

Complementi di Fisica - XVIII Lezione

Induzione elettromagnetica

Generatori di corrente alternata

Trasformatori

Andrea Bettucci

7 maggio 2024

Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria
Sapienza Università di Roma

Induzione elettromagnetica

Se le correnti elettriche generano
campi magnetici, un campo magnetico
è in grado di produrre delle correnti elettriche?

Alla metà del XIX secolo, Joseph Henry e Michael Faraday indagarono separatamente sulla possibilità che un campo magnetico potesse generare una corrente elettrica.

Entrambi giunsero alle seguenti conclusioni:

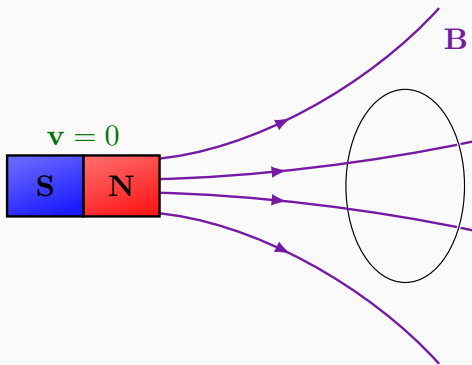
1. un campo magnetico costante non produce una corrente in un conduttore;
2. **un campo magnetico *variabile* può originare una corrente in un conduttore posto nel campo magnetico.**

La corrente generata da un campo magnetico variabile si chiama **corrente indotta.**

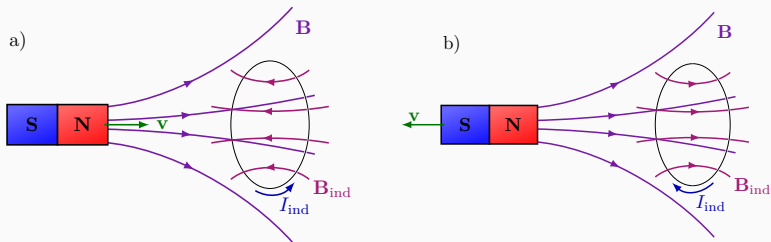
Non è il campo magnetico B ,
bensì la sua variazione
a indurre una corrente.

Una variazione del campo magnetico
induce una forza elettromotrice!

Un campo magnetico costante
non produce una corrente in un conduttore.



Un campo magnetico variabile
genera una corrente indotta in un conduttore.



Nella zona occupata dalla spira conduttrice circolare, il moto del magnete genera un campo magnetico variabile:

Campo magnetico crescente a)

Campo magnetico decrescente b)

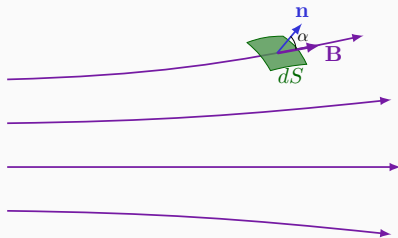
La corrente indotta I_{ind} ha verso opposto nei due casi, cosicché risultano opposti anche i campi magnetici B_{ind} da essa generati.

Michael Faraday compiendo esperimenti con spire circolari di materiale conduttore immerse in un campo magnetico variabile dimostrò sperimentalmente che:

1. l'intensità della forza elettromotrice indotta è tanto maggiore quanto più rapida è la variazione dell'intensità del campo magnetico;
2. a parità di rapidità di variazione dell'intensità del campo magnetico, l'intensità della forza elettromotrice indotta è proporzionale alla superficie della spira;
3. la forza elettromotrice indotta dipende dall'angolo che la direzione del campo magnetico forma con il piano su cui giace la spira.

La forza elettromotrice indotta è direttamente proporzionale alla velocità di variazione del flusso del campo magnetico attraverso il circuito (la spira) di area S .

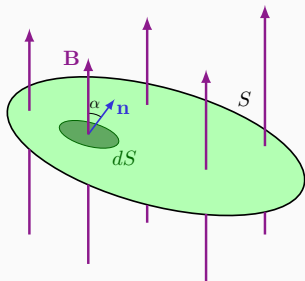
Flusso di un vettore attraverso una superficie infinitesima dS



$$d\Phi(\mathbf{B}) = (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n})dS = B dS \cos \alpha$$

dove il verso del versore normale alla superficie \mathbf{n} è arbitrario.

Flusso del campo magnetico \mathbf{B} attraverso una superficie S



$$\Phi(\mathbf{B}) = \int_S d\Phi(\mathbf{B}) = \int_S (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_S B dS \cos \alpha$$

L'unità di misura del flusso del campo magnetico è tesla \cdot m²,
chiamata **weber**: $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$.

