

# Complementi di Fisica - X Lezione

Soluzione degli esercizi 3, 5 e 10  
della V prova di autovalutazione

Soluzione degli esercizi 4, 7 e 8  
della VI prova di autovalutazione

---

Andrea Bettucci

30 aprile 2025

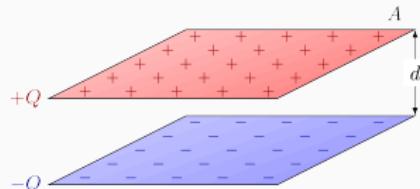
Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria  
Sapienza Università di Roma

## Soluzione degli esercizi 3, 5 e 10 della V prova di autovalutazione

---

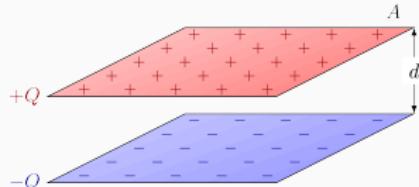
### Esercizio 3

Quanto è intenso il campo elettrico fra le armature di un condensatore piano della capacità di  $0,80 \mu\text{F}$  se queste sono distanti  $2 \text{ mm}$  e ciascuna porta una carica  $92 \mu\text{C}$ ? (Si supponga vi sia aria tra le armature.)



### Esercizio 3

Quanto è intenso il campo elettrico fra le armature di un condensatore piano della capacità di  $0,80 \mu\text{F}$  se queste sono distanti  $2 \text{ mm}$  e ciascuna porta una carica  $92 \mu\text{C}$ ? (Si supponga vi sia aria tra le armature.)



Poiché si ha un condensatore piano, si può ricavare l'area  $A$  della superficie della armature:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{Cd}{\epsilon_0}.$$

Poiché la densità areica di carica sulle armature è:

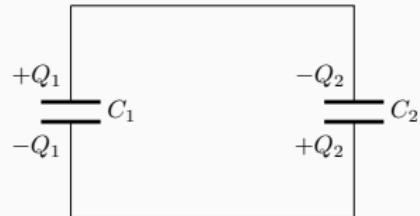
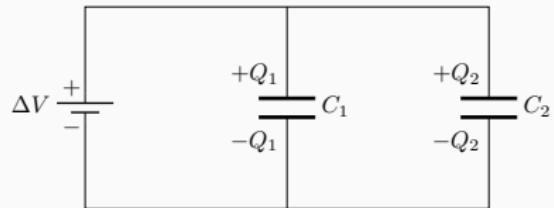
$$\sigma = \frac{Q}{A} = q \frac{\epsilon_0}{Cd};$$

ne consegue che il campo elettrico tra le armature ha intensità

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{Cd} = 5,8 \times 10^4 \text{ V/m.}$$

## Esercizio 5

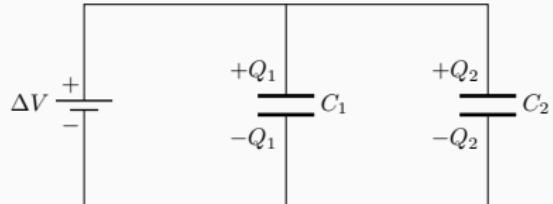
Due condensatori  $C_1 = 2,2 \mu\text{F}$  e  $C_2 = 1,2 \mu\text{F}$  sono collegati in parallelo a una sorgente di tensione di  $\Delta V = 24 \text{ V}$ . Dopo essere stati caricati vengono scollegati dalla sorgente, separati l'uno dall'altro e, successivamente, ricollegati con le armature di segno opposto collegate. Si determini la carica e la tensione di ciascun condensatore dopo che è stato raggiunto l'equilibrio elettrico.



