

Complementi di Fisica - XVI Lezione

Soluzione degli esercizi N. 1, 3 e 9
della VIII prova di autovalutazione

Soluzione degli esercizi N. 1, 3, 5 e 7
della IX prova di autovalutazione

Andrea Bettucci

20 maggio 2025

Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Sapienza Università di Roma

Soluzione degli esercizi N. 1, 3 e 9
della VIII prova di
autovalutazione

Esercizio 1

Una bobina circolare di diametro $d = 20 \text{ cm}$ è composta da $n = 10$ spire. Nella bobina viene fatta passare una corrente $I = 3,00 \text{ A}$ e viene posta in un campo magnetico uniforme di intensità $B = 2,00 \text{ T}$. Si determini il valore massimo e minimo del momento torcente esercitato sulla bobina dal campo magnetico.

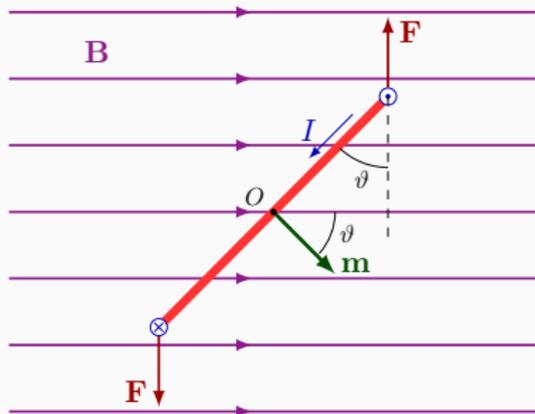
Il momento torcente subito da **una** spira di area A posta in un campo magnetico B vale

$$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

in modulo:

$$M = IAB \sin \vartheta$$

qualunque sia la forma della spira.



$$M = IAB \sin \vartheta$$

L'area di una spira è:

$$A = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 = 3,14 \times 10^{-2} \text{ m}^2.$$

Il valore massimo del momento torcente si ha quando il piano della spira è parallelo alle linee di forza del campo magnetico:

$$\vartheta = 90^\circ \Rightarrow \sin \vartheta = 1 \Rightarrow M_{\max} = nIBA = 1,88 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Il valore minimo del momento torcente si ha quando:

$$\sin \vartheta = 0 \Rightarrow \vartheta = 0 \Rightarrow M_{\min} = 0.$$

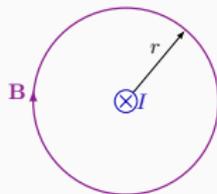
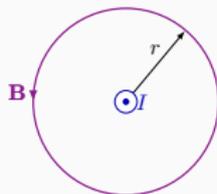
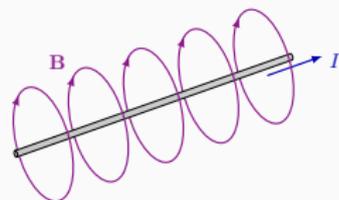
Esercizio 3

Due lunghi fili metallici rettilinei posti a distanza d sono percorsi l'uno da una corrente I_1 , l'altro da una corrente I_2 . (a) Qual è l'intensità forza esercitata sui due fili? (b) La forza è attrattiva o repulsiva?

Campo magnetico generato in un punto P a una distanza r da un sottile filo infinitamente lungo (Legge di Biot-Savart)

$$B(P) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Le linee di forza (linee di induzione) sono cerchi che giacciono in piani normali al conduttore, hanno centro nella traccia del conduttore sul piano.



Supponiamo che la corrente nei due fili scorra nello stesso verso. Ciascuna corrente genera un campo magnetico che è subito dall'altra producendo su di essa una forza e viceversa: **ciascuna corrente esercita una forza sull'altra e viceversa.**

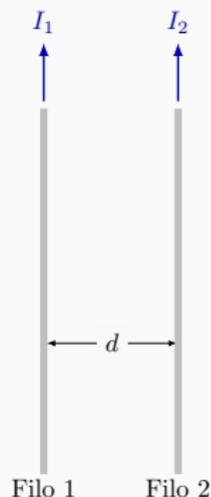
Ad esempio, il campo magnetico B_1 creato dalla corrente I_1 sui punti del Filo 2 (tutti distanti d) è:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

Quando una corrente I scorre in un filo posto in un campo magnetico uniforme \mathbf{B} , la forza magnetica \mathbf{F} sul filo è:

$$\mathbf{F} = I(\boldsymbol{\ell} \times \mathbf{B}) \quad \Rightarrow \quad F = I\ell B \sin \vartheta$$

dove $\boldsymbol{\ell}$ è un vettore di modulo pari alla lunghezza del filo e per verso quello convenzionalmente positivo della corrente.