Legge di Faraday dell'induzione

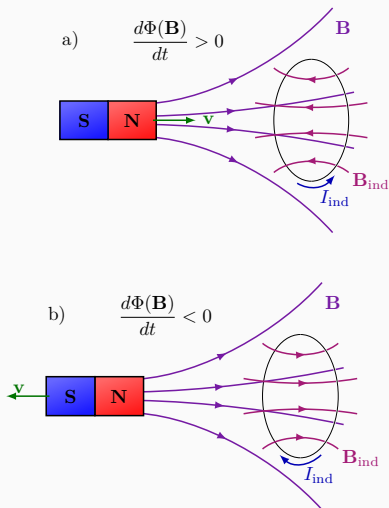
La forza elettromotrice indotta in un circuito è uguale alla rapidità della variazione del flusso del campo magnetico attraverso il circuito (flusso concatenato), cambiata di segno.

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$$

Il segno meno che compare nella legge, indica il verso in cui la f.e.m. indotta agisce. Gli esperimenti mostrano che:

La corrente prodotta dalla forza elettromotrice indotta fluisce in modo da generare un campo magnetico che si oppone alla variazione del flusso del campo magnetico originario (legge di Lenz).

Il campo magnetico generato dalla corrente indotta \mathbf{B}_{ind} : a) punta in verso opposto a quello del campo esterno se il flusso è crescente; b) punta nello stesso verso del campo esterno se il flusso è decrescente.



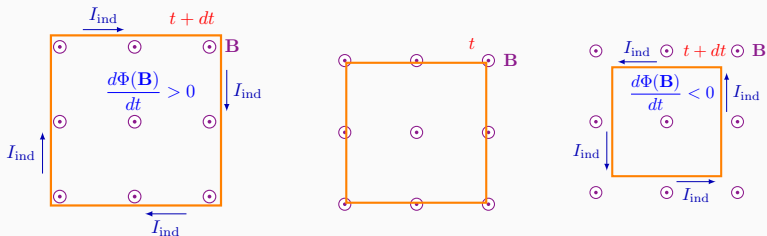
La forza elettromotrice nella spira può essere indotta in tre modi differenti

$$\Phi(\mathbf{B}) = \int_S (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_S B dS \cos \alpha$$

1. variando l'area esposta al campo magnetico;
2. variando l'intensità del campo magnetico;
3. variando l'angolo α relativo all'orientazione del piano della spira rispetto alle linee di forza del campo magnetico.

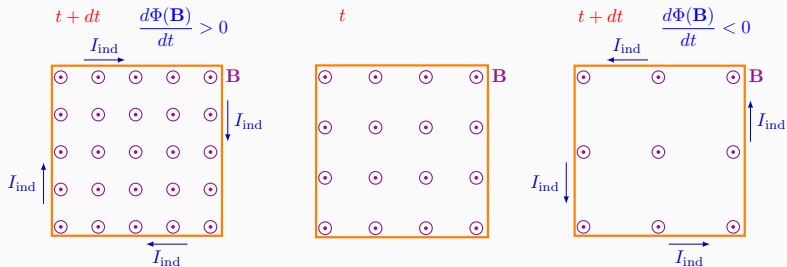
Variazione del flusso al variare dell'area esposta al campo magnetico

$$\Phi(\mathbf{B}) = \int_S (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_S B dS \cos \alpha$$



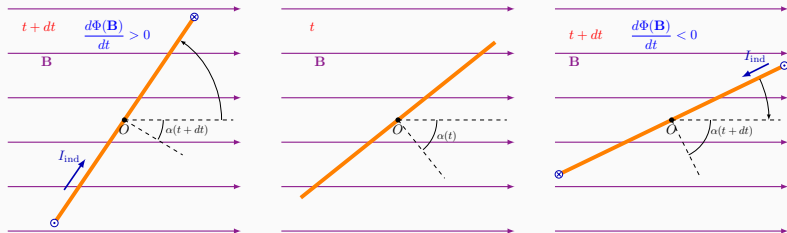
Variazione del flusso al variare dell'intensità del campo magnetico

$$\Phi(\mathbf{B}) = \int_S (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_S B dS \cos \alpha$$



Variazione del flusso al variare dell'angolo α
 relativo all'orientazione del piano della spira
 rispetto alle linee di forza del campo magnetico

$$\Phi(\mathbf{B}) = \int_S (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_S B dS \cos \alpha$$



Funzionamento dei fornelli da cucina a induzione

Nei fornelli a induzione una corrente alternata scorre in una spira posta al di sotto del piano di cottura (normalmente in vetro). La variazione del flusso del campo magnetico attraverso il fondo metallico di una pentola appoggiata sul piano di cottura, induce nel fondo della pentola una corrente che scalda a causa della resistenza del metallo. L'energia elettrica viene trasformata per effetto Joule in energia termica che riscalda la pentola e il suo contenuto.

