

**Analisi matematica 2**  
**Laurea in Ingegneria Informatica e Automatica**  
**Esame del 19 settembre 2019**

Nome e Cognome \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Firma \_\_\_\_\_

**MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE**

**E 1**

(ii) Data la seguente funzione di variabile complessa:

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^3 \frac{(z-3)^n}{n^2-16}$$

trovare l'insieme  $A$  in cui è analitica e dire se è semplicemente connesso.

(ii) Calcolare  $\int_{\gamma} f(z)dz$  dove  $\gamma$  è una qualunque curva chiusa contenuta in  $A$  insieme con i suoi punti interni, motivando la risposta

**E 2** Calcolare, usando la trasformata di Laplace, la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + y'(t) = 2 \int_0^t y(\tau) d\tau & t \geq 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

**E 3**

- (i) Studiare l'insieme di convergenza assoluta e totale della seguente serie di funzioni in campo reale

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{(-x^2+1)n}}{n}, \quad x \in \mathbb{R}$$

**D 1**

- (i) Provare l'unicità dello sviluppo in serie di potenze in campo reale.
- (ii) Data la funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{1}{1 + 4z^3} \quad z \in C,$$

calcolare  $f^{(27)}(0)$  (derivata 27-ma calcolata nel punto  $z_0 = 0$ )

**D2**

- (i) Dare la definizione di serie di Fourier di una funzione  $f(t)$  periodica di periodo  $2\pi$ , generalmente continua in  $R$  e sommabile in  $[0, \pi]$ . Dare la definizione di convergenza in media quadratica di una serie di Fourier e dire sotto quali ipotesi su  $f(t)$  si ha convergenza in media quadratica della sua serie di Fourier.
- (ii) Fornire un esempio esplicito (non solo grafico) di funzione  $f(t)$  la cui serie di Fourier converga in media quadratica.