Se allora si considera un tratto di lunghezza ℓ del secondo filo, la forza su di esso esercitata da I_1 è

$$\mathbf{F}_2 = I_2(\ell \times \mathbf{B}_1) \Rightarrow F_2 = I_2 \ell B_1 = I_2 \ell \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

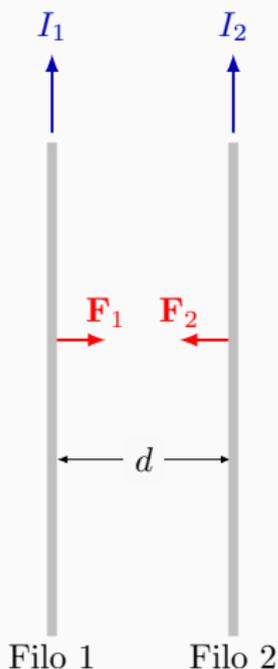
diretta come in figura.

Se invece si considera un tratto di lunghezza ℓ del primo filo, la forza su di esso esercitata da I_2 è

$$\mathbf{F}_1 = I_1(\ell \times \mathbf{B}_2) \Rightarrow F_1 = I_1 \ell B_2$$

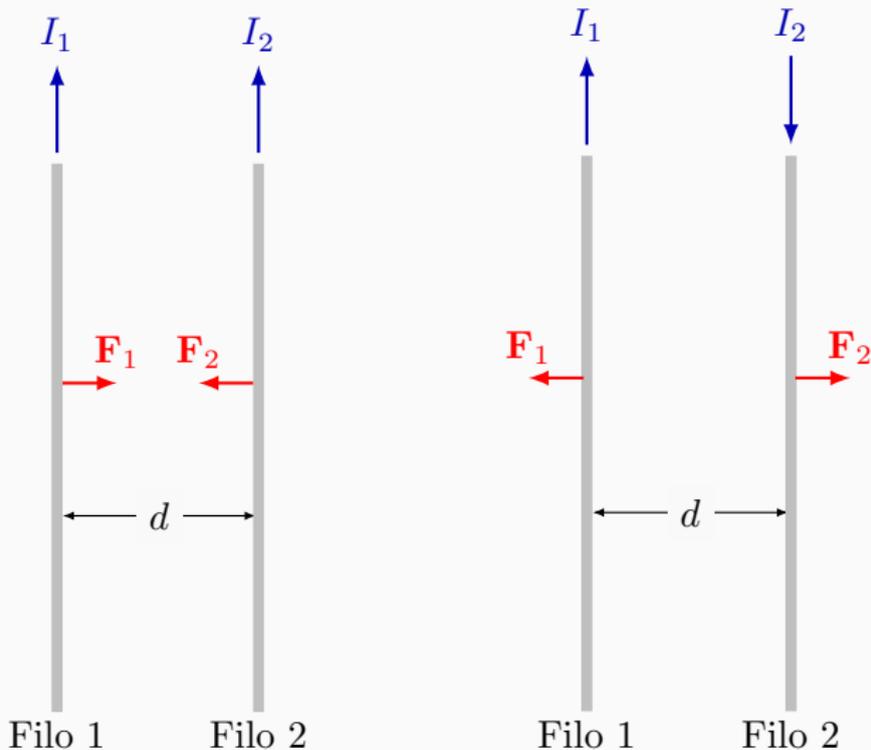
diretta come in figura. Poiché

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} \Rightarrow F_1 = I_1 \ell \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$



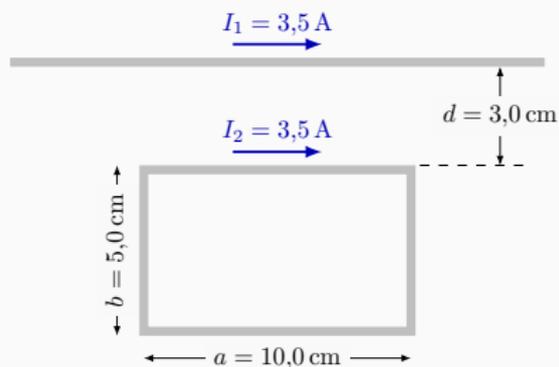
Le due forze sono ovviamente uguali e contrarie!

