

Complementi di Fisica - XI Lezione

Corrente elettrica

Resistenza - Legge di Ohm

Forza elettromotrice

Resistenze in serie e parallelo

Esercizio 7 della IV Prova di autovalutazione

Andrea Bettucci

12 aprile 2024

Dipartimento di Scienze di Base e Applicate
Sapienza Università di Roma

Corrente elettrica

- Un flusso di cariche elettriche costituisce una **corrente elettrica**.
- Nei conduttori può fluire una corrente elettrica poiché gli elettroni hanno la capacità di muoversi in un conduttore.
- Una corrente elettrica nasce dal flusso di una **qualsiasi** carica.
- Ad esempio, un flusso di protoni in aria accelerati da un campo elettrico, costituisce una corrente.

Corrente elettrica

La corrente che percorre un filo conduttore è definita come la quantità di carica che in qualunque suo punto attraversa la sezione trasversale del filo nell'unità di tempo

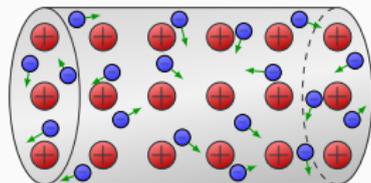
$$i = \frac{dq}{dt}$$

dove dq è la quantità di carica che nel tempo dt attraversa una sezione trasversale qualsiasi del conduttore.

L'unità di misura della corrente è l'**ampere (A)**: $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$.

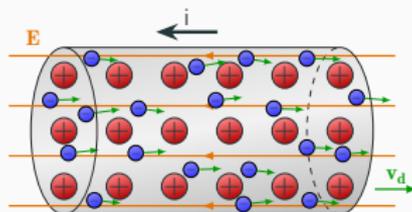
Per convenzione la direzione della corrente è data dalla direzione del moto delle cariche positive: il movimento di cariche negative in una direzione e quello delle cariche positive in direzione opposta determinano entrambi una corrente nella stessa direzione.

In un conduttore, ad esempio in un filo conduttore, in assenza di un campo elettrico gli elettroni si muovono (per agitazione termica) in maniera disordinata: non vi è un flusso netto di elettroni in una data direzione.



In un conduttore non può scorrere corrente in assenza di campo elettrico.

È l'applicazione di un campo elettrico, e quindi di una differenza di potenziale ai capi del filo, che determina il flusso netto degli elettroni in direzione opposta al campo elettrico con velocità media \mathbf{v}_d .



La corrente elettrica nei conduttori scorre nella direzione del campo elettrico, ovvero nella direzione dei potenziali decrescenti.

Per far scorrere una corrente in un conduttore occorre applicare una tensione

- In condizioni statiche il campo elettrico all'interno di un conduttore è nullo: se così non fosse le cariche (elettroni) si muoverebbero non più in maniera casuale e il conduttore non sarebbe più in condizione statiche.
- Se un filo conduttore è percorso da corrente, gli elettroni si muovono lungo la direzione del filo: vi deve essere un campo elettrico all'interno del conduttore, ovvero il conduttore non è più in equilibrio elettrostatico.
- Per produrre un campo elettrico nella direzione del filo è necessario applicare una differenza di potenziale ΔV tra due punti del filo tramite un generatore di tensione: una batteria, per esempio.

Legge di Ohm

Legge di Ohm

Se ai capi di un conduttore filiforme, a temperatura costante, viene applicata una differenza di potenziale ΔV costante, la corrente che scorre nel filo è proporzionale alla differenza di potenziale:

$$I = \frac{\Delta V}{R}$$

La costante R si chiama **resistenza** del conduttore.

