SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Fondamenti di fisica generale - XI Lezione

Trasmissione del calore
Soluzione degli esercizi della VI prova di autovalutazione

Andrea Bettucci

16 gennaio 2024

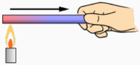
Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Sapienza Università di Roma

Trasmissione del calore

- Il calore può essere trasportato da un corpo all'altro o trasferito da un punto all'altro di uno stesso corpo in tre modalità distinte.
- Conduzione.
- Convezione.
- Irraggiamento.
- Nelle situazioni reali queste modalità possono aver luogo contemporaneamente.

La trasmissione del calore per conduzione avviene in un mezzo solido, liquido o gassoso dalle zone a temperatura maggiore verso quelle con temperatura minore, all'interno di un corpo o tra due corpi in contatto in contatto senza spostamento di materia.

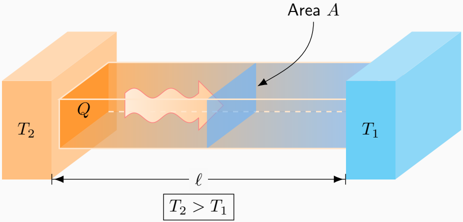
La conduzione è il tipico modo di trasmissione del calore nei solidi ed è il risultato delle collisioni molecolari all'interno del materiale stesso.



Quando l'estremità di un oggetto viene riscaldata, le molecole nell'intorno di quel punto si muovono più velocemente. Urtando le molecole vicine più lente trasmettono a queste parte della loro energia, aumentandone la velocità, e quindi la temperatura. Queste molecole a loro volta, trasferiscono parte della loro energia, sempre tramite urti, alle altre molecole del corpo più distanti, e così via.

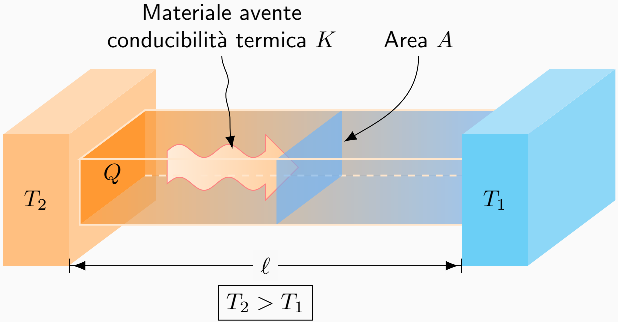
Nei metalli sono le collisioni tra gli elettroni liberi a essere le principali responsabili dalla conduzione di calore.

- Si consideri una sbarra parallelepipeda omogenea con le facce estreme fissate a pareti che vengono tenute a temperature T_1 e $T_2 > T_1$ costanti. A regime, si trova sperimentalmente che la temperatura è costante in ogni sezione normale all'asse della sbarra e decresce uniformemente da un estremo all'altro.
- In tali condizioni la quantità di calore Q trasmessa nel tempo Δt da un estremo all'altro della sbarra e che passa attraverso ciascuna sezione parallela alle facce di ingresso e uscita è direttamente proporzionale a $T_2 - T_1$, inversamente proporzionale alla lunghezza ℓ della sbarra e direttamente proporzionale all'area A della sezione e al tempo t.



$$Q = K\frac{A(T_2 - T_1)}{\ell}\Delta t \quad \Rightarrow \quad \frac{Q}{\Delta t} = K\frac{A(T_2 - T_1)}{\ell}$$

dove K è il coefficiente di conducibilità termica del materiale della sbarra. Il rapporto $Q/\Delta t$ prende il nome di flusso di calore e si misura in J/s = W (è un potenza!).