Correnti nello stesso verso si attraggono tra loro,
si respingono se scorrono in verso opposto



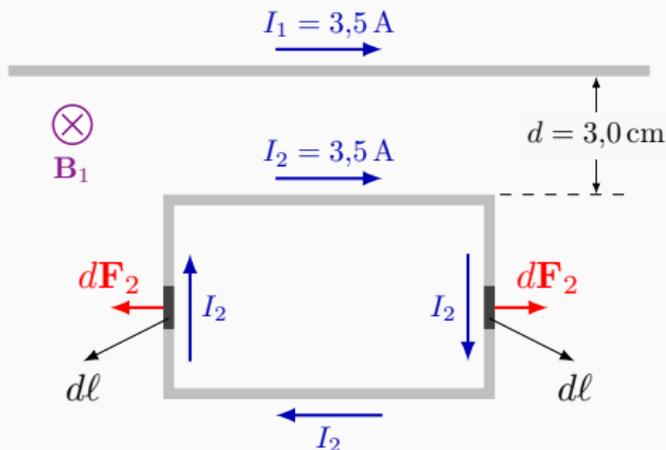
Esercizio 9

Una spira rettangolare di lati $a = 10,0 \text{ cm}$ e $b = 5,0 \text{ cm}$ è complanare con un filo conduttore rettilineo infinitamente lungo, con il lato maggiore a parallelo al filo e distante da quello $d = 3,0 \text{ cm}$. Si determini intensità e verso della forza netta che si esercita sulla spira.



Il campo magnetico creato dal filo in un punto a distanza x dal filo vale

$$B_1(x) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

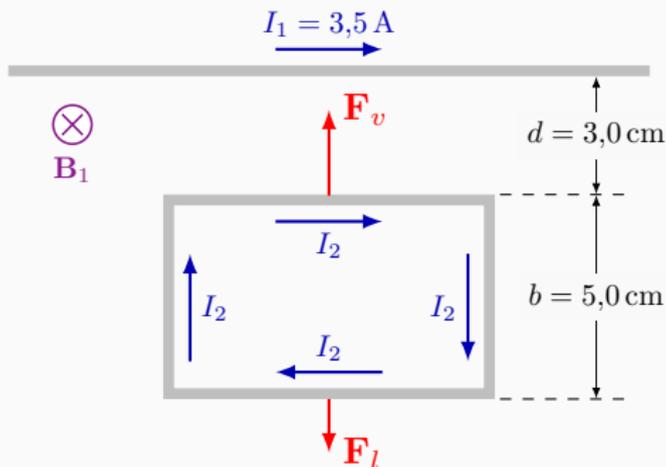


\mathbf{B} è perpendicolare (entrante) al piano della spira. La forza esercitata su ogni lato della spira nel quale circola la corrente I_2 è:

$$\mathbf{F}_2 = I_2 \int_{\text{spira}} (d\boldsymbol{\ell} \times \mathbf{B}_1).$$

Ne deriva che per qualsiasi elemento di lunghezza $d\boldsymbol{\ell}$ dei due lati perpendicolari al filo, **equidistanti dal filo stesso**, la forza su di essi esercitata è uguale e contraria.

La forza totale sui lati corti è complessivamente nulla.

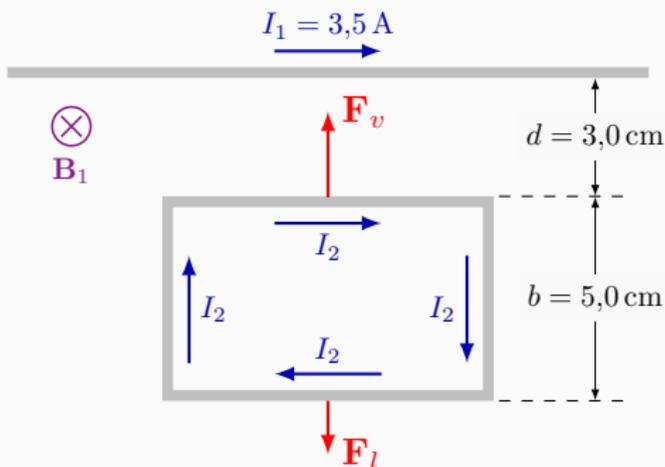


La forza sul lato lungo vicino al filo è diretta verso il filo e vale in modulo

$$F_v = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} I_2 a.$$

La forza sul lato lungo lontano dal filo è diretta in verso opposto a \mathbf{F}_v e vale in modulo

$$F_l = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d + b)} I_2 a.$$



$$F_v = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} I_2 a \quad F_l = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d+b)} I_2 a \quad \Rightarrow \quad F_l < F_v$$

