Problema 1

Nel testo del problema con d si intende la distanza tra la fine del piano inclinato ed il vincolo al quale è attaccata la molla

Punto 1

Per trovare la velocità del punto materiale nell'istante in cui tocca la molla utilizziamo la conservazione dell'energia meccanica, tenendo però conto del lavoro della forza d'attrito lungo il tratto $d - L$:

$$\begin{gathered} E_i = L_{Fatt} + E_f \Rightarrow mgh_1 = 1/2\ mv_f^2 + mg\mu\,(d - L) \\ v_f^2 = 2g\,[h_1 - \mu\,(d - L)] \Rightarrow \boxed{v_f} = \sqrt{2g\,[h_1 - \mu\,(d - l)]} = \boxed{1.17\,\mathrm{m/s}} \end{gathered} \tag{1}$$

Punto 2

Per trovare l'altezza di partenza del punto materiale, sapendo che deve arrivare al vincolo fermo, usiamo di nuovo la conservazione dell'energia meccanica sempre tenendo conto del lavoro della forza d'attrito lungo il tratto d:

$$\begin{gathered} E_i = L_{Fatt} + E_f \Rightarrow mgh_2 = mg\mu d + 1/2kL^2 \\ \boxed{h_2} = \frac{mg\mu d + 1/2kL^2}{mg} = \boxed{0.09\,\mathrm{m}} \end{gathered} \tag{2}$$

In alternativa per chi avesse utilizzato le equazioni del moto invece che la conservazione dell'energia meccanica, il moto si compone di tre moti diversi: un primo di discesa del corpo lungo il piano inclinato, un secondo uniformemente decelerato dalla presenza dell'attrito dinamico e un terzo di compressione della molla. Non avendo alcun dato sul piano inclinato la velocità alla fine del suddetto si calcola con la conservazione dell'energia $v_h = \sqrt{2gh}$ dopo il moto è uniformemente decelerato e si sa la velocità finale di conseguenza va impostato il seguente sistema:

$$\begin{aligned} v_f &= v_h - a_1 t \\ s &= v_h t - 1/2 a_1 t^2 \end{aligned} \tag{3}$$

dove con v_f si è indicata la velocità nell'istante prima della compressione della molla. Come condizioni vanno utilizzate quelle che vengono date nei due punti del problema. Per l'ultimo tratto di moto (compressione della molla) si può scegliere se risolvere l'equazione differenziale di un'oscillatore armonico in presenza di attrito dinamico con le condizioni del problema

$$m\ddot{x} + kx + mg\mu x = 0$$

oppure usare la conservazione dell'energia meccanica della molla.

Problema 2

Punto 1

Il momento di inerzia di un corpo si può calcolare impostando l'integrale della sua definizione:

$$\boxed{I_{CM}} = \int_{-L^2}^{L/2} \frac{M}{L} x^2 dx = \frac{M}{L}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-L/2}^{L/2} = \boxed{\frac{ML^2}{12}} \tag{4}$$

Punto 2

Per calcolare la velocità angolare nell'istante prima dell'urto con il corpo si utilizza la conservazione dell'energia meccanica in quanto si è in presenza di sole forze conservative (forza peso) prendendo come riferimento per l'energia potenziale il livello in cui giace il corpo:

$$E_i = E_f \Rightarrow MgL = Mg\frac{L}{2} + \frac{1}{2}I\omega_f^2 \tag{5}$$

con $I = I_{CM} + ML^2/4 = ML^2/3$

$$\omega_f^2 = \frac{MgL}{\frac{ML^2}{3}} = \frac{3g}{L} \Rightarrow \boxed{\omega_f} = \sqrt{\frac{3g}{L}} = \boxed{4.95\,\mathrm{rad/s}} \tag{6}$$

Punto 3
Per calcolare la velocità del corpo appena urtato si usa la conservazione del momento angolare prendendo come polo di osservazione il perno fisso dell'asta in quanto unico punto fermo del sistema :

$$M_i = M_f \Rightarrow I\omega_f = mv_0L \Rightarrow \boxed{v_0} = \frac{I\omega_f}{m} = \boxed{3.96\,\mathrm{m/s}} \tag{7}$$

Punto 4
Per calcolare l'energia cinetica dissipata nell'urto si usa la differenza tra l'energia cinetica del corpo appena urtato e quella dell'asta prima dell'urto:

$$\boxed{\Delta E} = \frac{1}{2}\left(mv_0^2 - I\omega_f^2\right) = \boxed{-0.98\,\mathrm{J}} \tag{8}$$

Essendo diversa da 0 l'urto non è elastico.

Problema 3

Il ciclo svolto dalla macchina termica in questione è totalmente reversibile. Essendo una funzione di stato, l'entropia totale del ciclo è nulla per definizione e da questo si ricava il calore scambiato con la sorgente a temperatura T_3 grazie all'integrale di Clausius:

$$\Delta S = \int_{ciclo} \frac{\delta Q}{T} = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = 0 \tag{9}$$

Quindi si ricava

$$Q_3 = -T_3\left(\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}\right) = -328,77cal \tag{10}$$

Il rendimento è calcolato tramite la legge

$$\boxed{\eta} = \frac{L_{eff}}{Q_{ass}} = 1 - \frac{|Q_3|}{Q_1 + Q_2} = \boxed{0.34} \tag{11}$$