CALCOLO DELLE PROBABILITA' (Ing. Gestionale) - 14 giugno 2016

Scrivere le risposte negli appositi spazi. Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

1. Una popolazione di scimmie composta da 4000 maschi albini, 36000 maschi non albini, 1000 femmine albine e 30000 femmine non albine. Una scimmia viene selezionata a caso dalla popolazione. Dati gli eventi $H =$"la scimmia un maschio", $E =$"la scimmia non albina", calcolare la probabilit α che la scimmia sia un maschio supposto che sia albina e la probabilit β che la scimmia sia albina supposto che sia una femmina.

   Posto $X = 3|E \wedge H| + 4|E^c|$, calcolare il suo valore atteso $\mathbb{P}(X)$.

2. Sia (X, Y) un vettore aleatorio con densità congiunta

$$f(x, y) = \begin{cases} kx^2y & (x, y) \in T \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

   essendo T il triangolo di vertici $(0, 0), (0, 2), (1, 0)$. Determinare la costante k e la densità marginale di X e la funzione di ripartizione di Y. Calcolare $cov(X, Y)$ e la probabilità p che Y sia minore di X supposto che $Y \leq 1$.

3. In un sistema con due componenti in serie, siano X e Y le durate dei due componenti. Si assuma che X e Y siano stocasticamente indipendenti ed abbiano distribuzione esponenziale di parametri $\lambda_X = \frac{1}{3}$ e $\lambda_Y = 1$. Determinare la funzione di ripartizione F_T della durata T di funzionamento del sistema e la funzione di rischio h_T.

4. La funzione caratteristica di quattro variabili aleatorie $X_1, ..., X_4$ ugualmente distribuite e stocasticamente indipendenti $\phi_{X_j}(t) = e^{-4t^2}$, per $j = 1, ..., 4$. Indicando con Z la media aritmetica di $X_1, ..., X_4$, calcolare la funzione caratteristica $\phi_Z(t)$ di Z e la probabilità $P(Z^2 \leq 2 | Z^2 \leq 8)$.

CALCOLO DELLE PROBABILITA' (Ing. Gestionale) - 10 Gennaio 2017

Scrivere le risposte negli appositi spazi. Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

1. - Date le variabili aleatorie indipendenti X_k, $k = 1, 2, \ldots, N$ con distribuzione normale standard, calcolare: la densità della variabile aleatoria $Z_n = \sum_{k=1}^{n} kX_k$, determinare il suo valore atteso e la sua varianza.

2. - In un controllo di qualita', si estrae un campione di $n = 8$ pezzi da un lotto che ne contiene $N = 40$ fra i quali x difettosi. Il lotto viene accettato (sia E questo evento) se nel campione c'e' al piu' un pezzo difettoso: calcolare (con tre decimali) la probabilita' di E nell'ipotesi $x = 5$.

3. - Date due urne U, V contenenti entrambe N palline, siano α, β le rispettive proporzioni di palline bianche. Si sceglie "a caso" una delle due urne e da essa si estraggono due palline senza restituzione. Calcolare la probabilità dell'evento E=*le due palline sono entrambe bianche.*

4. - Dati quattro numeri aleatori indipendenti e con distribuzione uniforme in $[0, 2]$, calcolare la densità di probabilità della prima statistica d'ordine $X_{(1)} = \min\{X_1, ..., X_4\}$, la probabilità dell'evento $\{X_{(1)} < 1\}$, e la densità di probabilità di $Z = X_{(4)} - X_{(1)}$ (dove $X_{(4)} = \min\{X_1, ..., X_4\}$).

CALCOLO DELLE PROBABILITA' (Ing. Gestionale) - 31 Gennaio 2017

Scrivere le risposte negli appositi spazi. Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

1. - Sia X_1 una variabile aleatoria con distribuzione $Unif(0,1)$ e X_2 con distribuzione $Unif(1,2)$, determinare f_V la densitá di probabilitá di $V = |X_1|/|X_2|$.