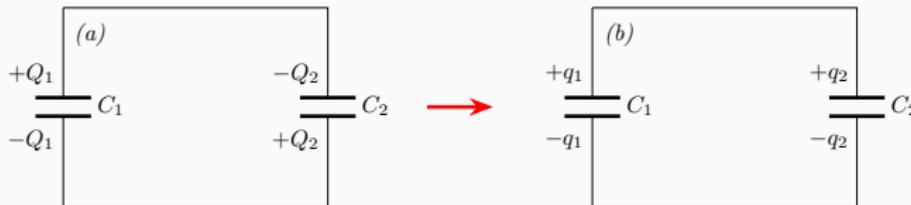
La carica iniziale sui due condensatori è:

$$Q_1 = C_1 \Delta V = 52,8 \mu\text{C}$$

$$Q_2 = C_2 \Delta V = 28,8 \mu\text{C}$$

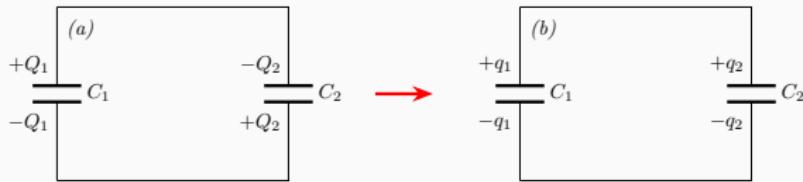


Dopo il ricollegamento, al raggiungimento dell'equilibrio elettrostatico, ai capi dei condensatori c'è la stessa differenza di potenziale  $\Delta V' \neq \Delta V$  perché diversa sarà la carica sulle armature.



(a) Distribuzione delle cariche subito dopo il ricollegamento dei condensatori: ai loro capi vi è  $\Delta V$ ;

(b) Distribuzione delle cariche a equilibrio elettrostatico raggiunto: ai capi dei condensatori vi è  $\Delta V'$



All'equilibrio si deve quindi avere la **stessa differenza di potenziale ai capi dei condensatori**:

$$q_1 = C_1 \Delta V' \quad q_2 = C_2 \Delta V'$$

e la **carica totale sulle armature nella situazione (a) e (b) deve essere la stessa**; ad esempio, per le armature superiori

$$Q_1 - Q_2 = q_1 + q_2 = 24,0 \mu C.$$

Poiché la capacità totale del sistema è  $C_1 + C_2$ , allora:

$$\Delta V' = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} \simeq 7,1 V; \quad q_1 = C_1 \Delta V' \simeq 16,0 \mu C; \quad q_2 = C_2 \Delta V' \simeq 8,0 \mu C.$$

## Esercizio 10

Un condensatore piano della capacità di  $C = 60 \mu\text{F}$  e con le armature distanti  $d_1 = 2,0 \text{ mm}$  viene collegato a una batteria avente una differenza di potenziale  $V_1 = 12 \text{ V}$  tra i suoi poli.

Successivamente la pila viene rimossa e le armature del condensatore vengono allontanante fino a una distanza  $d_2 = 3,5 \text{ mm}$ .

(a) Qual è la carica del condensatore? (b) Qual è l'energia iniziale e finale immagazzinata nel condensatore?

## Esercizio 10

Un condensatore piano della capacità di  $C = 60 \mu\text{F}$  e con le armature distanti  $d_1 = 2,0 \text{ mm}$  viene collegato a una batteria avente una differenza di potenziale  $V_1 = 12 \text{ V}$  tra i suoi poli.

Successivamente la pila viene rimossa e le armature del condensatore vengono allontanante fino a una distanza  $d_2 = 3,5 \text{ mm}$ .

(a) Qual è la carica del condensatore? (b) Qual è l'energia iniziale e finale immagazzinata nel condensatore?

(a) La carica sulle armature del condensatore è:

$$Q = CV_1 = (60 \mu\text{F})(12 \text{ V}) = 720 \mu\text{C}.$$

(b) L'energia iniziale del condensatore è:

$$U_{\text{iniz}} = \frac{1}{2} QV_1 = \frac{1}{2} (720 \mu\text{C})(12 \text{ V}) = 4320 \mu\text{J}.$$

Alternativamente, l'energia può essere espressa nella forma

$$U_{\text{iniz}} = \frac{1}{2}CV_1^2 = (60 \mu\text{F})(12 \text{ V})^2 = 4320 \mu\text{J}.$$

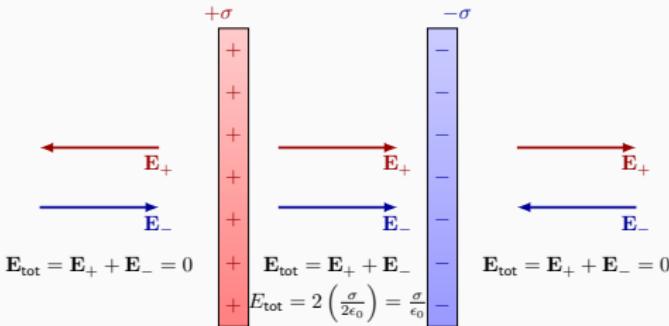
**Quando il condensatore viene staccato dalla batteria, la carica sulle armature deve rimanere costante.**

