sqrt{5})$

es18) Una carica elettrica è distribuita in una regione cilindrica di altezza infinita e raggio R con densità di volume $\rho(r)= k/r$ con r distanza dall'asse. Determinare l'intensità del campo elettrico in tutti i punti dello spazio
>>> soluzione: r<R: $E = k/\varepsilon_0$; r>R: $E = kR/(r\varepsilon_0)$

es19) Una carica elettrica è distribuita in una regione cilindrica di altezza infinita e raggio R con densità di volume $\rho(r)= k/r$ (r distanza dall'asse). Dopo aver verificato che l'intensità del campo elettrico vale: $E(r<R) = k/\varepsilon_0$ e $E(r>R) = kR/(r\varepsilon_0)$ determinare il valore del potenziale $V(r>R)$ ponendolo nullo sull'asse.
>>> soluzione: $V(r>R) = - kR/\varepsilon_0\,[1+\ln(r/R)]$

es20) Due piani paralleli indefiniti uniformemente carichi con densità $\sigma_1 = +0{,}89\ nC/m^2$ e $\sigma_2 = -½\,\sigma_1$ sono posti a distanza d = 1 cm. Determinare la differenza di potenziale fra i due piani.
>>> soluzione: $V_2-V_1 = -0{,}75$ V

es21) Su una sfera di raggio R = 10 cm centrata nell'origine è distribuita simmetricamente rispetto all'asse Z una densità di carica $\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos(\theta)$ con $\sigma_0 = 10\ nC/m^2$. Determinare il valore del campo elettrico nell'origine, il valore Q_+ della carica complessiva sulla semisfera con z>0, il valore Q_- della carica complessiva sulla semisfera con z<0 e della differenza di potenziale fra l'origine e un punto all'infinito.



>>> soluzione: $\mathbf{E}(0,0,0) = -\mathbf{k}\sigma_0/(3\varepsilon_0)$; $Q_+ = \pi\sigma_0 R^2$; $Q_- = -\pi\sigma_0 R^2$; 0

SOLUZIONI/SUGGERIMENTI

es1) considerare il campo generato dalla carica distribuita dalla superficie infinitesima $2\pi R\sin\theta\, R d\theta$

es 3) $F = (a^2\rho\lambda)/(2\varepsilon_0) \ln[(d+l)/d]$

es 4) $\lambda = \sigma R\, d\theta = \sigma_0 \sin^2\theta\, R\, d\theta \rightarrow E_x = -\sigma_0/3\pi\varepsilon_0$

es 7) considerando il solo tratto negativo: $dV_i = -\lambda\, dx/(4\pi\varepsilon_0 x)$ con $d<x<d+L$.

I quattro contributi sono uguali in modulo $\rightarrow V(0) = (3-1)\, \lambda/4\pi\varepsilon_0) \ln[(L+d)/d]$

es 9) $E(r<R) = Q/(4\pi\varepsilon_0)(1/r^2-r/R^3)$; $E(r>R) = 0$

es 10) $V(0,0,h) = \lambda R\pi/[4\pi\varepsilon_0(R^2+h^2)^{1/2}]+Q/(4\pi\varepsilon_0 h)$

es 13) calcolare $\mathbf{E}(r)$; $m\mathbf{a} = q\mathbf{E}$; $E(r<R) = 1/(4\pi\varepsilon_0)\, Q(1/r^2-r/R^3)$

es 14) $[Q+\int_{a\rightarrow r}\rho 4\pi r'^2 dr']/4\pi\varepsilon_0 r^2 = [Q+2\pi A(r^2-a^2)]/4\pi\varepsilon_0 r^2 = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2 + A/2\varepsilon_0 - 2\pi A a^2/4\pi\varepsilon_0 r^2 = cost$

$\rightarrow Q/4\pi\varepsilon_0 r^2 - 2\pi A a^2/4\pi\varepsilon_0 r^2 = 0 \rightarrow Q = 2\pi A a^2$

es 16) $|\lambda_1|=|\lambda_2|=\lambda$ a) $\lambda\delta/[\pi\varepsilon_0(d^2+\delta^2)]$ b) $\lambda\delta/[\pi\varepsilon_0(d^2-\delta^2)]$

es 17) al centro del cubo, il campo elettrico generato dal cubo forato, sommato al campo generato dal disco, è nullo

es 18) $r<R$: $2\pi r\, h\, E = 1/\varepsilon_0 \int_0^r \frac{k}{r} h\, 2\pi r\, dr$ $r>R$: $2\pi r\, h\, E = 1/\varepsilon_0 \int_0^R \frac{k}{r} h\, 2\pi r\, dr$