Coefficienti di conducibilità termica

Sostanza	K $(\mathrm{kcal}/(\mathrm{s} \cdot \mathrm{m} \cdot {}^\circ\mathrm{C}))$	K $(\mathrm{J}/(\mathrm{s} \cdot \mathrm{m} \cdot {}^\circ\mathrm{C}))$
Argento	10×10^{-2}	420
Rame	$9{,}2 \times 10^{-2}$	380
Alluminio	$5{,}0 \times 10^{-2}$	200
Vetro	2×10^{-4}	0.84
Acqua	$1{,}4 \times 10^{-4}$	0.56
Pelle umana (non irr.)	$0{,}5 \times 10^{-4}$	0.2
Legno	$0{,}3 \times 10^{-4}$	0.1
Lana	$0{,}1 \times 10^{-4}$	0.040
Aria	$0{,}055 \times 10^{-4}$	0.023

- I materiali per i quali K è grande conducono il calore rapidamente e sono detti buoni conduttori termici.
- Le sostanze per le quali K è piccolo sono cattive conduttrici di calore e, per tale motivo, sono dette isolati termici.

LA SEMPLICE SPIEGAZIONE DI UN FENOMENO COMUNE

- Perché un pavimento piastrellato è molto più freddo ai piedi rispetto allo stesso pavimento ricoperto da un tappeto?

LA SEMPLICE SPIEGAZIONE DI UN FENOMENO COMUNE

- Perché un pavimento piastrellato è molto più freddo ai piedi rispetto allo stesso pavimento ricoperto da un tappeto?
- Pavimento e tappeto sono in equilibrio termico (stessa temperatura), ma mentre le piastrelle sono un buon conduttore di calore (K elevato), il tappeto è un buon isolante termico (K basso).

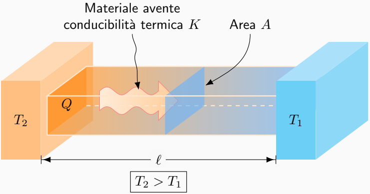
LA SEMPLICE SPIEGAZIONE DI UN FENOMENO COMUNE

- Perché un pavimento piastrellato è molto più freddo ai piedi rispetto allo stesso pavimento ricoperto da un tappeto?
- Pavimento e tappeto sono in equilibrio termico (stessa temperatura), ma mentre le piastrelle sono un buon conduttore di calore (K elevato), il tappeto è un buon isolante termico (K basso).
- Il calore che scorre dal piede al tappeto non viene disperso rapidamente, quindi la superficie del tappeto si riscalda rapidamente alla temperatura del piede, raggiungendo l'equilibrio termico, dando una sensazione di benessere.
- Viceversa, la piastrella conduce via rapidamente il calore del piede e quindi può assorbire rapidamente molto calore dal piede: la temperatura della superficie del piede diminuisce e si ha la sensazione di pavimento freddo.

Esempio

Si determini il flusso di calore attraverso una finestra di vetro che misura $2{,}0\,\mathrm{m}$ di altezza, $1{,}5\,\mathrm{m}$ di larghezza e ha uno spessore di $3{,}2\,\mathrm{mm}$, quando le temperatura della superficie interna e di quella esterna sono $T_i = 15\,°\mathrm{C}$ e $T_e = 14\,°\mathrm{C}$, rispettivamente. (Coefficiente di conducibilità termica del vetro $0{,}84\,\mathrm{J/(s \cdot m \cdot °C)}$).

$$\frac{Q}{\Delta t} = K\frac{A(T_2 - T_1)}{\ell}$$



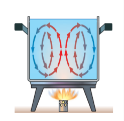
Nel nostro caso:

$$A = (2{,}0\,\mathrm{m})(1{,}5\,\mathrm{m}) = 3{,}0\,\mathrm{m}^2$$
$$\ell = 3{,}2 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

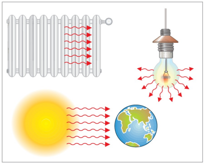
Si ha perciò:

$$\frac{Q}{\Delta t} = 0{,}84\,\mathrm{J/(s \cdot m \cdot °C)}\frac{(3{,}0\,\mathrm{m}^2)(15\,°\mathrm{C} - 14\,°\mathrm{C})}{3{,}2 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}} = 790\,\mathrm{J/s} = 680\,\mathrm{kcal/h}.$$

- La **convezione** è quel processo nel quale la trasmissione del calore è associata a movimento di materia.
- La convezione può aversi nei liquidi e nei gas nei quali le varie particelle sono libere di muoversi e cambiano densità con la temperatura.
- A eccezione del caso dell'acqua al di sotto di $4\,°\mathrm{C}$, l'aumento della temperatura produce una diminuzione della densità, in conseguenza della quale le particelle calde tendono a portarsi nella parte superiore della massa fluida e quelle più fredde nella parte inferiore; si creano correnti nella massa e un rimescolamento nel fluido in conseguenza del quale il calore è trasmesso da una parte all'altra del fluido stesso.
- Ad esempio, questo processo di trasmissione si ha nel liquido contenuto in una contenitore scaldato dal fondo.