Allontanando le armature, la capacità del condensatore diminuisce. Poiché  $C = Q/V$ , se  $C$  diminuisce e  $Q$  rimane costante ne deriva che l'allontanamento delle armature aumenta la differenza di potenziale  $V$  esistente tra esse!

**L'allontanamento delle armature del condensatore non connesse alla batteria fa aumentare l'energia immagazzinata:**

$$U = \frac{1}{2}QV$$

Per trovare l'energia immagazzinata nel condensatore quando la distanza tra le armature è  $d_2 = 3,5 \text{ mm}$  occorre determinare la differenza di potenziale tra le armature in questa condizione.



Il campo elettrico tra le armature è uniforme e non varia con il loro allontanamento ( $\sigma$  è costante!)

$$V_1 = Ed_1$$

$$V_2 = Ed_2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{d_2}{d_1} \quad \Rightarrow \quad V_2 = V_1 \frac{d_2}{d_1} = 21 \text{ V.}$$

E quindi

$$U_{\text{fin}} = \frac{1}{2} Q V_2 = 7560 \mu\text{J} \quad \Rightarrow \quad U_{\text{fin}} - U_{\text{iniz}} = 3240 \mu\text{J.}$$

Per il principio di conservazione dell'energia, l'incremento di energia immagazzinata deve essere pari al lavoro fatto dall'esterno **per allontanare le armature!** Proviamo a calcolarlo.

Supponiamo di tenere ferma l'armatura positiva e di allontanare quella negativa. **La forza di Coulomb quando si allontana l'armatura negativa fa un lavoro negativo (perché?)**; poiché il campo è uniforme, tale lavoro è espresso da:

$$L_C = -F_C(d_2 - d_1) = -Q \frac{E}{2} (d_2 - d_1)$$

essendo  $E$  il campo elettrico creato da *entrambe* le armature.

$$E = \frac{V_1}{d_1} = \frac{12 \text{ V}}{2 \times 10^{-3} \text{ m}} = 6 \text{ kV/m}$$

da cui

$$L_C = (-720 \mu\text{C})(3 \text{ kV/m})(1,5 \text{ mm}) = -3240 \mu\text{J}.$$

**Il lavoro fatto dall'esterno è pari a  $-L_C$  (perché?)** cosicché il lavoro fatto dall'esterno è esattamente uguale all'incremento dell'energia immagazzinata nel condensatore.

## Soluzione degli esercizi 4, 7 e 8 della VI prova di autovalutazione

---

## Esercizio 4

Si calcoli la caduta di potenziale che si verifica agli estremi di un filo di rame della lunghezza di 21 m e del diametro di 1,628 mm nel quale scorre una corrente di 12 A. (Resistività del rame:  $1,68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ).

## Esercizio 4

Si calcoli la caduta di potenziale che si verifica agli estremi di un filo di rame della lunghezza di 21 m e del diametro di 1,628 mm nel quale scorre una corrente di 12 A. (Resistività del rame:  $1,68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ).

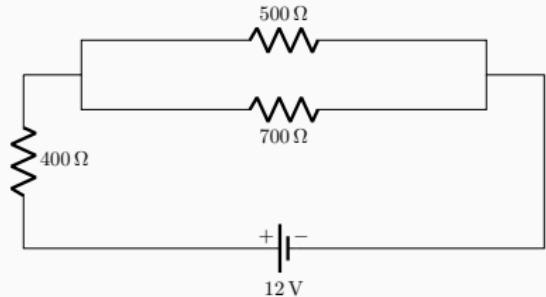
Dalla legge di Ohm e dall'espressione della resistività di un conduttore filiforme si ha:

$$V = IR = I\rho \frac{\ell}{A} = (12 \text{ A})(1,68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) \frac{21 \text{ m}}{\pi \left( \frac{1,628 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2}.$$

Si ricava:  $V = 2,0 \text{ V}$ .

