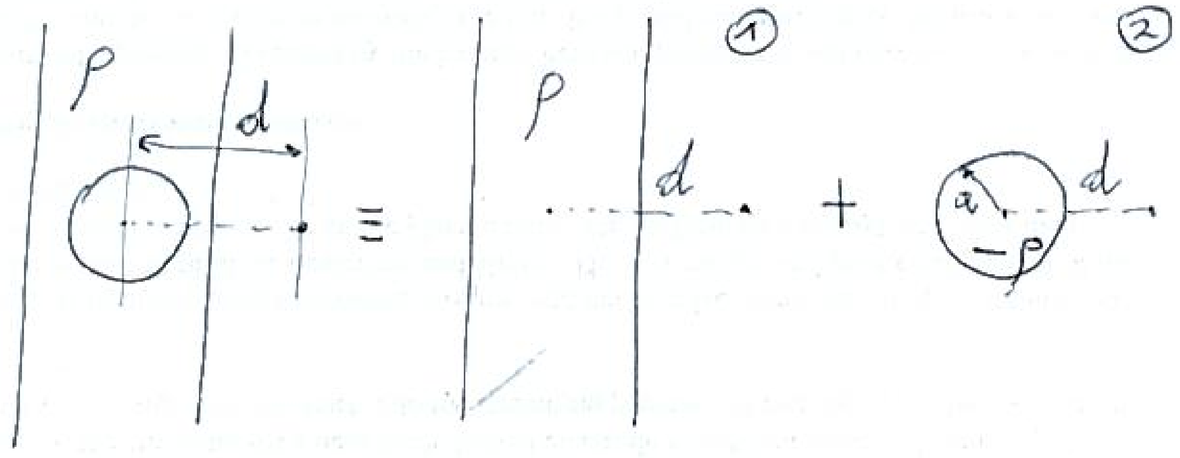
Soluzioni

1



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E_1 = \frac{\rho d}{2\varepsilon_0} \quad \text{dal Teo. di Gauss}$$

$$E_2 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\rho\,\frac{4}{3}\pi a^3\,\frac{1}{d^2} \quad \text{dal Teo. di Gauss}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \rightarrow E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\left(\frac{d}{2} - \frac{a^3}{3d^2}\right)$$

2 Sia C una circonferenza di raggio $r < a$ centro sull'asse del filo ed S una sup. normale al filo avente C come bordo $\Rightarrow$

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S} \qquad J = \frac{I}{\pi a^2}$$

$$2\pi r B(r) = \frac{\mu_0 I}{\pi a^2}\pi r^2 \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$$

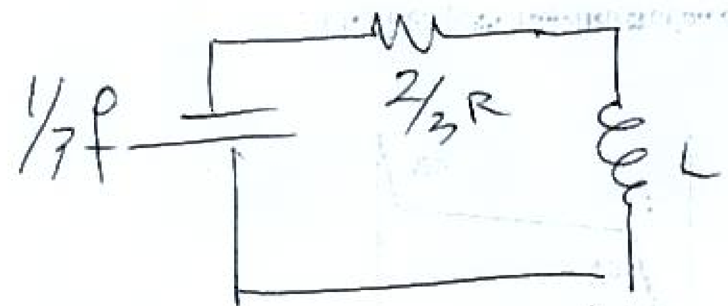
$H(r) = \frac{I r}{2\pi a^2}$; utilizziamo $u_H = \frac{1}{2}BH$

$$U_H = \int_{fe} u_H \, d\tau = \int \frac{1}{2} BH \, d\tau =$$

$$= \int \frac{1}{2} BH \, 2\pi r \, dr \, l$$

$$\Rightarrow \quad \frac{U_H}{l} = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{I^2}{(2\pi)^2} \frac{2\pi}{a^4} \int_0^a r^3 \, dr = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$$

③ Con Teo di Thevenin il circuito si può semplificare:



$$I = \frac{f}{2R}\left[1 - e^{-t/\tau}\right] \quad ; \quad \tau = \frac{3L}{2R}$$

$$W_L = L I \frac{dI}{dt} = \frac{f^2}{6R}\left[1 - e^{-t/\tau}\right] e^{-t/\tau}$$

$$W_J = \frac{f^2}{3R} + I \frac{f}{3} = \frac{f^2}{3R} + \frac{f^2}{6R}\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$$

W_J è pari a quella calcolata dal circuito equivalente più quella dissipata sulle due resistenze se non ci fosse L.

(4)

$$\left|\oint \vec{E}\cdot d\vec{l}\right| = E\,2\pi a = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = S\,\frac{dB}{dt}$$

$$E = \frac{1}{2\pi a}\,\mu_0 n I_0 2\pi f S\,|\cos(2\pi f t)|$$

$$\Delta V_{max} = E_{max}\, a\,\frac{\pi}{2} = \frac{1}{4}\mu_0 n I_0\, 2\pi f S \simeq 59\,mV$$

(5) L'intensità media che colpisce l'occhio nei due casi deve essere la stessa:

$$\bar{I} = \frac{P_{faro}}{4\pi d_{faro}^2} = \frac{P_{lamp}}{4\pi d_{lamp}^2}$$

$$d_{faro} = d_{lamp}\sqrt{\frac{P_{faro}}{P_{lamp}}} \simeq 7\,Km$$

$$E_0^2 = 2 Z_0 \bar{I} \qquad E_0 = \sqrt{\frac{Z_0\, 2 P_{lamp}}{4\pi d_{lamp}^2}}$$