- La convezione e la conduzione richiedono la presenza della materia come mezzo per trasportare il calore dalla regione più calda a quella più fredda. Ma un terzo tipo di trasferimento di calore avviene senza alcun mezzo.
- Nell'irraggiamento la trasmissione del calore avviene tra corpi a temperatura diversa ed è attuata, anche nel vuoto, dalla propagazione di onde elettromagnetiche.
- Questo processo di trasmissione implica la trasformazione dell'energia termica di un corpo in energia raggiante (*emissione*), la trasmissione di questa energia mediante onde elettromagnetiche (*propagazione*) e la trasformazione dell'energia raggiante in energia termica del secondo corpo (*assorbimento*).



- L'irraggiamento, ad esempio, è la forma di trasferimento di calore dal Sole (temperatura della superficie $\simeq 6000\,\mathrm{K}$, alla Terra (temperatura della superficie $\simeq 300\,\mathrm{K}$).
- **La rapidità con la quale un oggetto irradia energia (potenza) è proporzionale alla quarta potenza della sua temperatura assoluta T**: se un corpo si trova a $2000\,\mathrm{K}$, in confronto a un altro che si trova a $1000\,\mathrm{K}$ irradia un'energia con una potenza $2^4 = 16$ volte maggiore.
- **La rapidità con la quale un oggetto irradia energia è anche proporzionale all'area A dell'oggetto che irradia**; pertanto si può scrivere

$$\frac{Q}{\Delta t} = \epsilon \sigma A T^4$$

Questa espressione è chiamata **equazione di Stefan-Boltzmann** dove σ è una costante universale il cui valore è:

$$\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K^4)}.$$

$$\boxed{\frac{Q}{\Delta t} = \epsilon \sigma A T^4}$$

- Il fattore ϵ detto **emissività** o **emittanza** è un numero compreso tra 0 e 1 caratteristico della superficie del materiale radiante.
- Le superfici molto scure hanno un'emissività vicina a 1, mentre le superfici metalliche lucide hanno un'emissività vicina a 0 e quindi emettono, a parità di superficie e di temperatura, meno energia.
- Il valore dell'emittanza mostra una certa dipendenza dalla temperatura del materiale.

$$\frac{Q}{\Delta t} = \epsilon \sigma A T^4$$

- Il fattore ϵ detto **emissività** o **emittanza** è un numero compreso tra 0 e 1 caratteristico della superficie del materiale radiante.
- Le superfici molto scure hanno un'emissività vicina a 1, mentre le superfici metalliche lucide hanno un'emissività vicina a 0 e quindi emettono, a parità di superficie e di temperatura, meno energia.
- Il valore dell'emittanza mostra una certa dipendenza dalla temperatura del materiale.
- **Ma qualsiasi corpo non solo emette energia per irraggiamento, ma assorbe l'energia irradiata da altri corpi.**

- Le superfici chiare e quelle lucide, irraggiano poca energia, ma assorbono anche una frazione piccola dell'energia che li colpisce (la maggior parte viene riflessa) rispetto ai corpi scuri.
- I corpi neri o molto scuri sono buoni emettitori ($\epsilon \simeq 1$), ma assorbono anche gran parte della radiazione che li colpisce: questa è la ragione per la quale nei periodi freddi si indossano abiti scuri!
- Un buon assorbitore è anche un buon emettitore.