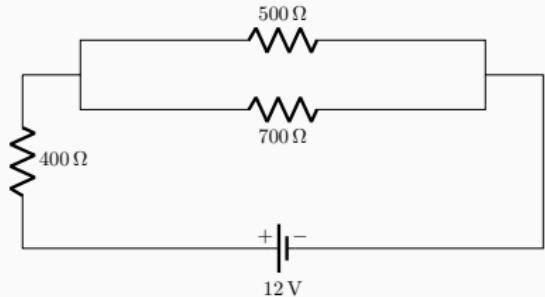
## Esercizio 7

Considerando il circuito della figura, (a) Quanta corrente eroga la batteria? (b) Qual è l'intensità della corrente che scorre nelle resistenze da  $500\ \Omega$  e  $700\ \Omega$ ?

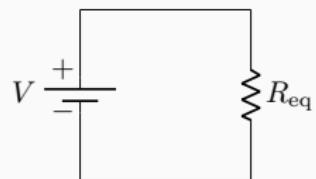


## Esercizio 7

Considerando il circuito della figura, (a) Quanta corrente eroga la batteria? (b) Qual è l'intensità della corrente che scorre nelle resistenze da  $500\ \Omega$  e  $700\ \Omega$ ?

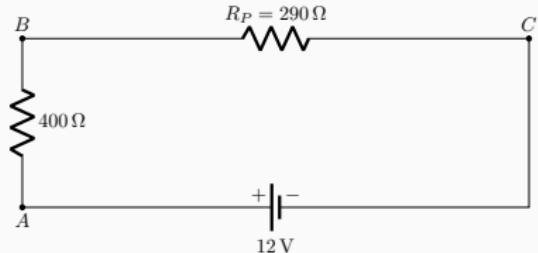
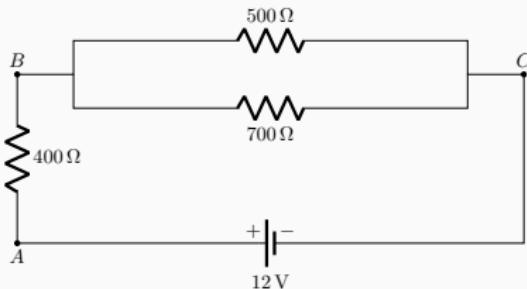


Per rispondere alla prima domanda è necessario semplificare il circuito riducendo l'insieme delle resistenze a un'unica resistenza equivalente  $R_{eq}$ , cosicché dalla legge di Ohm si ha:



$$I = \frac{V}{R_{eq}}.$$

## Semplificazione del circuito - Circuito equivalente

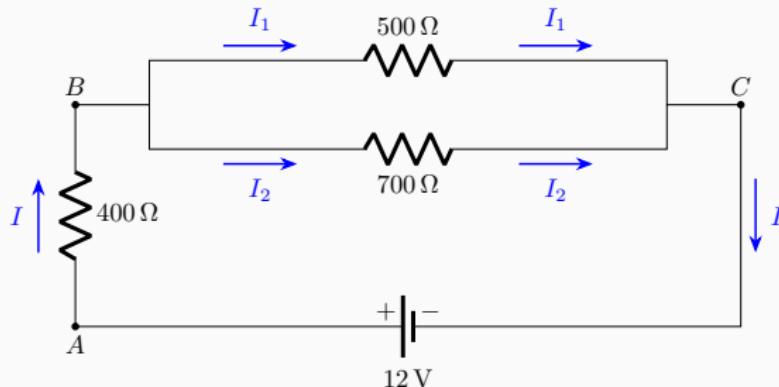


$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{500\Omega} + \frac{1}{700\Omega} = 0,0034\Omega^{-1} \Rightarrow R_P = 290\Omega.$$

$$R_{\text{eq}} = 290\Omega + 400\Omega = 690\Omega.$$

Per la legge di Ohm la corrente erogata dalla batteria è:

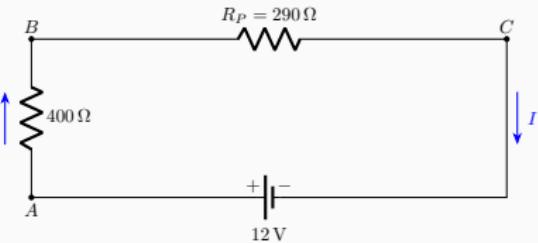
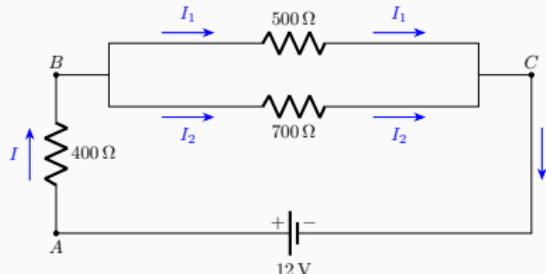
$$I = \frac{V}{R_{\text{eq}}} = 0,0174\text{ A} \simeq 17\text{ mA.}$$



La corrente che scorre nelle due resistenze da  $500$  e  $700\ \Omega$  non è la stessa. Le due resistenze hanno la medesima differenza di potenziale ai loro capi ( $V_B - V_C$ ) ma, per la legge di Ohm, avendo resistenza diversa, sono percorse da correnti diverse. Ovviamente deve essere

$$I_1 + I_2 = I$$

Per la determinazione di  $I_1$  e  $I_2$  occorre conoscere  $V_B - V_C$  che si ottiene dal circuito equivalente tramite la legge Ohm.



$$V_B - V_C = IR_P = (0,0174 \text{ A})(290 \Omega) = 5 \text{ V}.$$

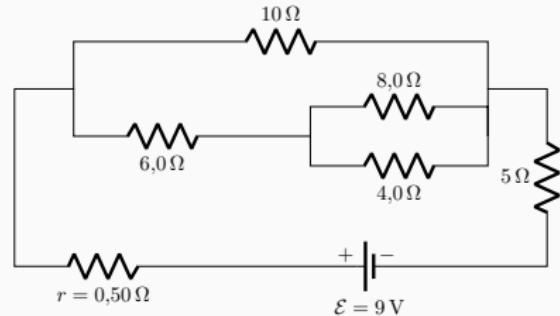
$$I_1 = \frac{5 \text{ V}}{500 \Omega} = 10 \text{ mA}$$

e

$$I_2 = \frac{5 \text{ V}}{700 \Omega} = 7 \text{ mA.}$$

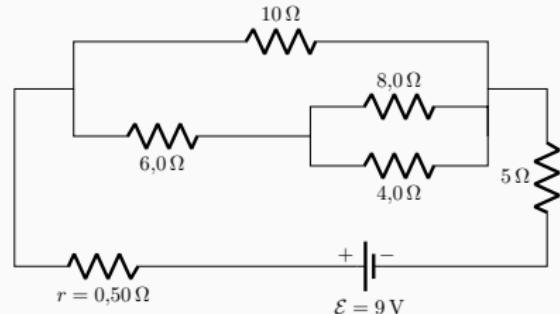
## Esercizio 8

Una batteria da  $9\text{ V}$  e di resistenza interna  $r = 0,5\Omega$  viene usata per alimentare il circuito mostrato in figura. (a) Quanta corrente viene erogata dalla batteria? (b) Qual è la tensione tra i morsetti della batteria? (c) Qual è l'intensità della corrente che scorre nel resistore da  $6\Omega$ ?

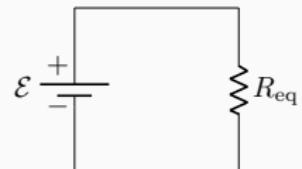


## Esercizio 8

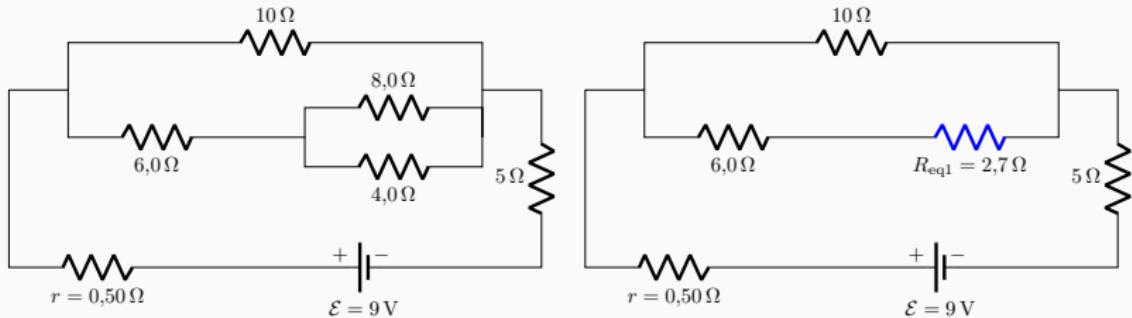
Una batteria da  $9\text{ V}$  e di resistenza interna  $r = 0,5\Omega$  viene usata per alimentare il circuito mostrato in figura. (a) Quanta corrente viene erogata dalla batteria? (b) Qual è la tensione tra i morsetti della batteria? (c) Qual è l'intensità della corrente che scorre nel resistore da  $6\Omega$ ?