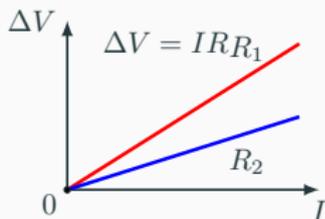
La legge di Ohm può anche essere espressa in una forma alternativa:

Se ai capi di un conduttore filiforme, a temperatura costante, viene applicata una differenza di potenziale ΔV costante, il rapporto tra la differenza di potenziale e la corrente che scorre nel filo è costante:

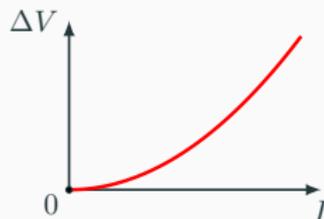
$$R = \frac{\Delta V}{I}$$

- L'unità di misura della resistenza è detta **ohm** e si indica con la lettera Ω : un conduttore presenta la resistenza di 1Ω quando in esso scorre la corrente di 1 A avendo applicato ai suoi estremi una differenza di potenziale di 1 V .
- Nella legge di Ohm viene specificato che il conduttore deve essere tenuto a temperatura costante perché **la resistenza di un conduttore è funzione della temperatura**.
- La legge di Ohm non è una legge fondamentale della fisica perché esistono conduttori che non seguono tale legge.

Conduttore che rispetta
la legge di Ohm



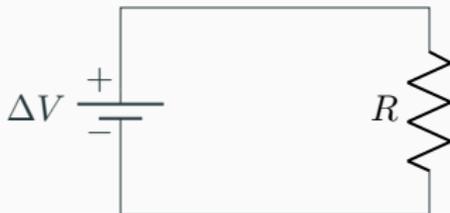
Conduttore che non rispetta
la legge di Ohm



- Un conduttore (o un dispositivo) che segue la legge di Ohm viene si chiama **resistore**.
- In molti circuiti, in modo particolare nei dispositivi elettronici, **i resistori sono impiegati per controllare l'intensità di corrente**.
- Negli schemi dei circuiti un resistore viene indicato con il simbolo:



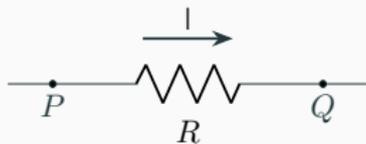
- Nella schematizzazione dei circuiti, i fili metallici di collegamento la cui resistenza è trascurabile, sono invece rappresentati con linee continue.



Esempio

Una corrente I attraversa un resistore di resistenza R come mostra la figura.

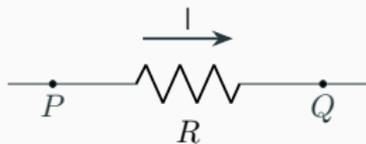
- Il potenziale è maggiore in P o in Q ?
- La corrente è maggiore in P o in Q ?



Esempio

Una corrente I attraversa un resistore di resistenza R come mostra la figura.

- a) Il potenziale è maggiore in P o in Q ?
- b) La corrente è maggiore in P o in Q ?

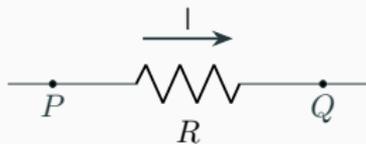


a) Le cariche positive si muovono nel verso del campo elettrico che è diretto verso i potenziali decrescenti; quindi $V_Q < V_P$.

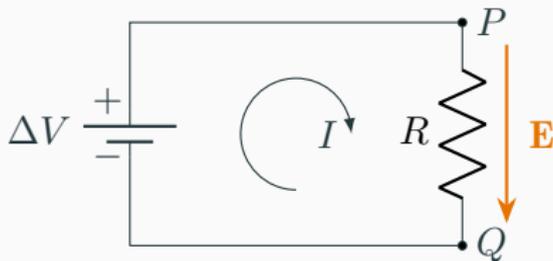
Esempio

Una corrente I attraversa un resistore di resistenza R come mostra la figura.

- Il potenziale è maggiore in P o in Q ?
- La corrente è maggiore in P o in Q ?



- Le cariche positive si muovono nel verso del campo elettrico che è diretto verso i potenziali decrescenti; quindi $V_Q < V_P$.
- Le cariche elettriche che entrano in P devono uscire in Q : il resistore non crea né consuma cariche: $I_P = I_Q = I$.

