

ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica

Esame del 18 febbraio 2019

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1

- (i) Data la seguente funzione di variabile complessa:

$$f(z) = \sum_{n=-4}^{+\infty} (z-i)^{-n} |n|^3$$

trovare l'insieme A in cui è analitica; trovare inoltre i suoi punti singolari, classificarli e calcolare il residuo in quei punti.

E 2 Calcolare, con i metodi della variabile complessa, il seguente integrale

$$(v.p.) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(x^3 + 2i)(x - 1)} dx$$

E 3

(i) Data la serie di funzioni in campo complesso

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+5} e^{(z-i)n}$$

studiarne la convergenza assoluta e totale.

D 1

- (i) Dare la definizione di prolungamento analitico in C di una funzione $f(x)$ definita in R e
(ii) La funzione

$$e^z = e^x(\cos y + i \operatorname{sen} y) \quad z = x + iy \in C$$

è un prolungamento analitico in C (nel senso del punto (i)) della funzione e^x definita in R . Provare che è l'unico prolungamento analitico.

D2

- (i) Provare, come conseguenza del teorema integrale di Cauchy, che una funzione $f(z)$ definita ed olomorfa in un aperto semplicemente connesso A ammette primitiva in A .
- (ii) Fornire un esempio di funzione $f(z)$ definita e olomorfa in un aperto B connesso ma non semplicemente connesso che ammette ugualmente primitiva in B .