**È necessario che il fondo della pentola sia metallico!!
I fornelli a induzione non scaldano i contenitori di vetro.**



Legge di Faraday dell'induzione

La forza elettromotrice indotta in un circuito è uguale alla rapidità della variazione del flusso del campo magnetico attraverso il circuito (flusso concatenato), cambiata di segno.

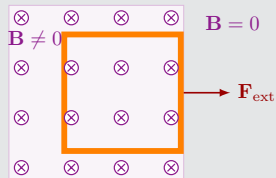
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$$

Se il circuito considerato è formato da N spire fittamente avvolte, lo stesso flusso passa attraverso ciascuna spira; di conseguenza, la forza elettromotrice totale è data dalla somma delle singole forze elettromotrici:

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$$

Esercizio

Un avvolgimento di filo conduttore quadrato di lato $\ell = 5,00$ cm costituito da $N = 100$ spire e di resistenza totale 100Ω si trova in un campo magnetico uniforme di intensità $B = 0,600$ T normale alla superficie del quadrato.



L'avvolgimento viene rapidamente e totalmente estratto dal campo magnetico tramite una forza \mathbf{F}_{ext} mantenendolo sempre ortogonale a \mathbf{B} . All'istante $t = 0$ il lato destro dell'avvolgimento si trova al bordo destro del campo e l'estrazione avviene in un tempo $\Delta t = 100$ ms. Si determini: a) la velocità di variazione del flusso del campo magnetico attraverso l'avvolgimento; b) la forza elettromotrice e la corrente indotta; c) il verso della corrente indotta; d) l'energia dissipata nell'avvolgimento.

a) Nel tempo Δt la variazione di flusso attraverso l'avvolgimento quadrato (di area $S = \ell^2 = 2,50 \times 10^{-3} \text{ m}^2$) è:

$$\Delta\Phi(\mathbf{B}) = \Phi_{\text{fin}} - \Phi_{\text{iniz}} = 0 - BS = -1,50 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

La velocità di variazione del flusso è costante dato che l'avvolgimento è quadrato e vale:

$$\frac{\Delta\Phi(\mathbf{B})}{\Delta t} = -1,50 \times 10^{-2} \text{ Wb/s.}$$

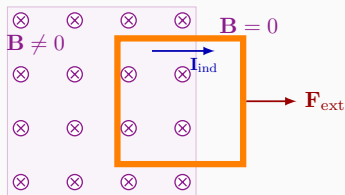
b) La f.e.m indotta nell'avvolgimento è:

$$\mathcal{E} = -N \frac{\Delta\Phi(\mathbf{B})}{\Delta t} = -(100)(-1,50 \times 10^{-2} \text{ Wb/s}) = 1,50 \text{ V}$$

e la corrente indotta, per la legge di Ohm, vale:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = 15 \text{ mA.}$$

c) Poiché il flusso del campo magnetico è decrescente, per la legge di Lenz, il campo magnetico indotto deve essere nello stesso verso del campo magnetico inducente \mathbf{B} ; di conseguenza la corrente indotta deve circolare in senso orario.



d) La potenza dissipata nel tempo Δt dalla corrente indotta, per la legge di Joule, è:

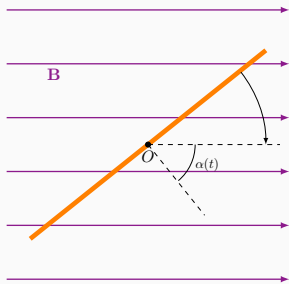
$$P = I^2 R = 2,25 \times 10^{-2} \text{ W}$$

di conseguenza, l'energia dissipata è:

$$E = P \Delta t = 2,25 \times 10^{-3} \text{ J.}$$

Generatori di corrente alternata

Si supponga di far ruotare una spira piana di area S con velocità angolare costante ω in un campo magnetico uniforme \mathbf{B} .



