

**ANALISI MATEMATICA II**  
**Laurea in Ingegneria Informatica**

**Esame del 18 luglio 2019**

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E 1** Calcolare il seguente integrale

$$\int_{\gamma} \frac{1}{(1-z)(e^z-1)} dz$$

dove

a)  $\gamma$  è la curva definita da  $|z-1| = \frac{1}{2}$

b)  $\gamma$  è la curva definita da  $|z-1| = 2$

**E 2**

- (i) Dare la definizione di  $\cos z$  in campo complesso e provare che è una funzione olomorfa in  $C$ .
- (ii) Provare che la funzione  $f(z) = \frac{\cos z}{z}$  non è limitata in  $C$  (suggerimento: si studi la restrizione della funzione all'asse immaginario)

**E 3** Trovare l'insieme di convergenza puntuale  $A$  e la funzione limite  $f(x)$  della seguente successione di funzioni:

$$f_n(x) = \frac{\text{sen}(nx)}{nx} \quad x \in (0, +\infty)$$

Dire se la convergenza è uniforme in  $A$ . Se non lo è in  $A$ , trovare almeno un sottoinsieme di  $A$  in cui la successione converga uniformemente.

**D 1**

- (i) Enunciare la condizione necessaria e sufficiente affinché una funzione definita e continua in un aperto connesso  $A$  ammetta primitiva in  $A$ .
- (ii) Provare (motivando) che la funzione

$$f(z) = \operatorname{sen}\left(\frac{1}{z}\right) \quad z \in C^*$$

non ammette primitiva in un intorno forato dell'origine di raggio  $r$ , mentre ammette primitiva in ogni cerchio che non contenga l'origine al suo interno.

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_ 2.5

**D2**

- (i) Enunciare e dimostrare il teorema di integrazione termine a termine per serie di potenze in campo reale.