

ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica

Esame 23 gennaio 2020

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Data la funzione periodica di periodo 5π e definita nell'intervallo $[-\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{2})$ come

$$f(x) = x \operatorname{sen}^3 x,$$

- (i) Dire (motivando) come converge la sua serie di Fourier in R (puntualmente, totalmente, in media quadratica) e dire quanto vale la sua somma $S(x)$ per ogni punto $x \in R$.
- (ii) Calcolare $S(\frac{15}{2}\pi)$ e $S(\frac{31}{3}\pi)$.

E 2 Calcolare, in base alla definizione, l'ascissa di convergenza e la trasformata di Laplace, del seguente segnale

$$f(t) = \chi_{[1,2]} e^{2it} + \chi_{[6,7]} e^{(1+i)t}$$

dove $\chi_{[1,2]}$ e $\chi_{[6,7]}$ rappresentano rispettivamente le funzioni caratteristiche degli intervalli $[1, 2]$ e $[6, 7]$.

E 3 Dire dove converge la seguente serie di Laurent

$$\sum_{n=-6}^{+\infty} (z - e^i)^n |n - 7|^4.$$

Dire qual è l'unico punto singolare della sua somma, classificare la singolarità e calcolare il residuo.

D 1 Trovare l'insieme di definizione e di olomorfia della funzione

$$f(z) = (z + 1)^\pi$$

e dire se in tale insieme la funzione ammette primitiva motivando la risposta.

D2

(i) Enunciare la condizione necessaria e sufficiente perch è una funzione $f(z)$ continua ammetta primitiva in un aperto connesso A .

(ii) Data la funzione

$$f(z) = (z + 2)^k \quad k \in \mathbb{Z},$$

classificare, al variare del parametro k , l'unica (eventuale) singolarità e calcolarne il residuo.

(iii) Dire, motivando la risposta, per quali valori del parametro k la funzione ammette primitiva nel suo insieme di definizione.