La f.e.m indotta nella spira è:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S B dS \cos \alpha(t) = -\frac{d}{dt} [BS \cos \alpha(t)]$$

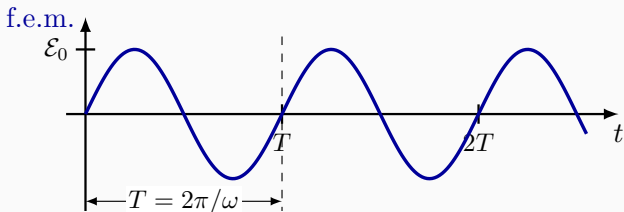
Poiché $\omega = d\alpha/dt$, allora: $\alpha(t) = \alpha_0 + \omega t$. Scegliendo $\alpha_0 = 0$ si ottiene:

$$\mathcal{E} = -BS \frac{d}{dt} (\cos \omega t) = BS\omega \sin \omega t$$

e se l'avvolgimento rotante è composto da N spire

$$\mathcal{E} = NBS\omega \sin \omega t \quad \Rightarrow \quad \mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$$

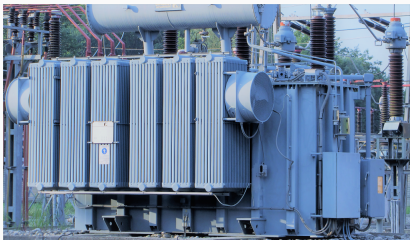
La forza elettromotrice è di forma sinusoidale



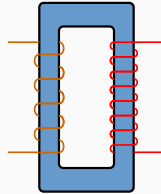
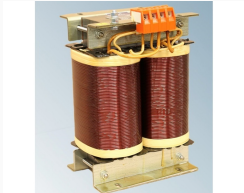
Un avvolgimento in rotazione in presenza di un campo magnetico è alla base di qualunque generatore di corrente alternata.

In Europa la frequenza della corrente alternata è $f = 1/T = 50$ Hz, mentre Negli Stati Uniti e in Canada la frequenza è 60 Hz. Attenzione a quando si importano apparecchiature elettriche dagli Stati Uniti e dal Canada!

Trasformatori



- I trasformatori sono dispositivi che permettono di aumentare o diminuire la differenza di potenziale alternata in un circuito mantenendo inalterata la potenza.
- Sono presenti in quasi tutte le apparecchiature elettriche: nelle cabine di trasformazione per ridurre la tensione dal valore elevato della linea di trasmissione a quello usato negli impianti domestici; nei caricatori dei cellulari; negli alimentatori dei computer portatili; nelle automobili per produrre l'alta tensione necessaria all'accensione.



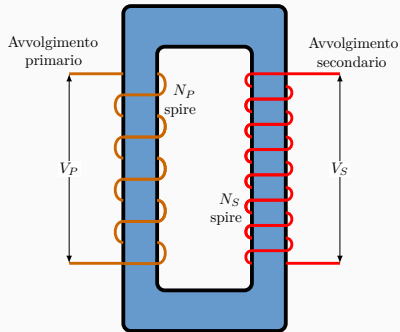
- Un trasformatore è formato da due avvolgimenti (primario e secondario), aventi in genere numero di spire diverso, separati elettricamente: un trasformatore permette di disaccoppiare tra loro due parti di un circuito.
- Gli avvolgimenti sono disposti in maniera tale che il flusso magnetico generato dall'avvolgimento primario si concateni totalmente con l'avvolgimento secondario. Ciò si ottiene facilmente se viene usato un nucleo di materiale ferromagnetico per gli avvolgimenti.

Quando una tensione alternata V_P viene applicata al circuito di ingresso (avvolgimento primario), il campo magnetico variabile che fluisce nel circuito induce una tensione alternata della stessa frequenza V_S nel circuito di uscita (circuito secondario).
Per la legge di Faraday

$$V_S = -N_S \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}.$$

Poiché il medesimo campo magnetico attraversa entrambi gli avvolgimenti primario e secondario, allora

$$V_P = -N_P \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}.$$

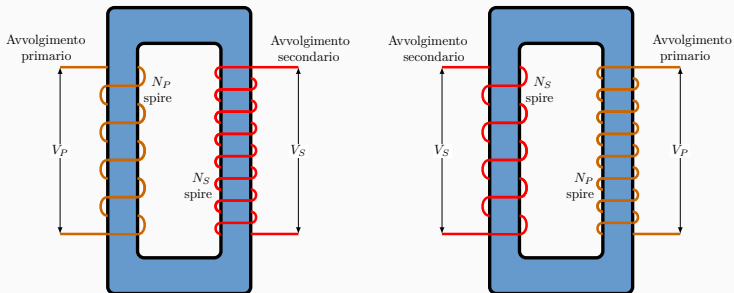


Si ottiene così l'equazione del trasformatore

$$\frac{V_S}{V_P} = \frac{N_S}{N_P}$$

Trasformatore elevatore: se $N_S > N_P$, allora $V_S > V_P$.