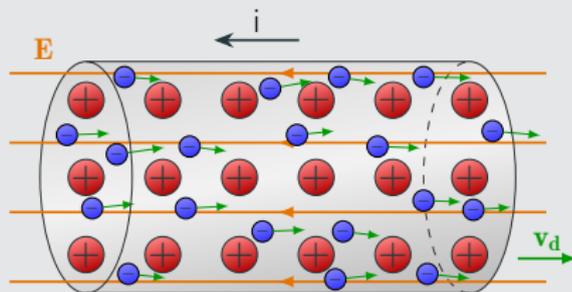


Alcune precisazioni

1. I generatori di tensione, come le batterie, non producono una corrente costante, ma generano una differenza di potenziale costante, o praticamente costante, tra due punti.
2. L'intensità della corrente che attraversa un filo o un dispositivo collegato a un generatore di tensione dipende dalla resistenza del filo o del dispositivo.
3. La resistenza è una proprietà *intrinseca* del filo o del dispositivo; la differenza di tensione è una proprietà *estrinseca* al filo o al dispositivo e viene applicata ai suoi estremi da un generatore di tensione.
4. La corrente che circola nel filo o nel dispositivo è la risposta del filo o del dispositivo all'applicazione della differenza di potenziale: se il filo o il dispositivo seguono la legge Ohm essa aumenta se la tensione cresce o la resistenza diminuisce secondo la l'espressione $I = \Delta V/R$.

Alcune precisazioni

5. Il verso convenzionalmente positivo della corrente in un filo, in un dispositivo o in un tratto di circuito elettrico è quello in cui si muovono le cariche positive: dal potenziale maggiore a quello inferiore (direzione del campo elettrico).
6. La corrente e la carica che attraversano un filo o un dispositivo non aumentano, diminuiscono. né si consumano all'interno del filo o del dispositivo: la quantità di carica che entra a un'estremità è la stessa che esce dall'altra.



Si trova sperimentalmente che per un conduttore filiforme di lunghezza ℓ ed area della sezione trasversale A che segue la legge di Ohm, la resistenza R è direttamente proporzionale ad ℓ e inversamente proporzionale ad A

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

dove la costante di proporzionalità ρ è chiamata **resistività** e dipende dal materiale di cui è costituito il filo.

Resistività di alcuni materiali

	$\rho, \Omega \cdot \text{m}$
Rame	$1,68 \times 10^{-8}$
Oro	$2,44 \times 10^{-8}$
Ferro	$9,71 \times 10^{-8}$
Vetro	109×10^{12}

Esercizio

Si vogliono collegare con un cavo di rame gli altoparlanti e un amplificatore stereofonico distanti tra loro 20 m.

- Quale deve essere il diametro minimo affinché la resistenza di ciascun cavo non superi il valore $R = 0,10 \Omega$?
- Se la corrente in un altoparlante è $I = 4,0 \text{ A}$ qual è la differenza di potenziale ai capi di ciascun cavo? ($\rho_{Cu} = 1,68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$)

Esercizio

Si vogliono collegare con un cavo di rame gli altoparlanti e un amplificatore stereofonico distanti tra loro 20 m.

- a) Quale deve essere il diametro minimo affinché la resistenza di ciascun cavo non superi il valore $R = 0,10 \Omega$?
- b) Se la corrente in un altoparlante è $I = 4,0 \text{ A}$ qual è la differenza di potenziale ai capi di ciascun cavo? ($\rho_{Cu} = 1,68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$)

a) Se r è il raggio di un cavo, l'area della sezione trasversale è

$$A = \pi r^2;$$

$$A = \rho_{Cu} \frac{\ell}{R} = 3,4 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \quad \Rightarrow \quad r = 1,04 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad d_{\min} = 2r = 2,1 \text{ mm}.$$

b) Dalla legge di Ohm

$$\Delta V = IR = 0,4 \text{ V}.$$

La caduta di tensione lungo il cavo di collegamento riduce la tensione applicata agli altoparlanti rispetto al caso in cui essi fossero a ridosso dell'amplificatore

Potenza in un tratto qualsiasi di circuito elettrico

L'energia elettrica può essere trasformata in altre forme di energia. Per valutare la potenza (energia per unità di tempo) trasformata in un dispositivo elettrico consideriamo un tratto di circuito qualsiasi:



In un tempo dt la quantità di carica che entra in un estremo e esce dall'altro è $dq = Idt$.