2 Sia (X, Y) un vettore aleatorio discreto con la seguente distribuzione congiunta di probabilitá

$P(x,y)$	$Y=0$	$Y=1$	$Y=2$	$Y=3$
$X=0$	1/32	3/32	3/32	1/32
$X=1$	1/16	1/8	1/16	0
$X=2$	1/8	1/8	0	0
$X=3$	1/4	0	0	0

Calcolare il valor medio della variabile X ed il valor medio della variabile X supposto che $Y = 1$. Stabilire se X e Y sono stocasticamente indipendenti. Determinare la distribuzione di $Z = X - Y$.

3 Il proprietario di una catena produttiva di pezzi elettronici ha appena acquistato un kit per testare il funzionamento dei pezzi prodotti. Sulle specifiche del kit risulta che il test ha un'affidabilitá del 95% sia sui pezzi difettosi che non, (ció significa che il test da risposta esatta il 95% delle volte e risposta sbagliata il 5% delle volte). Se il proprietario é consapevole che nella sua catena produttiva la percentuale di pezzi difettosi prodotti é pari allo 0.4%, si calcoli la probabilitá che un pezzo diagnosticato come difettoso dal kit sia davvero difettoso.

4 Il numero di giorni di funzionamento di un componente elettronico é una variabile casuale con media 10 e deviazione standandard 7. Quando un componente si rompe, viene immediatamente sostituito con un componente nuovo. Calcola la probabilitá p che in un anno (365 gg) si debbano impiegare piu' di 30 componenti elettronici.

CALCOLO DELLE PROBABILITA' (Ing. Gestionale) - 10 Aprile 2017

Scrivere le risposte negli appositi spazi. Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

1. - Nella scatola S_1 vi sono m_1 palline numerate con numeri pari (da 2 in poi) e nella scatola S_2 vi sono m_2 palline numerate con numeri dispari (da 1 in poi). Maria sceglie a caso una delle due scatole e procede con l'estrazione di una pallina, reinserendo la pallina estratta nella scatola da dove é stata estratta si sceglie una nuova scatola e si ripete l'esperimento.
Calcolare le probabilità degli eventi

1. A='tra le n palline estratte ci sono esattamente k numeri dispari'
2. B='la somma dei numeri delle n palline estratte è pari ad n'
3. C='la somma dei numeri è 4' per $n = 3$

Se $n = 3$ determinare la probabilitá p che la prima pallina estratta sia numerata con il numero 1 supposto che si verifichi C.

2 Siano X_1, X_2 due variabili aleatorie indipendenti con distribuzione uniforme $Unif(0, 1)$, calcolare la funzione di ripartizione F_W dove $W = X_1X_2$. Determinare la probabilitá $p = P(X_1 \leq X_2^2)$.
3 Sia T la variabile casuale che misura il tempo di vita di un certo elettromestico e si supponga che la sua funzione densitá di probabilità sia la seguente $f_T(t) = 3\exp(-3t), \quad t > 0$. Se l'energia elettrica, W, consumata da questo elettrodomestico é una funzione lineare del suo tempo di vita, cioé se $W(t) = at+b$, con a e b costanti positive, si calcoli il valore atteso e la varianza del consumo energetico dell'elettrodomestico considerato.

4 Due palline vengono scelte a caso da un'urna contenente 8 palline bianche, 4 nere e 2 gialle. Supponiamo che si vincano 2 euro per ogni pallina nera estratta e che se ne perda 1 per ogni pallina bianca estratta. Denotiamo con X la vincita nella generica *manche* di gioco.

Calcolare il valore atteso μ di X.

Sapendo che $\sigma_X = 1.779$ euro, dare una opportuna approssimazione della probabilitá $\hat{p}$ di vincere piú di 10 euro dopo 100 manche di gioco.