Come nell'esercizio precedente, per rispondere alla prima domanda è necessario semplificare il circuito riducendo l'insieme delle resistenze a un'unica resistenza equivalente  $R_{\text{eq}}$ .

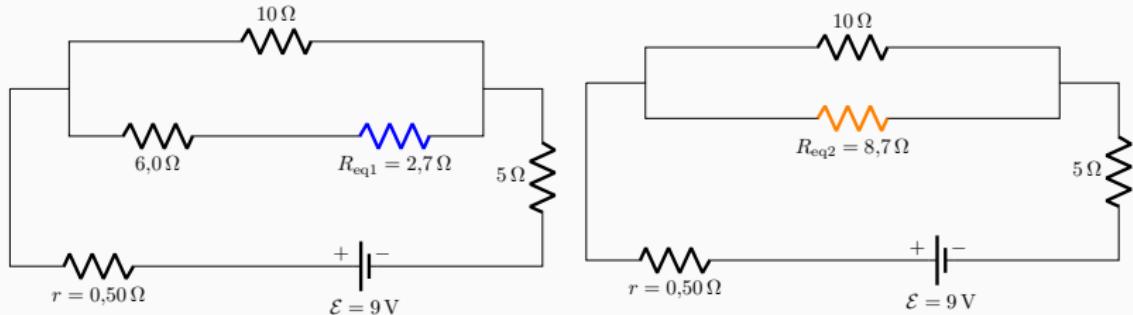


## Prima semplificazione del circuito



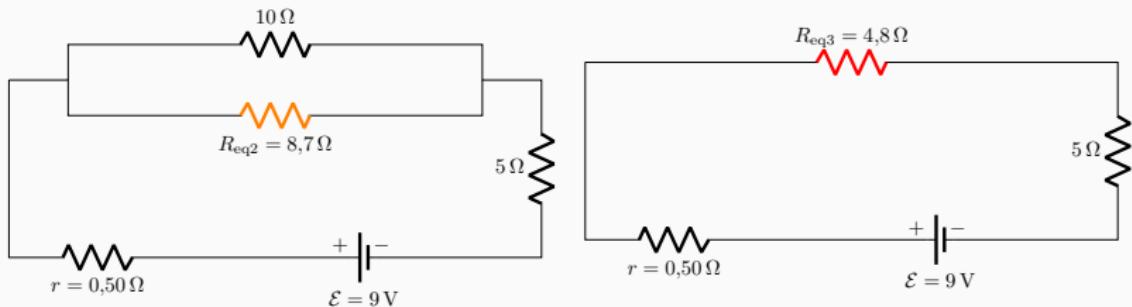
$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{8,0 \Omega} + \frac{1}{4,0 \Omega} = \frac{3}{8 \Omega} \quad \Rightarrow \quad R_{eq1} = 2,7 \Omega.$$

## Seconda semplificazione del circuito



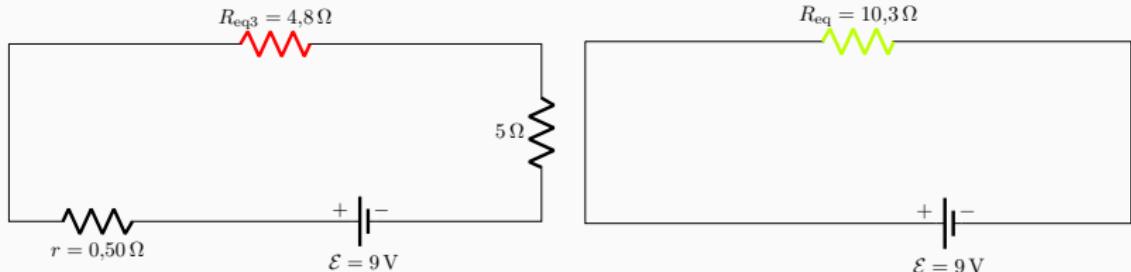
$$R_{\text{eq}2} = 6 \Omega + 2,7 \Omega = 8,7 \Omega.$$