Il passaggio di dq da V_A a V_B ($V = V_A - V_B > 0$) richiede lavoro:

$$dU = dq(V_B - V_A) = -IdtV \quad \Rightarrow \quad dL = -dU = IdtV$$

La potenza è

$$P = \frac{dL}{dt} = IV = I(V_A - V_B)$$



$$P = IV = I(V_A - V_B)$$

Si tratta di potenza ceduta al circuito dalla sorgente che mantiene i potenziali V_A e V_B se la I passa nel verso in cui i potenziali decrescono, e di potenza ceduta dal circuito in caso contrario.

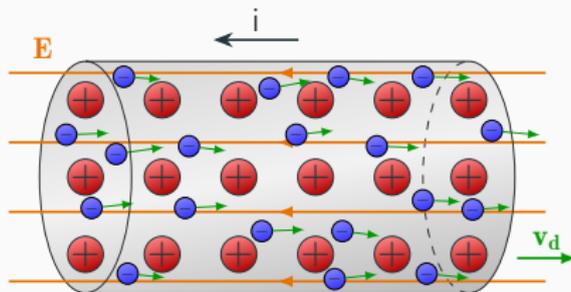
Legge di Joule

Se il tratto è formato da un conduttore che segue la legge di Ohm ($V = IR$), la potenza dissipata e trasformata in calore è:

$$P = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

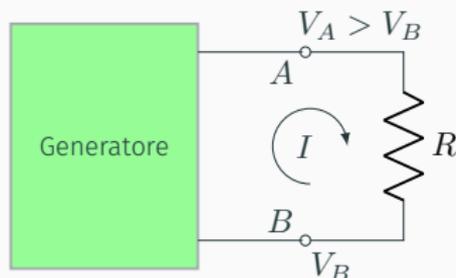
Le ragioni fisiche che conducono a dissipazione di energia al passaggio di una corrente in un conduttore sono le stesse che causano la comparsa della resistenza.

Quando si applica una tensione alle estremità del conduttore, gli elettroni liberi sono accelerati dal campo elettrico: l'energia degli elettroni aumenta. Nel loro tragitto attraverso il metallo gli elettroni cedono una quota di energia mediante urti elastici contro gli ioni che costituiscono la struttura reticolare del metallo che, di conseguenza, si riscalda.

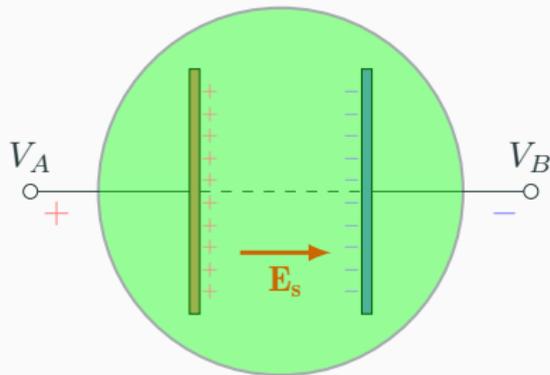


Forza elettromotrice

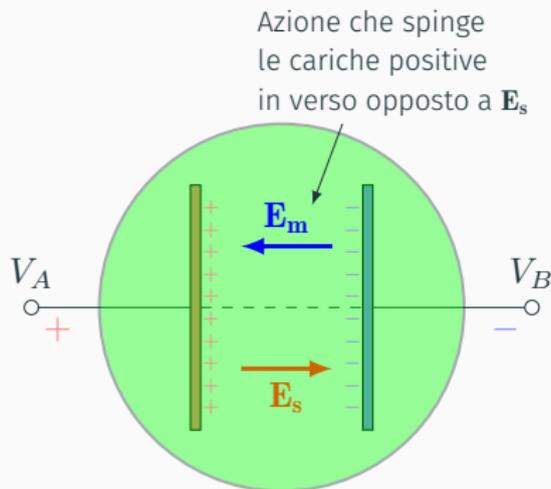
Il più semplice circuito in corrente continua è quello costituito da una resistenza R e da un generatore il quale mantenga ai capi della resistenza una differenza di potenziale $\Delta V = V_A - V_B$.



- Per far circolare la corrente I occorre spendere energia che nella resistenza è trasformata in calore per effetto Joule.
- Questa energia deve essere fornita dal generatore.
- Nel generatore il moto delle cariche deve avvenire in verso opposto a quello del campo elettrico stazionario esistente, sempre nel generatore, fra gli elettrodi A e B .



