

ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica

Esame 24 gennaio 2019

Nome e Cognome _____ matricola _____

Firma _____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent di centro $z_0 = 1$ della seguente funzione

$$f(z) = \frac{1}{z^2} \quad z \in \mathbb{C},$$

in un intorno di $z_0 = 1$, precisando il raggio di tale intorno.

E 2

(i) Data la funzione

$$F(s) = \frac{e^{-3s}}{s^2 + s + 1},$$

provare che è la trasformata di un segnale $f(t)$ e scrivere la formula di inversione.

(i) Calcolare il segnale $f(t)$ e la sua ascissa di convergenza.

E 3 Data la seguente successione di funzioni $f_n(x, y)$ di due variabili reali,

$$f_n(x, y) = \frac{1}{(e^{x+y} - 1)^{4n}},$$

individuare l'insieme di definizione I , l'insieme di convergenza puntuale A e la funzione limite $f(x, y)$. Dire poi se in A la convergenza è uniforme e, in caso contrario, trovare almeno un sottoinsieme B di convergenza uniforme.

D 1

- (i) Provare che se $f(z)$ è continua in un aperto connesso A e $\int_{\gamma} f(z) = 0$ per ogni curva chiusa regolare contenuta in A , allora $f(z)$ ammette primitiva in A .
- (ii) Dire per quali valori del parametro $\alpha \in \{1, 2, 3, \dots\}$ la funzione $f(z) = e^{\frac{1}{(z-i)^\alpha}}$ definita in $C - \{i\}$ ammette primitiva in $C - \{i\}$.

D 2

- (i) Definizione di funzione continua a tratti in R , regolare a tratti in R e di quadrato sommabile in un intervallo $[a, b]$.
- (ii) Dare un esempio di funzione sommabile ma non di quadrato sommabile nell'intervallo $[1, 3]$ e un esempio di funzione continua, ma non regolare a tratti nell'intervallo $[-1, 1]$.