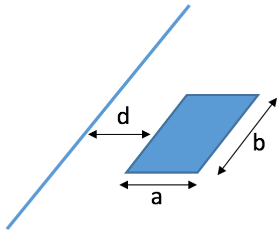
es 20) $V_2-V_1 = -\frac{3}{4}\, \sigma d/\varepsilon_0$

es 21) $E_z(0)= -\sigma_0/(6\varepsilon_0)\, \cos^3\theta|_{\text{fra } 0 \text{ e } \pi}$; $Q_+ = \pi\sigma_0 R^2\, \sin^2\theta|_{\text{fra } 0 \text{ e } \pi/2}$; $Q_- = \pi\sigma_0 R^2\, \sin^2\theta|_{\text{fra } \pi/2 \text{ e } \pi}$; $V(0) = Q/(4\pi\varepsilon_0 R)$

ULTERIORI SUGGERIMENTI DA NON LEGGERE SE NON DOPO AVER PROVATO E RIPROVATO

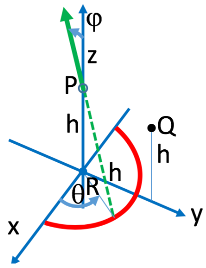
es 3) Gauss: $2\pi rh\, E(r) = \pi a^2 h\, \rho/\varepsilon_0 \rightarrow E(r)= (a^2\rho)/(2\varepsilon_0\, r)$; $dF = E(r)\, \lambda dr$ da integrare da d a d+l

2.1) Su un piano vengono disposti un lungo segmento sottile su cui è distribuita una carica elettrica con densità $\lambda = 1\ \mu C/m$ e, a distanza d = 2 cm, una lamina rettangolare di dimensioni a = 3 cm e b = 4 su cui è presente una densità di carica superficiale $\sigma = 1\ nC/m^2$. Determinare la forza agente sulla lamina.
>>> soluzione: 0,66 μN

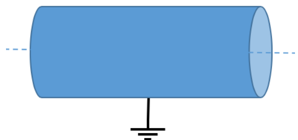


2.2) Un segmento di lunghezza a = 6 cm è uniformemente carico con densità $\lambda = +1{,}4\ \mu C/m$. A distanza 2d = 2 cm da una estremità è posta una carica puntiforme +Q.
Determinare il valore di Q sapendo che nel punto P a metà distanza fra l'estremità del filo e la carica Q il campo elettrico è nullo.
>>> soluzione: Q = 12 nC

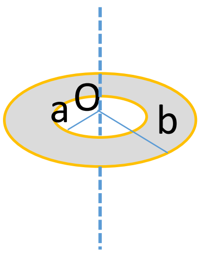
2.3) Un anello carico di forma semicircolare e raggio R = 3 cm, con densità di carica $\lambda = 10\ nC/m$ giace su un semipiano x-y come indicato in figura.
Una carica Q = -0,3 nC giace nel punto Q = {0, h, h} con h = 4 cm.
Calcolare il flusso del campo elettrico totale attraverso la superficie di un cilindro centrato nel sistema di riferimento, con asse lungo z, avente raggio R_{cil} = 2 cm e altezza H_{cil} = 10 cm.



2.5) Un lungo cilindro di raggio R è uniformemente carico con densità ρ. La superficie laterale del cilindro è a potenziale nullo. Ricavare l'espressione del potenziale in tutto lo spazio in funzione della distanza r dall'asse del cilindro.
>>> soluzione: $V(r<R) = \rho\ (R^2-r^2)/(4\varepsilon_0)$; $V(r>R) = \rho R^2/(2\varepsilon_0)\ \ln(R/r)$



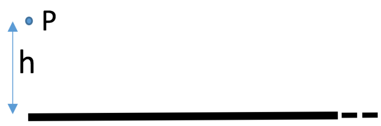
2.6) Graficare l'andamenti della componente x del campo elettrostatico originato da uno strato piano di carica uniformemente distribuito con densità ρ fra il piano di coordinata x = -d/2 e quello di coordinata x = +d/2.
{sugg. utilizzare il teorema di Gauss scegliendo un cilindro con basi parallele allo strato di carica ed equidistanti dal piano x = 0}
>>> soluzione: per 0<x<d/2: $E_x(x) = \rho x/\varepsilon_0$; per d/2<x: $E_x(x) = \rho d/2\varepsilon_0$



2.7) Una carica positiva è distribuita nel vuoto su una corona circolare di raggio interno a ed esterno b, con densità superficiale $\sigma = kr^2$, dove r è la distanza dal centro e k è una costante.
Ricavare l'espressione del potenziale V(0) nel centro della distribuzione nell'ipotesi $V(\infty) = 0$.
>>> soluzione: $k(b^3-a^3)/6\varepsilon_0$

SOLUZIONI/SUGGERIMENTI
2.1) $dF = dq\ E = \sigma\ dx\ dy\ \lambda/(2\pi\varepsilon_0 x)$ d<x<d+a; 0<y<b
2.2) $Q = \lambda\ ad/(a+d)$
2.3) disegnare le cariche e la superficie di Gauss
2.5) $E(r<R) = \rho r/(2\varepsilon_0)$; $E(r>R) = \rho R^2/(2\varepsilon_0 r)$

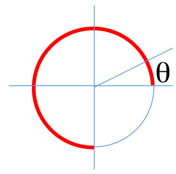
1.1) Determinare l'intensità del campo elettrico generato nel punto P da una carica uniformemente distribuita lungo una semiretta con densità λ = 1 nC/m. Il punto P è sulla perpendicolare alla semiretta in corrispondenza della sua estremità, a distanza h = 1,4 cm.