Nel generatore è presente un'azione sulle cariche opposta a quella esercitata dal campo elettrostatico presente all'interno del generatore. Quest'azione che fa guadagnare energia elettrostatica potenziale alle cariche e mantiene la differenza di potenziale costante ai capi del generatore si chiama **campo elettromotore, E_m** .



Nel generatore è presente un'azione sulle cariche opposta a quella esercitata dal campo elettrostatico presente all'interno del generatore. Quest'azione che fa guadagnare energia elettrostatica potenziale alle cariche e mantiene la differenza di potenziale costante ai capi del generatore si chiama **campo elettromotore, \mathbf{E}_m** .

Si chiama **forza elettromotrice** di un generatore (f.e.m.), generalmente indicata con la lettera \mathcal{E} , la differenza di potenziale ai suoi capi misurata a circuito aperto (senza scorrimento di corrente).

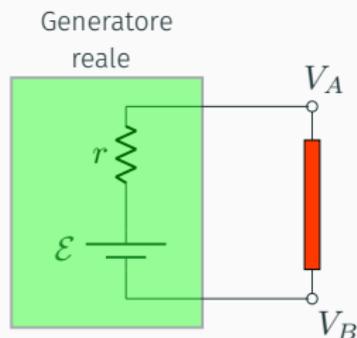
Nei generatori reali, ad esempio nelle batterie, la differenza di potenziale misurata a circuito aperto è maggiore di quella misurata facendo circolare corrente su un carico esterno. Questo perché la carica nel generatore deve muoversi da un elettrodo all'altro incontrando opposizione (resistenza) da parte del campo elettrostatico.

Un generatore reale presenta una resistenza interna r .

Quando circola corrente nel circuito esterno al generatore reale, la conservazione dell'energia richiede che:

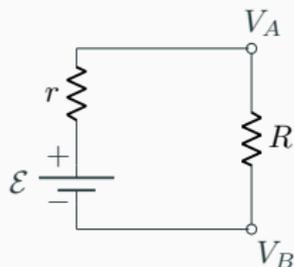
$$\mathcal{E}I = (V_A - V_B)I + I^2r$$

$$V_A - V_B = \mathcal{E} - Ir$$



Esercizio

Un resistore da $R = 65 \Omega$ viene collegato ai terminali di una batteria di un'auto di f.e.m 12V e resistenza interna $= 0,5 \Omega$. Si determini la corrente che circola nel circuito, la tensione sui morsetti della batteria e la potenza dissipata da R e r .



$$V_A - V_B = \mathcal{E} - Ir$$

dove $\mathcal{E} = 12\text{V}$ è la f.e.m. Per la legge di Ohm

$$V_A - V_B = IR \Rightarrow IR = \mathcal{E} - Ir \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = 0,183\text{A}$$

Quindi

$$V_A - V_B = \mathcal{E} - Ir = 11,9\text{V}$$

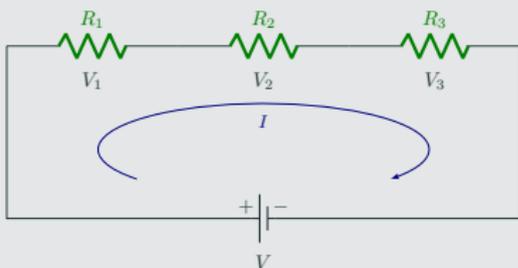
La potenza dissipata è:

$$P_R = I^2 R = 2,18\text{W} \quad P_r = I^2 r = 0,02\text{W}$$

Resistenze in serie e in parallelo

Resistenze in serie

Nel collegamento in serie (da estremità a estremità) tutte le resistenze sono percorse dalla stessa corrente: la carica non si può accumulare da qualche parte nel circuito.



