



Complementi di Fisica - XII Lezione

Soluzione degli esercizi 3, 4 e 5
della VII prova di autovalutazione

Andrea Bettucci

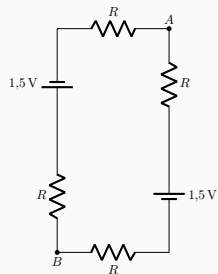
6 maggio 2025

Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Sapienza Università di Roma

Soluzione degli esercizi N. 3, 4 e 5 della VII prova di autovalutazione

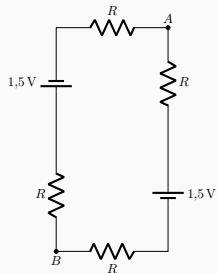
Esercizio 3

Si calcoli la differenza di potenziale tra i punti A e B del circuito a lato dove $R = 130\ \Omega$.



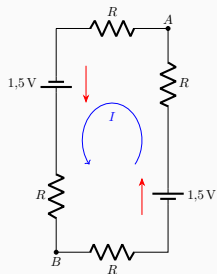
Esercizio 3

Si calcoli la differenza di potenziale tra i punti A e B del circuito a lato dove $R = 130\ \Omega$.



I campi elettromotori delle due batterie tendono entrambi a far circolare la corrente in senso antiorario. Per il principio di conservazione dell'energia, supponendo di percorrere il circuito proprio in verso antiorario, si ha:

$$IV + IV = I^2(4R) \quad \Rightarrow \quad I = \frac{V}{2R}$$



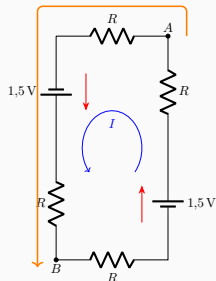
Per determinare la differenza di potenziale tra il punto A e il punto B si supponga di percorrere il circuito da A a B in senso antiorario:

$$I(V_A - V_B) + IV = I^2(2R) \Rightarrow V_A - V_B = 2RI - V$$

Sostituendo il valore di I precedentemente trovato si ha:

$$V_A - V_B = 2R \frac{V}{2R} - V = 0$$

senza nemmeno la necessità di sostituire i valori numerici di V ed R !



Per determinare la differenza di potenziale tra il punto A e il punto B si supponga di percorrere il circuito da A a B in senso antiorario:

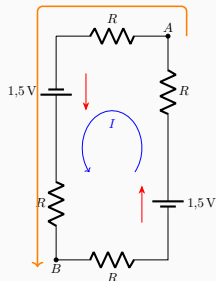
$$I(V_A - V_B) + IV = I^2(2R) \Rightarrow V_A - V_B = 2RI - V$$

Sostituendo il valore di I precedentemente trovato si ha:

$$V_A - V_B = 2R \frac{V}{2R} - V = 0$$

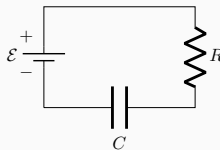
senza nemmeno la necessità di sostituire i valori numerici di V ed R !

Se si fosse percorso il circuito dal punto A al punto B in senso orario, quale equazione si sarebbe scritta?



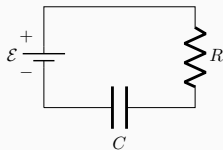
Esercizio 4

Un condensatore C inizialmente scarico viene connesso in serie a una resistenza R e a un generatore di forza elettromotrice $\mathcal{E}$. Si mostri che la differenza tra l'energia erogata dalla f.e.m. per caricare il condensatore e l'energia finale posseduta dal condensatore è uguale all'energia dissipata nella resistenza per effetto Joule.



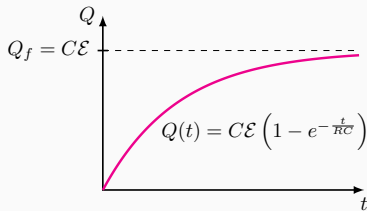
Esercizio 4

Un condensatore C inizialmente scarico viene connesso in serie a una resistenza R e a un generatore di forza elettromotrice $\mathcal{E}$. Si mostri che la differenza tra l'energia erogata dalla f.e.m. per caricare il condensatore e l'energia finale posseduta dal condensatore è uguale all'energia dissipata nella resistenza per effetto Joule.



Nel processo di carica una quantità di carica $Q_f = C\mathcal{E}$ passa a regime ($t \rightarrow \infty$) attraverso la f.e.m. che quindi fornisce un'energia

$$U_{\text{f.e.m.}} = Q_f \mathcal{E} = \mathcal{E}^2 C$$



Il condensatore alla fine del processo di carica è carico con Q_f e quindi possiede un'energia

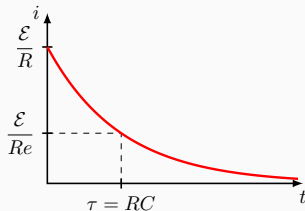
$$U_C = \frac{1}{2}Q_f\mathcal{E} = \frac{1}{2}\mathcal{E}^2C$$