## Terza semplificazione del circuito



$$\frac{1}{R_{\text{eq}3}} = \frac{1}{10,0 \Omega} + \frac{1}{8,7 \Omega} = 0,21 \Omega^{-1} \quad \Rightarrow \quad R_{\text{eq}3} = 4,8 \Omega.$$

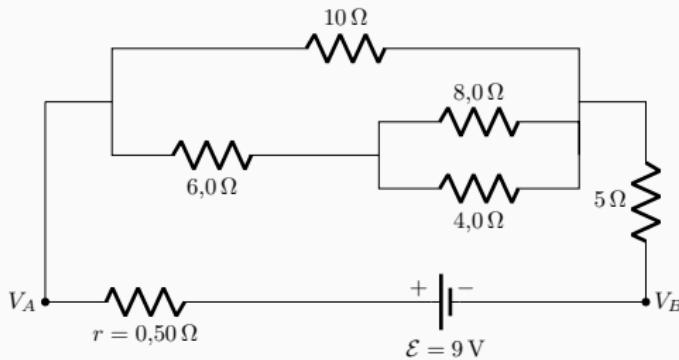
## Ultima semplificazione del circuito



$$R_{eq} = 4,8 \Omega + 5,0 \Omega + 0,5 \Omega = 10,3 \Omega.$$

Per la legge di Ohm, la corrente che scorre nel circuito è:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = 0,87 \text{ A.}$$



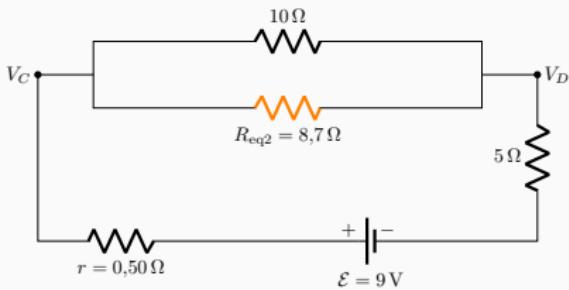
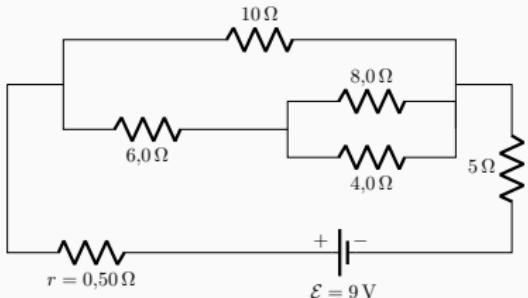
(b) Per calcolare la differenza di potenziale tra i punti  $A$  e  $B$ , considerando che la corrente circola nel circuito in senso orario, si può andare dal punto  $B$  al punto  $A$  passando attraverso la f.e.m. ( $I > 0$ ):

$$V_B - V_A + \mathcal{E} = Ir$$

e quindi

$$V_B - V_A = -\mathcal{E} + Ir = -9 \text{ V} + (0,87 \text{ A})(0,5 \Omega) = -8,6 \text{ V}.$$

(c) La corrente  $I'$  che scorre nella resistenza da  $6,0\Omega$  è la stessa che scorre in  $R_{eq2}$



Considerando che la corrente scorre nel circuito in senso orario, andando dal punto  $D$  al punto  $C$  passando attraverso la f.e.m. ( $I > 0$ ) si ha:

$$(V_D - V_C) + 9,0 \text{ V} = (0,87 \text{ A})(0,5 \Omega + 5 \Omega) = -4,2 \text{ V} \Rightarrow V_C - V_D = 4,2 \text{ V}$$

e quindi

$$I' = \frac{4,2 \text{ V}}{8,7 \Omega} = 0,48 \text{ A.}$$