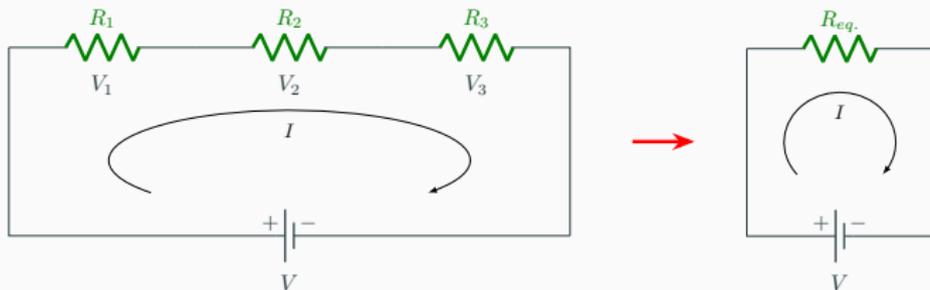
Il principio di conservazione dell'energia richiede che:

$$VI = I^2 R_1 + I^2 R_2 + I^2 R_3 \quad \Rightarrow \quad V = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

La corrente che circola nel circuito è

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{V}{R_{eq.}}$$

ovvero, in una resistenza $R_{eq.} = R_1 + R_2 + R_3$ collegata a una differenza di potenziale V uguale a quella del circuito scorrerebbe la stessa corrente che scorre nelle tre resistenze.



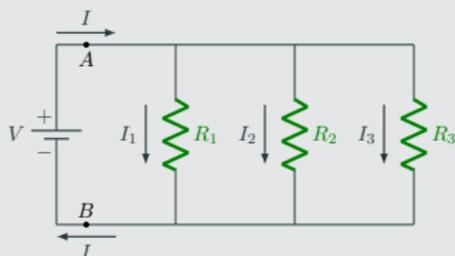
Quando si collegano diverse resistenze in serie la resistenza equivalente o totale è uguale alla somma delle singole resistenze:

$$R_{eq.} = \sum_1^N R_i$$

Le resistenze collegate in serie costituiscono un partitore di tensione giacché la tensione V del generatore di tensione si suddivide nelle cadute di potenziale V_i a cavallo delle singole R_i .

Resistenze in parallelo

Nel collegamento in parallelo la differenza di potenziale è la stessa per tutte le resistenze.



Gli impianti elettrici negli edifici sono progettati in modo tale che tutti gli apparecchi elettrici siano collegati in parallelo: se anche se ne disconnettesse uno, per esempio R_1 , la corrente negli altri apparecchi non verrebbe interrotta, cosa che non accade, invece nel collegamento in serie.

Poiché la carica non si può accumulare da qualche parte nel circuito, la corrente che entra nel punto A deve essere la stessa che esce nel punto B :

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Per la legge di Ohm deve essere

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \quad I_2 = \frac{V}{R_2} \quad I_3 = \frac{V}{R_3}$$

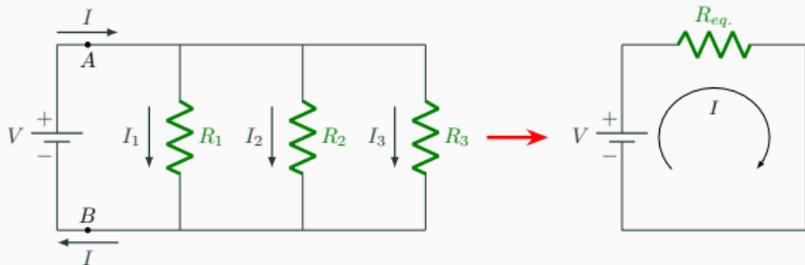
e quindi

$$I = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{V}{R_{eq.}}$$

In conclusione, una resistenza $R_{eq.}$ tale che

$$\frac{1}{R_{eq.}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

se percorsa da una corrente I uguale a quella che entra nel punto A del circuito, ha ai suoi capi la stessa differenza di potenziale V che presenta ciascuna delle R_i .



Quando si collegano diverse resistenze in parallelo la resistenza equivalente o totale è tale che il suo reciproco è uguale alla somma dei reciproci delle singole resistenze:

$$\frac{1}{R_{eq.}} = \sum_1^N \frac{1}{R_i}$$

Le resistenze collegate in parallelo costituiscono un partitore di corrente giacché la corrente I si suddivide nelle correnti I_i che scorrono nelle varie R_i .

Resistenze in serie:

$$R_{eq.} = \sum_1^N R_i$$

Resistenze in parallelo:

$$\frac{1}{R_{eq.}} = \sum_1^N \frac{1}{R_i}$$

Esercizio 7 della IV Prova di autovalutazione

$$V_b - V_a = - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad \Rightarrow \quad V_b = - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + V_a.$$

Il potenziale V_b in un generico punto b di un campo elettrico dipende dalla scelta arbitraria del potenziale nel punto di riferimento a .