La forza netta che si esercita sulla spira è diretta verso il filo e in modulo vale:

$$F = F_v - F_l = \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 I_2 a \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+b} \right) = 5,1 \times 10^{-6} \text{ N.}$$

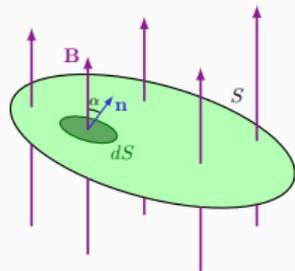
Soluzione degli esercizi N. 1, 3, 5
e 7 della IX prova di
autovalutazione

Esercizio 1

Una spira quadrata di lato $\ell = 5,0 \text{ cm}$ è immersa in un campo magnetico uniforme $B = 0,16 \text{ T}$. Quanto vale il flusso del campo magnetico attraverso la spira se: (a) il campo magnetico \mathbf{B} è ortogonale al piano della spira; (b) il campo magnetico \mathbf{B} forma un angolo di 30° con il versore \mathbf{n} perpendicolare al piano della spira? Si determini, inoltre, l'intensità della corrente media che circola nella spira se questa ha una resistenza $R = 0,012 \Omega$ e viene ruotata dalla posizione (b) alla posizione (a) in $0,14 \text{ s}$.

Flusso di un vettore attraverso una superficie S

$$\Phi(\mathbf{B}) = \int_S d\Phi(\mathbf{B}) = \int_S (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_S B dS \cos \alpha$$



(a) Se il campo magnetico è ortogonale al piano della spira, $\alpha = 0^\circ$:

$$\Phi(\mathbf{B}) = B \int_S dS \cos 0^\circ = BS = B\ell^2 = 4,0 \times 10^{-4} \text{ Wb}.$$

(b)

$$\Phi(\mathbf{B}) = B \int_S dS \cos 30^\circ = BS \cos 30^\circ = B\ell^2 \cos 30^\circ = 3,5 \times 10^{-4} \text{ Wb}.$$

L'intensità della forza elettromotrice indotta è:

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi(\mathbf{B})}{\Delta t} = \frac{(4,0 \times 10^{-4} \text{ Wb}) - (3,5 \times 10^{-4} \text{ Wb})}{0,14 \text{ s}} = 3,6 \times 10^{-4} \text{ V}.$$

Di conseguenza, l'intensità della corrente indotta è:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = 30 \text{ mA}.$$

Esercizio 3

La tensione d'uscita e la corrente d'ingresso di un trasformatore della potenza $P = 75 \text{ W}$ sono $V_{out} = 12 \text{ V}$ e $I_{in} = 22 \text{ A}$. (a) Il trasformatore è un trasformatore elevatore o riduttore della tensione? (b) Quanto vale il fattore moltiplicatore della tensione?

(a) Per la conservazione dell'energia deve essere

$$V_{in}I_{in} = V_{out}I_{out} = 75 \text{ W}$$

dove $V_{out} = 12 \text{ V}$ e $I_{in} = 22 \text{ A}$.

Dalla relazione precedente si ricava:

$$V_{in} = \frac{75 \text{ W}}{22 \text{ A}} = 3,4 \text{ V}.$$

Poiché $V_{in} < V_{out}$ il trasformatore è un trasformatore elevatore di tensione.

(b) Il il fattore moltiplicatore della tensione è $V_{out}/V_{in} = 3,5$.

Esercizio 5

Un anello metallico di raggio $r = 3,0 \text{ cm}$ e resistenza $R = 0,025 \Omega$ viene fatto ruotare di 90° attorno a un asse passante per un diametro in presenza di un campo magnetico $B = 0,23 \text{ T}$ ortogonale all'asse in questione. Supponendo che inizialmente il campo magnetico \mathbf{B} giaccia nel piano dell'anello, quanti elettroni passano attraverso una sezione qualsiasi dell'anello?

