FISICA MATEMATICA (Ingegneria Civile)
APPELLO STRAORDINARIO (19.10.2018) A.A.2017/18

COGNOME E NOME ..... N.Ro MATR. .....
LUOGO E DATA DI NASCITA .....

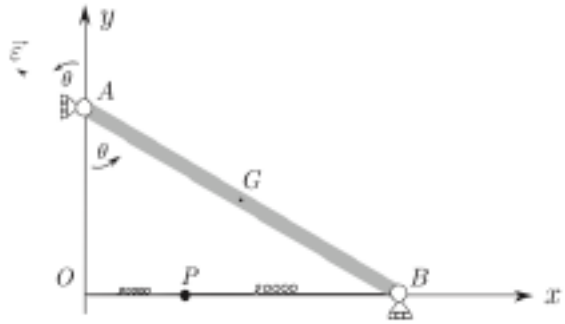
Una sbarra AB rettilinea rigida, omogenea pesante, di massa $\mathcal{M}$ e lunghezza l, ha gli estremi vincolati a scorrere senza attrito lungo due guide rettilinee x ed y solidali a terra ed appartenenti a un piano verticale (x, y); l'asse y è verticale fisso e orientato verso l'alto.

Le sollecitazioni vincolari che agiscono sui due estremi della sbarra sono equivalenti a due singole forze: $(\vec{R}_A,\ \vec{R}_B)$ applicate rispettivamente in A ed in B.

Lungo la guida rettilinea x è anche vincolato a scorrere senza attrito un elemento pesante P di massa m sul quale agisce una forza elastica $-k_O\,\overrightarrow{OP}$ di centro l'origine O del riferimento e costante elastica k_O.

Inoltre, l'estremo B della sbarra e l'elemento (non si urtano e) si scambiano una coppia elastica $(B,\ k_B\,\overrightarrow{BP},\ \ P, k_B\,\overrightarrow{PB})$.

Sia G il baricentro della sbarra, sia $\vec{\varepsilon}$ il versore di $\overrightarrow{BA}$, sia θ l'anomalia che $\vec{\varepsilon}$ forma con il versore $\vec{e}_2$, contata positivamente in senso antiorario rispetto al versore $\vec{e}_3$, e si scelgano come coordinate lagrangiane l'ascissa x dell'elemento P lungo la retta x e l'anomalia θ.



1) Scrivere le espressioni lagrangiane delle energie cinetica e potenziale e usarle per scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema.

2) Introdotte le costanti α e β tali che $k_O = \alpha\, k_B$ e $\mathcal{M}g = \beta\ k_B\, l$, dimostrare che esiste una sola posizione di equilibrio stabile se è $\beta = 2\alpha$.

3) (*facoltativo*) Determinare le posizioni di equilibrio e studiarne la stabilità al variare arbitrario dei parametri α e β.

4) Scrivere le equazioni cardinali della stereodinamica, e di Newton per l'elemento, e verificare le equazioni di Lagrange trovate al Punto precedente.

5) Specificare i valori delle $\vec{R}_A$, $\vec{R}_B$ ed $\vec{R}_P$ in corrispondenza allo stato cinetico ($x = 0$, $\theta = \pi/2$, $\dot{x} = 0$, $\dot{\theta} = 0$).

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____