ANALISI MATEMATICA II
Laurea in Ingegneria Informatica

Esame 24 gennaio 2019

Nome e Cognome ________________________________ **matricola** ________________

Firma ____

MOTIVARE TUTTE LE RISPOSTE

E 1 Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent di centro $z_0 = 0$ della seguente funzione

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)^2} \quad z \in C,$$

in un intorno di $z_0 = 0$, precisando il raggio di tale intorno.

E 2

(i) Data la funzione

$$F(s) = \frac{e^{-s}}{s^2 - s + 1},$$

provare che è la trasformata di un segnale $f(t)$ e scrivere la formula di inversione.

(i) Calcolare il segnale $f(t)$ e la sua ascissa di convergenza.

E 3 Data la seguente successione di funzioni $f_n(x,y)$ di due variabili reali,

$$f_n(x,y) = \frac{1}{(e^{x^2-y}-1)^{2n}},$$

individuare l'insieme di definizione I, l'insieme di convergenza puntuale A e la funzione limite $f(x,y)$. Dire poi se in A la convergenza è uniforme e, in caso contrario, trovare almeno un sottoinsieme B di convergenza uniforme.

Nome e Cognome ______________________________ **matricola** ______________ 2.4

D 1

(i) Provare che se $f(z)$ è continua in un aperto connesso A e $\displaystyle\int_\gamma f(z) = 0$ per ogni curva chiusa regolare contenuta in A, allora $f(z)$ ammette primitiva in A.

(ii) Dire per quali valori del parametro $\beta \in \{1, 2, 3, ...\}$ la funzione $f(z) = cos\left(\frac{1}{(z-2i)^\beta}\right)$ definita in $C - \{2i\}$ ammette primitiva in $C - \{2i\}$.

D 2

(i) Enunciare i teoremi sulla convergenza puntuale, totale e in media quadratica della serie di Fourier di una funzione periodica di periodo 2π.

(ii) Dare un esempio di funzione sommabile ma non di quadrato sommabile nell'intervallo $[1, 3]$ e un esempio di funzione sommabile, ma non continua a tratti nell'intervallo $[-1, 1]$.