Trasformatore riduttore: se $N_S < N_P$, allora $V_S < V_P$.



Per il principio di conservazione dell'energia, la potenza in uscita deve essere uguale a quella in entrata:

$$V_P I_P = V_S I_S \quad \Rightarrow \quad \frac{I_S}{I_P} = \frac{V_P}{V_S} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_S}{I_P} = \frac{N_P}{N_S}$$

Esercizio: il caricatore del cellulare

Un caricatore di un cellulare contiene un trasformatore che riduce la tensione alternata da 220 V dell'impianto domestico a 5 V per caricare la batteria (il caricabatteria contiene anche i componenti elettronici per trasformare la corrente alternata in continua).

Supponendo che la bobina secondaria contenga $N_S = 30$ spire e che il caricatore assorba 700 mA, si determini: a) il numero di spire dell'avvolgimento primario; b) la corrente che fluisce nell'avvolgimento primario; c) la potenza trasformata.

a) Per l'equazione del trasformatore si ha:

$$N_P = N_S \frac{V_P}{V_S} = 1320 \text{ spire.}$$

b) Poiché $I_S = 0,7 \text{ A}$, allora

$$I_P = I_S \frac{N_S}{N_P} \simeq 16 \text{ mA}$$

c) La potenza trasformata (erogata dal secondario del trasformatore) è:

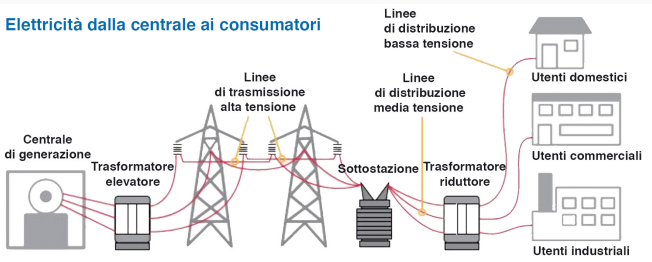
$$P_S = V_S I_S = 3,5 \text{ W.}$$

Ovviamente la potenza assorbita dalla bobina primaria è:

$$P_P = V_P I_P = (220 \text{ V})(0,016 \text{ A}) \simeq 3,5 \text{ W}$$

come deve essere per la conservazione dell'energia.

Nei trasformatori reali l'efficienza di trasformazione è inferiore al 100%!



I trasformatori svolgono un ruolo essenziale nel trasporto dell'elettricità. Le centrali elettriche sono quasi sempre distanti dalle grandi aree metropolitane che devono servire e, quindi, l'energia elettrica deve essere trasportata su grandi distanze.

Il trasporto dell'energia elettrica ad alta tensione minimizza le perdite di energia lungo le linee di trasmissione.

Esercizio

Una centrale elettrica trasmette una media di 120 kW di energia elettrica a una piccola città distante 10 km. La resistenza totale della linea di trasmissione è $0,4\ \Omega$. Si calcoli la potenza dissipata se la trasmissione avviene a) a 240 V, b) a 24 kV

Non è possibile calcolare la potenza dissipata tramite la relazione $P = \Delta V^2/R$ perchè non è nota la caduta di potenziale ΔV lungo la linea di trasmissione. Ma, data la potenza $P = 120\ \text{kW}$ erogata dalla centrale, è possibile calcolare la corrente I che scorre lungo la linea, essendo $P = VI$ dove V è la tensione alla quale avviene la trasmissione di energia.

a) Se la trasmissione avviene a 240 V

$$I = \frac{P}{V} = \frac{120\ \text{kW}}{240\ \text{V}} = 500\ \text{A}$$

Di conseguenza, la potenza dissipata lungo la line è:

$$P_d = I^2 R = (500 \text{ A})^2 (0,4 \Omega) = 100 \text{ kW}$$

pari all'80% della potenza erogata dalla centrale!

b) Se la trasmissione avviene a 24 kV, la corrente che scorre nella linea è:

$$I = \frac{P}{V} = \frac{120 \text{ kW}}{24 \text{ kV}} = 5 \text{ A}$$

e la potenza dissipata risulterà

$$P_d = I^2 R = (5 \text{ A})^2 (0,4 \Omega) = 10 \text{ W}$$

che corrisponde a circa l'1% della potenza erogata!