{potrebbero essere utili $\int \frac{1}{(x^2+a^2)^{3/2}}dx = \frac{1}{a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} + c$ e/o $\int \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}dx = -\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} + c$}

>>> soluzione: $E = (\lambda/4\pi\varepsilon_0)\ \sqrt{2}/h$ = 900 N/C

1.2) Una carica statica nel vuoto è distribuita nel piano XY su un arco di circonferenza ($0 < \theta < 3/2\ \pi$) di raggio R con densità lineare uniforme $\lambda = \lambda_0$. Calcolare:



a) la componente $E_{xy}(0,0,0)$ del campo elettrico nel centro circonferenza

b) la componente $E_z(0,0,z)$ del campo elettrico lungo l'asse della circonferenza.

>>> soluzione: a) $E_{xy}(0,0,0) = \sqrt{2}\lambda_0/(4\pi\varepsilon_0 R)$; b) $E_z(0,0,z) = 3/8\ (\lambda_0 R/\varepsilon_0)[z/(z^2+R^2)^{3/2}]$

1.2bis) se la densità di carica non è uniforme ma ha l'andamento $\lambda = \lambda_0 \sin\theta$ calcolare:

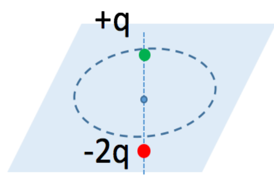
a) la componente $E_{xy}(0,0,0)$ del campo elettrico nel centro circonferenza

b) la componente $E_z(0,0,z)$ del campo elettrico lungo l'asse della circonferenza.

{potrebbero essere utili $\int \sin^2(\vartheta)d\vartheta = \frac{\vartheta}{2} - \frac{\sin(2\vartheta)}{4} + c$ e/o $\int \sin(\vartheta)\cos(\vartheta)d\vartheta = \frac{\sin^2(\vartheta)}{2} + c$}

>>> soluzione: a) $E_{xy}(0,0,0) = (\lambda_0/4\pi\varepsilon_0 R)\ [(-1/2)^2+(-3/4\ \pi)^2]^{1/2}$ b) $E_z(0,0,z) = \lambda_0 R/(4\pi\varepsilon_0)\ [z/(z^2+R^2)^{3/2}]$

1.3) Due cariche q' = q = 1 nC; q" = - 2 q sono poste a distanza 2d = 2 mm. Determinare il valore numerico dell'intensità del campo elettrico nei punti del piano mediano a distanza r = 1 m dal segmento congiungente le due cariche. Nel calcolo numerico considerare d << r.



>>> soluzione: $E = 1/4\pi\varepsilon_0\ q/r^2$= 9 N/C

1.4) Su una spira circolare di raggio R è distribuita uniformemente una carica con densità λ. Lungo l'asse della spira viene posta una bacchetta lunga L anch'essa uniformemente carica (stessa λ). Determinare la forza che agisce tra i due elementi quando un'estremità della bacchetta è nel piano che contiene la spira.

>>> soluzione: $\lambda^2 R/2\varepsilon_0\ [1/R-1/(R^2+L^2)^{1/2}]$

1.5) Un protone (m = 1,7 10^{-27} kg; q = e = 1,6 10^{-19} C) entra con velocità pari a c/10 in una regione di spazio vuoto profonda d = 10 cm in cui incontra un campo elettrostatico uniforme perpendicolare alla traiettoria d'ingresso. Determinare l'angolo fra la traiettoria in ingresso e quella in uscita nell'ipotesi che sia E = 3 MV/m.

>>> soluzione: 3,14 10^{-2} rad = 1,8°

SUGGERIMENTI DA NON LEGGERE SE NON DOPO AVER PROVATO E RIPROVATO

1.1) $E = [E_x^2+E_y^2]^{1/2}$

1.2) $E = [E_x^2+E_y^2]^{1/2}$

1.3) Posto $R^2 = r^2 + d^2$: $Ex = kq/R^2\ r/R - 2kq/R^2\ r/R = -kq\ r/R^3$

$Ey = -kq/R^2\ d/R - 2kq/R^2\ d/R = -3kq\ d/R^3$ $E^2 = [kq/R^3]^2\ [r^2+9d^2] = [kq/r^3]^2[r^2] = [kq/r^2]^2$

1.4) determinare $E(0,0,z) = \lambda R/2\varepsilon_0\ \ z/(z^2+R^2)^{3/2}$ e integrare, per 0 < z < L, la forza agente su un elemento dz della barretta: $dF = E(z)\ \lambda\ dz$

$dF = dq\ E = \sigma\ dx\ dy\ \lambda/(2\pi\varepsilon_0 x)$ $d<x<d+a$; $0<y<b$

1.5) $tg\theta = v_y(t)/v_x(t) = qE/m\ d/v_{x2}$ con t istante di uscita dalla zona con campo: $t = d/v_x$