- Le superfici chiare e quelle lucide, irraggiano poca energia, ma assorbono anche una frazione piccola dell'energia che li colpisce (la maggior parte viene riflessa) rispetto ai corpi scuri.
- I corpi neri o molto scuri sono buoni emettitori ($\epsilon \simeq 1$), ma assorbono anche gran parte della radiazione che li colpisce: questa è la ragione per la quale nei periodi freddi si indossano abiti scuri!
- Un buon assorbitore è anche un buon emettitore.
- Se un oggetto con emissività ϵ e area A si trova a temperatura T_1, irraggia nell'ambiente energia con una potenza $\epsilon\sigma A T_1^4$.
- Se l'oggetto si trova in un ambiente a temperatura T_2, l'ambiente irraggerà energia con una potenza proporzionale a T_2^4 e, di conseguenza, l'oggetto assorbirà energia in maniera proporzionale a T_2^4.
- La potenza radiante dall'oggetto sarà allora data da

$$\frac{Q}{\Delta t} = \epsilon\sigma A(T_1^4 - T_2^4)$$

$$\boxed{\frac{Q}{\Delta t} = \epsilon \sigma A (T_1^4 - T_2^4)}$$

dove A è la superficie dell'oggetto, T_1 la sua temperatura, ϵ la sua emissività e T_2 la temperatura dell'ambiente circostante.

- Questa relazione è in accordo con il dato sperimentale che l'equilibrio tra un oggetto e l'ambiente circostante viene raggiunto quando entrambi si trovano alla stessa temperatura.
- $Q/\Delta t = 0$ quando $T_1 = T_2$; di conseguenza l'emissività deve essere la stessa per l'emissione e l'assorbimento a conferma che un buon emettitore è anche un buon assorbitore.
- Poiché sia l'oggetto che l'ambiente circostante irradiano energia, vi sarà un trasferimento netto di energia dall'uno all'altro, a mento che entrambi non si trovino alla medesima temperatura.

Esempio

Un atleta è in pedi svestito in uno spogliatoio le cui pareti scure si trovano alla temperatura di $15\,°\mathrm{C}$. Si stimi la rapidità con la quale viene ceduto calore per irraggiamento della pelle (potenza irradiata) assumendo per la pelle una temperatura di $34\,°\mathrm{C}$ e un'emissività $\epsilon = 0,7$ e supponendo la superficie del corpo pari a $1,5\,\mathrm{m}^2$.

È necesario applicare la relazione

$$\frac{Q}{\Delta t} = \epsilon\sigma A(T_1^4 - T_2^4)$$

dove le temperature sono in gradi kelvin: $T_1 \simeq 34 + 273 = 307\,\mathrm{K}$ e $T_2 \simeq 15 + 273 = 288\,\mathrm{K}$. Sostituendo i valori numerici si ha:

$$\begin{aligned}\frac{Q}{\Delta t} =& (0.7)(5,67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K^4)})(1,5\,\mathrm{m}^2)\left[(307\,\mathrm{K})^4 - (288\,\mathrm{K})^4\right] \\ =& 120\,\mathrm{W}.\end{aligned}$$

Esempio

Un atleta è in pedi svestito in uno spogliatoio le cui pareti scure si trovano alla temperatura di $15\,°\mathrm{C}$. Si stimi la rapidità con la quale viene ceduto calore per irraggiamento della pelle (potenza irradiata) assumendo per la pelle una temperatura di $34\,°\mathrm{C}$ e un'emissività $\epsilon = 0,7$ e supponendo la superficie del corpo pari a $1{,}5\,\mathrm{m}^2$.

È necesario applicare la relazione

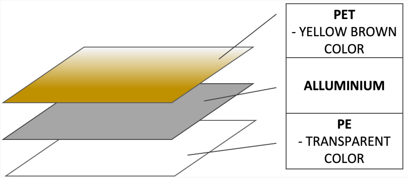
$$\frac{Q}{\Delta t} = \epsilon\sigma A(T_1^4 - T_2^4)$$

dove le temperature sono in gradi kelvin: $T_1 \simeq 34 + 273 = 307\,\mathrm{K}$ e $T_2 \simeq 15 + 273 = 288\,\mathrm{K}$. Sostituendo i valori numerici si ha:

$$\begin{aligned}\frac{Q}{\Delta t} =&(0.7)(5{,}67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K^4)})(1{,}5\,\mathrm{m}^2)\left[(307\,\mathrm{K})^4 - (288\,\mathrm{K})^4\right] \\ =&120\,\mathrm{W}.\end{aligned}$$