Di solito (ma non sempre!) è possibile assumere nullo il potenziale nel punto a .

Potenziale in un punto

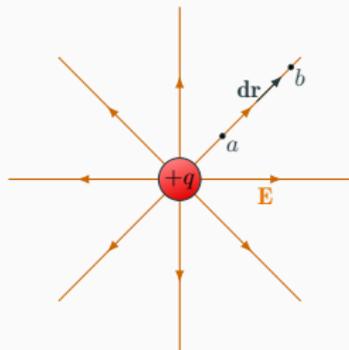
$$V_b = - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + V_a = \int_b^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + V_a.$$

Il potenziale in un punto b è pari al lavoro che le forze del campo compiono quando la carica positiva unitaria viene spostata dal punto in considerazione al punto di riferimento a dove il potenziale vale V_a .

POTENZIALE DI UNA CARICA PUNTFORME

Presi due punti a (di riferimento) e b a distanza r_a ed r_b dal centro della sfera

$$V_b - V_a = - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \int_{r_a}^{r_b} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$



$$V_b - V_a = - \int_{r_a}^{r_b} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \cdot d\mathbf{r} = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} \frac{dr}{r^2} = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_a} \right)$$

Se si pone a all'infinito ($r_a \rightarrow \infty$) con $V_a = 0$

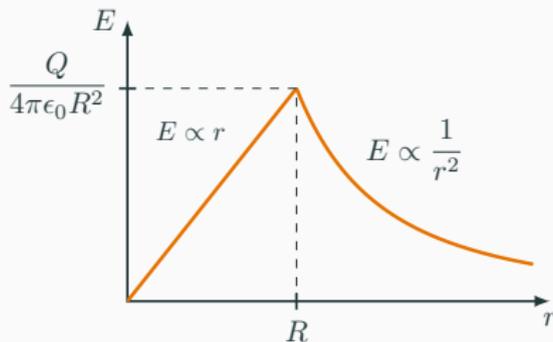
$$V_b = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_b} \quad \Rightarrow \quad V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Esercizio 7 della IV Prova di autovalutazione

Una sfera non conduttrice di raggio r_0 porta una carica Q uniformemente distribuita in tutto il suo volume. Si determini il potenziale elettrico in funzione della distanza r dal centro della sfera per considerando nullo il potenziale all'infinito.

Il campo elettrico è diretto radialmente e vale:

$$\begin{cases} E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, & r \geq R; \\ E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} r, & r \leq R. \end{cases}$$



Per $r \geq R$, poiché il campo elettrico è quello di una carica puntiforme, anche il potenziale sarà quello di una carica puntiforme (con a all'infinito e $V_a = 0$):

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

In particolare, sulla superficie della sfera il potenziale vale

$$V(R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Per $r \leq R$

$$V_b - V_a = \int_{r_b}^{r_a} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} r \frac{\mathbf{r}}{r} \cdot d\mathbf{r}$$

e quindi

$$V_b - V_a = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \int_{r_b}^{r_a} r dr = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R^3} (r_a^2 - r_b^2)$$

Quindi $r \leq R$

$$V(r) = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R^3} (r_a^2 - r^2) + \text{cost.} \quad (1)$$

Ma il potenziale complessivo della mia sfera è definito a meno di UNA costante che però è già stata fissata al punto precedente avendo posto il potenziale nullo all'infinito; di conseguenza, QUESTA NUOVA COSTANTE DEVE ADATTARSI (ESSERE COERENTE) ALLA SCELTA FATTA IN PRECEDENZA!

E la scelta fatta in precedenza impone che sulla superficie della sfera

$$V(R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

e, quindi dall'Eq.(1), per $r = R$ si deve avere

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R^3} (r_a^2 - R^2) + \text{cost.} \quad \Rightarrow \quad \text{cost.} = \frac{3Q}{8\pi\epsilon_0 R} - \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R^3} r_a^2$$

Inserendo il valore della costante nell'Eq.(1) si ottiene l'espressione del potenziale.

$$V(r) = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

e, ovviamente

$$V(R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} !!$$