La variazione del flusso del campo magnetico attraverso l'anello è:

$$\Delta\Phi(\mathbf{B}) = \Phi(\mathbf{B})_{\text{finale}} - \Phi(\mathbf{B})_{\text{iniziale}} = B\pi r^2 - 0.$$

Se Δt è il tempo necessario a compiere la rotazione di 90° , l'intensità della f.e.m. indotta nell'anello vale:

$$\text{f.e.m.} = \frac{\Delta\Phi(\mathbf{B})}{\Delta t} = \frac{B\pi r^2}{\Delta t}$$

e la corrente che circola nell'anello è:

$$I = \frac{\text{f.e.m.}}{R} = \frac{B\pi r^2}{R\Delta t}.$$

La corrente è circolata nell'anello per un tempo Δt ; quindi, se Q è la carica totale che ha attraversato nel tempo Δt una qualsiasi sezione dell'anello (quando un conduttore è percorso da una corrente, la corrente è la stessa attraverso qualsiasi sezione del conduttore), allora

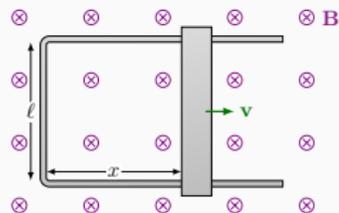
$$I = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{ne}{\Delta t}$$

essendo n il numero di elettroni di carica e che nel tempo Δt ha attraversato la sezione del conduttore. Si ha perciò

$$\frac{B\pi r^2}{R\Delta t} = \frac{ne}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{B\pi r^2}{eR} \simeq 1,6 \times 10^{17}.$$

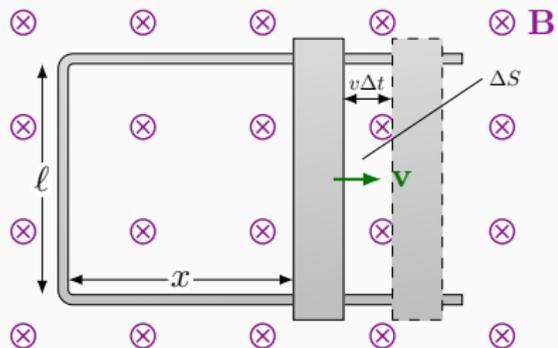
Esercizio 7

Perpendicolarmente a un campo magnetico uniforme \mathbf{B} è disposta una spira metallica rettangolare di altezza ℓ la quale ha un lato che, pur mantenendo il contatto con i lati contigui, viene spostato con velocità costante \mathbf{v} normale al lato stesso e a \mathbf{B} . Qual è l'intensità della forza elettromotrice indotta nella spira e qual è il verso di circolazione della corrente?



In un tempo Δt , il lato si sposta di $\Delta x = v\Delta t$ e l'area della spira aumenta di $\Delta S = \ell\Delta x = \ell v\Delta t$. La variazione del flusso di \mathbf{B} attraverso la superficie della spira è allora:

$$\Delta\Phi(\mathbf{B}) = B\Delta S = B\ell v\Delta t.$$

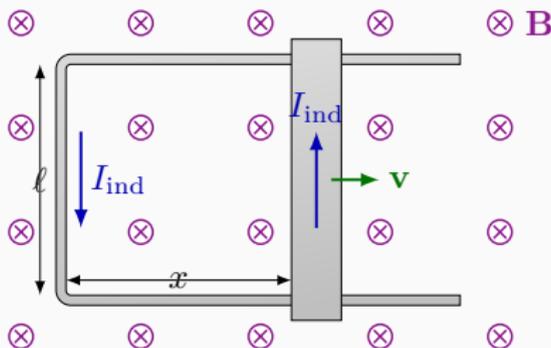


Poiché la variazione del flusso di \mathbf{B} è avvenuta in un tempo Δt , l'intensità della f.e.m indotta vale:

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi(\mathbf{B})}{\Delta t} = \frac{Blv\Delta t}{\Delta t} = Blv.$$

Poiché la variazione del flusso di \mathbf{B} è avvenuta in un tempo Δt , l'intensità della f.e.m indotta vale:

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi(\mathbf{B})}{\Delta t} = \frac{Blv\Delta t}{\Delta t} = Bvl.$$



Per la legge di Lenz, poiché aumenta il flusso del campo magnetico entrante nella spira, la corrente indotta, I_{ind} , deve circolare in senso antiorario.