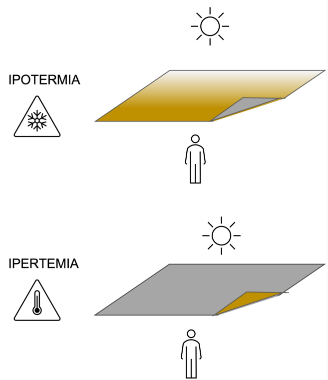
Dieci persone in una stanza generano tanto calore quanto una piccola stufetta!

A QUESTO PUNTO SIETE IN GRADO DI SPIEGARE IL FUNZIONAMENTO DELLE COPERTINE ISOTERMICHE!



La copertina isotermica è composta da 3 strati

1. PET (polietilene tereftalato) solitamente di colore giallo trasparente con caratteristiche di trasparenza agli infrarossi che una volta accoppiato allo strato di alluminio assume le sembianze metalliche di colore *oro*;
2. Alluminio in forma di film sottile depositato sul lato non a contatto dello strato di PE, in modo da evitare la conduzione termica e quindi la dispersione di calore, permettendo la riflessione massima degli infrarossi (prossima al 100%);
3. PE (polietilene) trasparente con caratteristiche di maggiore trasparenza all'emissione degli infrarossi emessi dal corpo umano.



La copertina termica ha due lati di utilizzo. In caso di ipotermia il lato *silver* deve essere rivolto verso l'utilizzatore, invece nel caso di ipertermia il lato *silver* deve essere esposto verso l'esterno in modo da riflettere tutti i raggi solari.

Soluzione degli esercizi della VI prova di autovalutazione

Esercizio 1

Un proiettile di piombo viene sparato contro un tronco d'albero e riemerge dalla parte opposta. La velocità con la quale il proiettile entra nel tronco è $v_{\text{in}} = 500\,\text{m/s}$; quella con cui esce è $v_{\text{out}} = 300\,\text{m/s}$. Assumendo che il 40% della perdita di energia cinetica sia assorbita dal proiettile e totalmente convertita in calore, si determini l'innalzamento di temperatura del proiettile. (Calore specifico del piombo $0{,}031\,\text{kcal/(kg} \cdot {}^\circ\text{C.))}$

Se m è la massa del proiettile, esprimendo l'energia cinetica e il calore in joule si deve avere:

$$0.4|\Delta K| = Q \quad \Rightarrow \quad 0.4\left(\frac{1}{2}mv_{\text{in}}^2 - \frac{1}{2}mv_{\text{out}}^2\right) = cm\Delta t.$$

Sostituendo i valori numerici si trova:

$$0.4\left[\frac{1}{2}(500^2) - \frac{1}{2}(300^2)\right] = (0,031)(4186)\Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t = 247\,^\circ\text{C}.$$

Esercizio 2

Uno scaldabagno sviluppa una potenza $P = 1{,}8\,\mathrm{kW}$ sotto forma di calore impiegato per scaldare l'acqua contenuta in un serbatoio termicamente isolato. Quanto tempo è necessario per scaldare la massa $m = 200\,\mathrm{kg}$ di acqua contenuta nel serbatoio da $10\,°\mathrm{C}$ a $70\,°\mathrm{C}$?

Il calore fornito dallo scaldabagno in un tempo t è pari a Pt joule. Si deve quindi avere:

$$Pt = cm\Delta t \quad \Rightarrow \quad (1{,}8 \times 10^3\,\mathrm{J/s})t = (4186\,\mathrm{J/Kg°C})(200\,\mathrm{kg})(60\,°\mathrm{C}).$$

Si trova

$$t = 2{,}78 \times 10^4\,\mathrm{s} = 7{,}75\,\mathrm{h}.$$

Esercizio 3

Bruciando una massa $m_c = 5\,\mathrm{g}$ di carbone è possibile innalzare la temperatura di una massa $m_a = 1000\,\mathrm{mL}$ di acqua da $T_1 = 10\,°\mathrm{C}$ a $T_2 = 47\,°\mathrm{C}$. Trascurando la piccola capacità termica del carbone, si determini l'energia prodotta da ogni grammo di carbone bruciato.

