

ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica

Esame del 18 luglio 2019

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Calcolare il seguente integrale

$$\int_{\gamma} \frac{1}{(z-3)(\operatorname{sen} z)} dz$$

dove

- a) γ è la curva definita da $|z-3| = \frac{1}{10}$
- b) γ è la curva definita da $|z-3| = 1$

E 2

- (i) Dare la definizione di $\operatorname{sen} z$ in campo complesso e provare che è una funzione olomorfa in C .
- (ii) Provare che la funzione $f(z) = \frac{\operatorname{sen} z}{z}$ non è limitata in C (suggerimento: si studi la restrizione della funzione all'asse immaginario)

E 3 Trovare l'insieme di convergenza puntuale A e la funzione limite $f(x)$ della seguente successione di funzioni:

$$f_n(x) = \frac{\text{sen}(n^2 x^2)}{n^2 x^2} \quad x \in (0, +\infty)$$

Dire se la convergenza è uniforme in A . Se non lo è in A , trovare almeno un sottoinsieme di A in cui la successione converga uniformemente.

D 1

- (i) Enunciare la condizione necessaria e sufficiente affinché una funzione definita e continua in un aperto connesso A ammetta primitiva in A .
- (ii) Provare (motivando) che la funzione

$$f(z) = e^{\frac{1}{z}} \quad z \in \mathbb{C}^*$$

non ammette primitiva in un intorno forato dell'origine di raggio r , mentre ammette primitiva in ogni cerchio che non contenga l'origine al suo interno.

Nome e Cognome _____ matricola _____ 1.5

D2

- (i) Enunciare e dimostrare il teorema di unicità dello sviluppo in serie di potenze in campo reale.