

Analisi matematica 2
Laurea in Ingegneria Informatica e Automatica
Esame del 19 settembre 2019

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1

(ii) Data la seguente funzione di variabile complessa:

$$f(z) = \sum_{n=-4}^{+\infty} \frac{1}{(z-i)^n} \frac{1}{|n|^3 + 1}$$

trovare l'insieme A in cui è analitica e dire se è semplicemente connesso.

(ii) Calcolare $\int_{\gamma} f(z) dz$ dove γ è una qualunque curva chiusa contenuta in A insieme con i suoi punti interni, motivando la risposta.

E 2 Calcolare, usando la trasformata di Laplace, la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + y'(t) = 2 \int_0^t y(\tau) d\tau & t \geq 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

E 3

- (i) Studiare l'insieme di convergenza assoluta e totale della seguente serie di funzioni in campo reale

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{(x^2-4)n}}{n}, \quad x \in R$$

D 1

- (i) Provare l'unicità dello sviluppo in serie di potenze in campo reale.
(ii) Data la funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{1}{1 + 6z^6} \quad z \in \mathbb{C},$$

calcolare $f^{(54)}(0)$ (derivata 54-ma calcolata nel punto $z_0 = 0$)

D2

- (i) Dare la definizione di serie di Fourier di una funzione $f(t)$ periodica di periodo 2π , generalmente continua in \mathcal{R} e sommabile in $[0, \pi]$ ed enunciare i due teoremi sulla convergenza puntuale e totale delle serie di Fourier.
- (ii) Fornire un esempio esplicito (non solo grafico) di funzione $f(t)$ la cui serie di Fourier converga solo puntualmente e non totalmente, motivando la risposta.