Indicando con Q' il calore prodotto per grammo dal carbone, allora deve essere

$$m_c Q' = c m_a (T_2 - T_1) \quad \Rightarrow \quad (5\,\mathrm{g}) Q' = (1\,\mathrm{kcal/kg°C})(1\,\mathrm{kg})(37\,°\mathrm{C})$$

da cui si ricava

$$Q' = 7{,}4\,\mathrm{kcal/g} = 7400\,\mathrm{cal/g} \simeq 30\,976\,\mathrm{J/g}.$$

Esercizio 4

$50\,\mathrm{g}$ di acqua alla temperatura di $0\,°\mathrm{C}$ sono aggiunti a $250\,\mathrm{g}$ di acqua alla temperatura di $90\,°\mathrm{C}$ posti in un contenitore termicamente isolato. Qual è la temperatura finale dell'acqua?

Poiché il contenitore è termicamente isolato, si può scrivere

$$Q_{\mathrm{ass}} + Q_{\mathrm{ced}} = 0.$$

Di conseguenza, sostituendo i valori numerici e indicando con t la temperatura finale dell'acqua si ha:

$$(1\,\mathrm{cal/g°C})(50\,\mathrm{g})(t - 0\,°\mathrm{C}) + (1\,\mathrm{cal/g°C})(250\,\mathrm{g})(t - 90\,°\mathrm{C}) = 0$$

da cui si ricava $t = 75\,°\mathrm{C}$.

Esercizio 5

Un cubetto di ferro di massa $m_f = 10\,\text{g}$ viene posto per un certo tempo sopra una fiamma, dopodiché viene immerso in una massa di acqua $m_a = 100\,\text{g}$ alla temperatura $10\,°\text{C}$. Si determini la temperatura della fiamma sapendo che la temperatura dell'acqua aumenta di $\Delta T = 20\,°\text{C}$. (Calore specifico del ferro $0{,}11\,\text{cal}/(\text{g}\cdot°\text{C.}))$

All'equilibrio termico il cubetto ha la temperatura della fiamma; quando viene immerso in acqua cede una quantità di calore $Q_{\text{ced}} < 0$ che in valore assoluto è uguale alla quantità di calore assorbita dall'acqua $Q_{\text{ass}} < 0$. Alla fine il cubetto si troverà in equilibrio termico con l'acqua a $30\,°\text{C}$. Si può quindi scrivere che

$$Q_{\text{ced}} + Q_{\text{ass}} = 0 \quad \Rightarrow \quad c_f m_f \Delta T_f + c_a m_a \Delta T_a = 0.$$

Sostituendo i valori numerici e indicando con t la temperatura della fiamma si ha:

$$(0{,}11\,\text{cal}/(\text{g}\cdot°\text{C.}))(10\,\text{g})(30\,°\text{C} - t) + (1\,\text{cal}/(\text{g}\cdot°\text{C.}))(100\,\text{g})(20\,°\text{C}) = 0$$

da cui si ricava $t \simeq 1848\,°\text{C}$.

Esercizio 6

In un esperimento condotto a pressione atmosferica, una massa $m = 50\,\text{g}$ di ghiaccio alla temperatura $T_1 = -50\,°\text{C}$ viene trasformata in vapore alla temperatura $T_2 = 150\,°\text{C}$. Si determini il numero di kilocalorie richieste. (Calore specifico del ghiaccio e del vapore $0{,}5\,\text{kcal}/(\text{kg} \cdot °\text{C})$; calore latente di fusione del ghiaccio $80\,\text{kcal/kg}$; calore latente di vaporizzazione dell'acqua $540\,\text{kcal/kg}$)

Il calore fornito deve servire per:

1. Scaldare il ghiaccio da $-50\,°\text{C}$ a $0\,°\text{C}$ (Q_1);
2. fondere $50\,\text{g}$ di ghiaccio per avere $50\,\text{g}$ di acqua a $0\,°\text{C}$ (Q_2);
3. scaldare l'acqua da $0\,°\text{C}$ a $100\,°\text{C}$ (Q_3);
4. far evaporare $50\,\text{g}$ di acqua per avere $50\,\text{g}$ di vapore a $100\,°\text{C}$ (Q_4);
5. scaldare il vapore fino a portarlo a $150\,°\text{C}$ (Q_5).

