ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica

Esame 23 gennaio 2020

Nome e Cognome ______________________________ **matricola** ______________

Firma ____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Data la funzione periodica di periodo 5π e definita nell'intervallo $[-\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{2})$ come

$$f(x) = x\,cos\,x,$$

(i) Dire (motivando) come converge la sua serie di Fourier in R (puntualmente, totalmente, in media quadratica) e dire quanto vale la sua somma $S(x)$ per ogni punto $x \in R$.

(ii) Calcolare $S(\frac{13}{5}\pi)$ e $S(25\pi)$.

E 2 Calcolare, in base alla definizione, l'ascissa di convergenza e la trasformata di Laplace, del seguente segnale

$$f(t) = \begin{cases} e^{2it} & 0 \leq t \leq 4 \\ \\ e^{(1+i)t} & t > 4 \end{cases}$$

E 3 Dire dove converge la seguente serie di Laurent

$$\sum_{n=-2}^{+\infty} (z - e^{2i})^n \frac{1}{(n+4)^n}.$$

Dire qual è l'unico punto singolare della sua somma, classificare la singolarità e calcolare il residuo.

D 1

(i) Dare la definizione di aperto semplicemente connesso e dimostrare che una funzione olomorfa in un aperto semplicemente connesso A ammette primitiva in A.

(ii) Trovare l'insieme di definizione e di olomorfia della funzione

$$f(z) = (z-3)^i$$

e dire se in tale insieme la funzione ammette primitiva motivando la risposta.

Nome e Cognome ______________________________ **matricola** ____________________ 2.5

D2

(i) Enunciare la condizione necessaria e sufficiente perchè una funzione $f(z)$ continua ammetta primitiva in un aperto connesso A.

(ii) Data la funzione

$$f(z) = (z+4)^{-k} \quad k \in Z,$$

dire per quali valori di k ha una singolarità, classificarla e calcolarne il residuo in dipendenza di k .

(iii) Dire, motivando la risposta, per quali valori del parametro k la funzione ammette primitiva nel suo insieme di definizione.