La differenza tra l'energia erogata dalla f.e.m. per caricare il condensatore e l'energia finale posseduta dal condensatore è

$$\Delta U = U_{\text{f.e.m.}} - U_C = \frac{1}{2}\mathcal{E}^2C.$$

Per calcolare la potenza dissipata per effetto Joule nella resistenza si deve ricordare come varia nel tempo la corrente che circola nel circuito:

$$i(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}.$$



La potenza istantaneamente dissipata nella resistenza è:

$$\frac{dU_R}{dt} = P(t) = i(t)^2 R$$

Si ha perciò:

$$\frac{dU_R}{dt} = \left(\frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \right)^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{R} e^{-\frac{2t}{RC}} \Rightarrow dU_R = \frac{\mathcal{E}^2}{R} e^{-\frac{2t}{RC}} dt$$

L'energia dissipata nella resistenza durante il processo di carica del condensatore è allora:

$$\Delta U_R = \int_0^{\infty} \frac{\mathcal{E}^2}{R} e^{-\frac{2t}{RC}} dt$$

L'integrale può essere risolto per sostituzione ponendo $x = 2t/RC$ cosicché

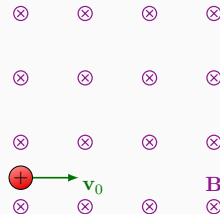
$$dt = \frac{RC}{2} dx$$

e, in conclusione, si trova

$$\Delta U_R = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \frac{RC}{2} \int_0^{\infty} e^{-x} dx = \frac{1}{2} \mathcal{E}^2 C = \Delta U$$

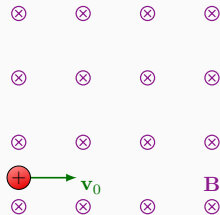
Esercizio 5

Una carica positiva q di massa m entra con velocità $\mathbf{v}_0$ in un campo magnetico uniforme $\mathbf{B}$ diretto perpendicolarmente alla velocità. Si mostri che il moto della particella è circolare uniforme; si determini (a) il raggio della traiettoria circolare e (b) il periodo del moto.



Esercizio 5

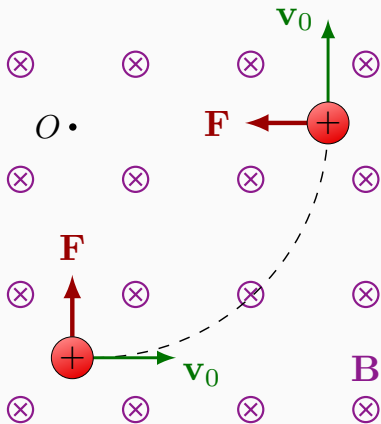
Una carica positiva q di massa m entra con velocità $\mathbf{v}_0$ in un campo magnetico uniforme $\mathbf{B}$ diretto perpendicolarmente alla velocità. Si mostri che il moto della particella è circolare uniforme; si determini (a) il raggio della traiettoria circolare e (b) il periodo del moto.



La forza su una carica in moto in un campo magnetico è perpendicolare alla velocità:

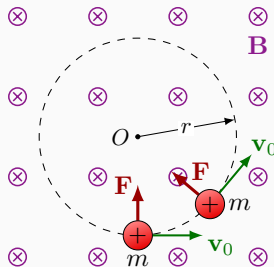
$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \Rightarrow \quad F = qvB \sin \vartheta.$$

Se una carica si muove in un campo magnetico, la forza che si esercita su di essa cambia la direzione della velocità, ma non il modulo.



Se il campo è uniforme $\mathbf{F}$ ha modulo costante e diretta sempre verso un punto O .

Il moto di una particella carica che si muove perpendicolarmente a un campo magnetico uniforme è circolare e uniforme.



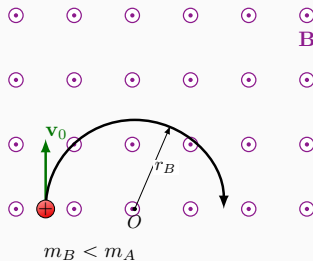
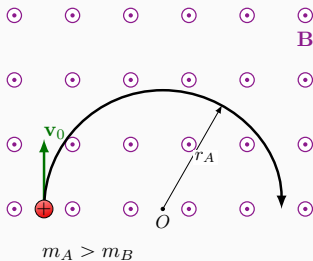
La forza $\mathbf{F}$ è di modulo costante (qvB) e centripeta essendo sempre perpendicolare a $\mathbf{v}$ e $\mathbf{B}$; quindi:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad \Rightarrow \quad qv_0B = m\frac{v_0^2}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{mv_0}{qB}.$$

Di conseguenza, il periodo del moto è:

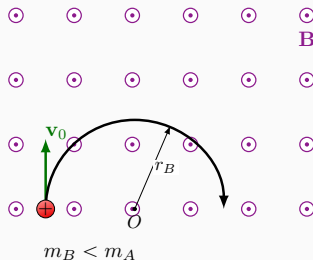
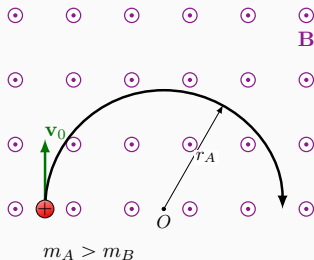
$$T = \frac{2\pi r}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Spettrometro di massa



$$r = \frac{mv}{qB} \Rightarrow r_A > r_B$$

Spettrometro di massa



$$r = \frac{mv}{qB} \Rightarrow r_A > r_B$$

Cariche identiche ma di massa diversa che entrano con la stessa velocità perpendicolarmente a un medesimo campo magnetico uniforme, descrivono orbite circolari di raggio diverso.