1. $Q_1 = 0{,}5\,\mathrm{kcal/(kg\cdot °C)}(0{,}05\,\mathrm{kg})\,[0\,°\mathrm{C} - (-50\,°\mathrm{C})] = 1{,}25\,\mathrm{kcal}$;
2. $Q_2 = 0{,}05\,\mathrm{kg}(80\,\mathrm{kcal/kg}) = 4{,}0\,\mathrm{kcal}$;
3. $Q_3 = 1\,\mathrm{kcal/(kg\cdot °C)}(0{,}05\,\mathrm{kg})\,[100\,°\mathrm{C} - 0\,°\mathrm{C}] = 5{,}0\,\mathrm{kcal}$;
4. $Q_4 = 0{,}05\,\mathrm{kg}(540\,\mathrm{kcal/kg}) = 27{,}0\,\mathrm{kcal}$;
5. $Q_5 = 0{,}5\,\mathrm{kcal/(kg\cdot °C)}(0{,}05\,\mathrm{kg})\,[150\,°\mathrm{C} - 100\,°\mathrm{C}] = 1{,}25\,\mathrm{kcal}$.

Il calore totale richiesto è:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 = 38{,}5\,\mathrm{kcal}.$$

Esercizio 7

Quanto sudore deve evaporare dalla pelle di un bambino di massa $m = 5{,}0\,\text{kg}$ affinché la temperatura del suo corpo si riduca di $\Delta T = 2\,°\text{C}$? (Calore latente di vaporizzazione del sudore $580\,\text{cal/g}$; calore specifico del corpo umano $0{,}83\,\text{cal/(g}\cdot°\text{C)}$.)

Il calore necessario per diminuire la temperatura del bambino di $2\,°\text{C}$ è

$$Q = 0{,}83\,\text{cal/(g}\cdot°\text{C)}(5\times10^3\,\text{g})(2\,°\text{C}) = 8300\,\text{cal}.$$

Se m_s è la massa di sudore che deve evaporare si ha

$$m(580\,\text{cal/g}) = 8300\,\text{cal} \quad \Rightarrow \quad m = 14{,}3\,\text{g}.$$

Esercizio 8

Quanti kilogrammi di ghiaccio a $0\,°\mathrm{C}$ devono essere aggiunti a $0{,}6\,\mathrm{kg}$ di acqua a $100\,°\mathrm{C}$ posti in un contenitore termicamente isolato di rame avente massa $0{,}1\,\mathrm{kg}$ in modo da raffreddare il contenitore e l'acqua al suo interno fino a $30\,°\mathrm{C}$? (Calore specifico dell'acqua $c_a = 4{,}2\,\mathrm{kJ/(kg \cdot °C)}$; calore specifico del rame $c_c = 0{,}39\,\mathrm{kJ/(kg \cdot °C)}$; calore latente di fusione del ghiaccio $L_f = 335\,\mathrm{kJ/kg}$)

Poiché il sistema è termicamente isolato il calore assorbito dal ghiaccio (che fonde il ghiaccio e lo fa diventare acqua a $30\,°\mathrm{C}$) è pari al calore ceduto dall'acqua originariamente nel contenitore e dal contenitore. stesso
Indicando con m_g, m_a e m_c la massa del ghiaccio, la massa d'acqua originariamente nel contenitore e la massa del contenitore si ha

$$[m_g L_f + m_g c_a (30\,°\mathrm{C} - 0\,°\mathrm{C})] + m_a c_a (30\,°\mathrm{C} - 100\,°\mathrm{C}) + m_c c_c (30\,°\mathrm{C} - 100\,°\mathrm{C}) = 0$$

Sostituendo i valori numerici si trova $m_g = 0{,}39\,\mathrm{kg}$.